Proyectar es fácil

Dibujo Técnico

ediciones AFHA

Proyectar es fácil

Método ideado para aprender dibujo técnico por sí mismo

Proyectar es fácil

tomo III

Dibujo Técnico



El método de dibujo técnico comprende los siguientes títulos:

proyectar es fácil - dibujo técnico

proyectar es fácil - proyectista en mecánica

proyectar es fácil - proyectista en construcción

calle Maestro Nicolau, 4 Barcelona (6)
Duodécima edición: Mayo 1974
Depósito Legal: B. 6577-1974 (III)
ISBN 84-201-0278-4 - Obra Completa
ISBN-84-201-0280-6 - Tomo 2
Impreso en España
Printed in Spain
Impreso en EMOGRAPH, S.A.
Almirante Oquendo, 1 al 9 Barcelona (5)

prólogo

En toda profesión o carrera en la que es factible la especialidad, existe una serie de conocimientos que convienen a todas las ramas en que pueda subdividirse dicha profesión. Tal es el caso del dibujo técnico: sea cual fuere la especialidad que la vida profesional exija el técnico, el dominio de las normas, de la geometría y de unos fundamentos de física bien aprendidos, así como la posibilidad de poder efectuar determinados cálculos matemáticos, son necesarios.

Este tercer volumen de la colección PROYECTAR ES FÁCIL completa los dos primeros, en el sentido de cerrar el ciclo de los conocimientos generales convenientes a toda especialidad.

Quizás sea en éste donde esté más evidente la pericia de los autores para hacer fácil aquello que tradicionalmente se ha considerado difícil. Así, por ejemplo, un tema tan arduo como la trigonometría —tema que encabeza este volumen— se ha simplificado hasta límites insospechados, para ofrecer al futuro proyectista los conocimientos que realmente puede necesitar en la vida profesional, eliminando lo que, independientemente de su indiscutible interés, no tiene una aplicación directa en el campo del dibujo técnico.

Algo similar podríamos decir con respecto a los capítulos de geometría descriptiva que forman una buena parte de este volumen.

Nuestros lectores recordarán que, al iniciar el segundo volumen de la serie, decíamos que quien captase todas

las enseñanzas compendiadas en él estaría a un paso de convertirse en un verdadero delineante. Pues bien; este tercer libro representa este paso definitivo: con su estudio, nuestros lectores habrán alcanzado una meta envidiable: podrán decir, sin temor a equivocarse, que se han convertido en delineantes perfectamente capacitados. Esta afirmación, evidentemente, sólo es válida en el supuesto de que aquella condición primordial de convertirse en actor se haya tomado completamente en serio. Le recordamos, una vez más, que la eficacia de este Método —eficacia total— está supeditada a la acción. Leer, comprender y dibujar equivale a estudiar con plena seguridad de éxito.

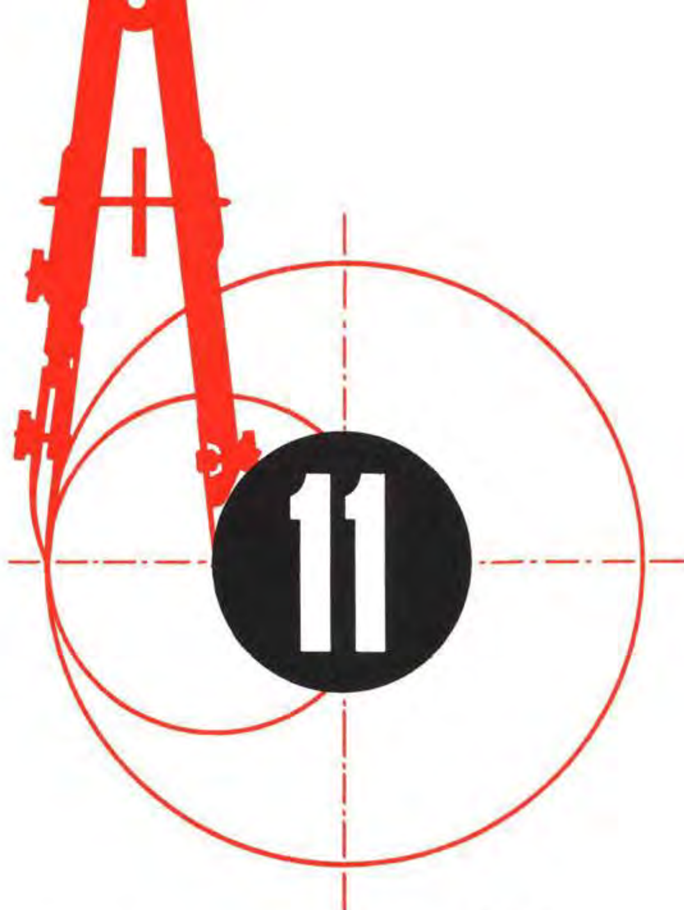
Tanto es así, que la última práctica con que se cierra este libro está concebida en forma de examen de ingreso en una empresa que solicita los servicios de lo que ha venido en llamarse «delineante de segunda». Los autores consideran que todo lector que haya seguido con interés las lecciones de los tres primeros libros de PROYECTAR ES FÁCIL está capacitado para obtener un buen resultado en el examen final que se propone. Comprender y solucionar el problema final propuesto es garantía de que se tiene capacidad para cubrir la supuesta vacante.

Esperamos que usted, lector amigo, vea en esta última práctica la demostración de la eficacia del libro que ponemos a su consideración.

LOS EDITORES

índice

Proyectar es fácil





AFHA

DIBUJO TECNICO

Lección 1
TRIGONOMETRIA
Razones trigométricas
Resolución de triángulos

Lección 11
DIBUJO TECNICO
Representación de materiales
Calidad de superficies

Lección 10
PRACTICAS
Comprobación de planos (ejercicio 13)

TRIGONOMETRIA 1

BASICA
PARA DELINEANTES

RAZONES TRIGONOMETRICAS
RESOLUCION ANALITICA DE TRIANGULOS

¡CUIDADO, AMIGO!

Si nuestro Curso de Dibujo Técnico se limitase a los conceptos prácticos del oficio, terminaríamos muy pronto, y sin duda nos ahorraríamos mucho trabajo, nosotros y usted que tiene la gentileza de seguirnos. Con escoger una serie de ejercicios de dibujo encaminada a proporcionarle la práctica necesaria en el manejo de los distintos instrumentos de dibujo, sin duda que podríamos convertirle a base de mucho dibujar en un buen delineante... práctico. Pero con ello le condenaríamos a una perpetua mediocridad, a estar sujeto a aquellos que, sabiendo quizá menos dibujo, saben calcular, proyectar, crear, y que por esta misma razón son capaces de tener a sus órdenes una plantilla de dibujantes de oficio que se limitan a seguir sus instrucciones sin saber, muchas veces, qué es lo que dibujan y por qué lo dibujan.

Esta introducción era necesaria porque el estudio que ahora vamos a emprender es de los que ocultan su importancia. Leerá y estudiará usted unas cosas que le parecerán más aptas para solaz de filósofos que de utilidad para hombres que como un proyectista deben encontrar soluciones concretas y prácticas a los distintos problemas técnicos que presentan la mecánica y la construcción.

Toda ciencia necesita una palabra que la defina, y la que trata de la resolución de triángulos no puede ser una excepción. Pero estas palabras necesitan, por decirlo así, un lenguaje universal. Por ello los sabios emplean los idiomas clásicos (griego y latín) para definir la ciencia que tratan. Así, a un médico especialista en nariz, garganta y oído, se le llama un *otorrinolaringólogo* y no un *oídonarizgargantólogo*.

Y ¿qué es resolver un triángulo?... Sabemos que todo triángulo está formado por tres lados y tres ángulos. Pues bien: resolver un triángulo es encontrar el valor de los lados y el valor de los ángulos con unos datos previos, que pueden ser un ángulo y dos lados, o dos ángulos y un lado, etc.

La cosa no es fácil, no crea. El gran problema está en relacionar el valor de los lados, que viene dado por unidades de longitud, con el valor de los ángulos, que viene dado por unidades de abertura o grados. El pro-

blema, pues, está en relacionar longitudes con ángulos. Ahí aparece la TRIGONOMETRÍA.

La trigonometría es una rama de las matemáticas que abarca un campo muy amplio. Uno de los principales problemas que se plantearon al proyectar este Curso de Delineante radicó precisamente en este punto: el delineante debía dominar de una forma eminentemente práctica la trigonometría; sin embargo, enseñar trigonometría al estilo clásico requería un Curso relativamente extenso.

Creemos, sin embargo, que hemos encontrado la solución ideal para usted. Se ha condensado una trigonometría básica, despojándola de toda demostración. Sin embargo, le daremos el *material* suficiente para que pueda resolver cuantos problemas puedan surgir en un proyecto. Existe, empero, un inconveniente: que se tome esta lección a la ligera por no ver, a primera vista, la infinidad de aplicaciones de esta materia.

Este inconveniente sólo usted puede salvarlo. No me falle, por favor, y tómese esta lección como lo que realmente es: toda una asignatura concentrada.

Bueno; quedamos en que la palabra trigonometría viene del griego.

TRI-GONO-METRÍA. TRI significa tres. GONO, ángulo y METRÍA, viene de la palabra METRÓN, que significa medida. Así, pues:

TRIGONOMETRÍA es igual a MEDIDA DE TRIÁNGULOS.

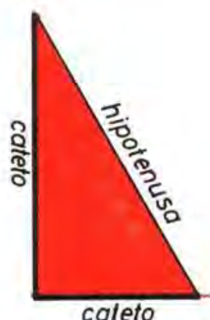
Y ¿en qué consiste el gran valor de la trigonometría?... Está dicho en pocas palabras:

LA TRIGONOMETRÍA PERMITE SUSTITUIR EL VALOR DE UN ÁNGULO POR UNA RELACIÓN ENTRE LAS LONGITUDES DE LOS LADOS.

Usted, tras esta introducción, está convencido de que jamás conseguirá entender una cosa tan rara como es la trigonometría. Sin embargo, me atrevo a asegurar todo lo contrario. Usted llegará a comprender la trigonometría; y, para empezar, digamos que esta sustitución mencionada anteriormente, se consigue mediante...

LAS FUNCIONES O RAZONES TRIGONOMETRICAS

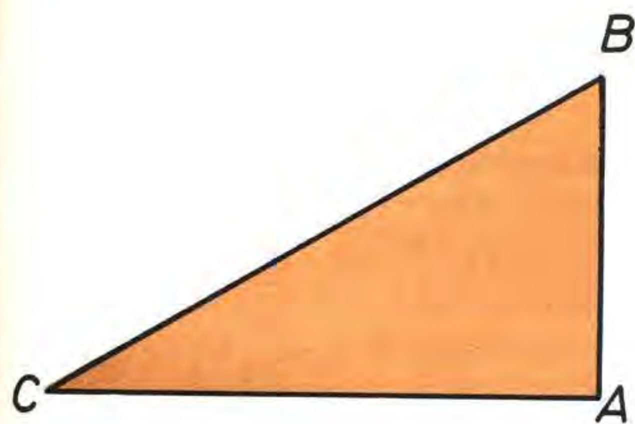
Decimos que un número es función de otro, cuando su valor depende del primero. Recuerde usted, por ejemplo, la fórmula que nos da la longitud de la circunferencia. En dicha fórmula ($2 \pi r$) tenemos dos valores fijos, *constantes*, que son el 2 y el número pi. Para toda circunferencia deberemos multiplicar estas dos cantidades, con lo cual la primera operación para el cálculo de su longitud siempre nos dará el mismo resultado. Es el valor del radio lo que modifica la longitud de la circunferencia; a mayor radio, mayor longitud. ¿Comprende usted? Luego, podemos decir que la longitud de la circunferencia está en función del radio.



Supongamos ahora que tenemos un triángulo rectángulo cualquiera. Usted ya sabe lo que es un triángulo rectángulo: aquel que tiene dos de sus lados formando un ángulo recto.

Los lados de un triángulo rectángulo tienen unos nombres especiales; se les bautizó con los nombres de *catetos* e *hipotenusa*. No son nombres muy bonitos, pero son éstos.

Llamamos catetos de un triángulo rectángulo a los lados que forman el ángulo recto, siendo la hipotenusa el lado opuesto a dicho ángulo.



En el triángulo rectángulo del margen, los lados A C y A B son los catetos, siendo la hipotenusa el lado B C. Ahora le pido que haga usted un esfuerzo mental, para comprender lo que sigue:

Si suponemos que el ángulo en C de este triángulo rectángulo se cierra (disminuye de valor), es indiscutible que el valor de los lados del triángulo también sufrirá una variación. Si mentalmente no sabe verlo, hágalo de forma gráfica. Tome un papel y lápiz y después de dibujar un triángulo rectángulo, cierre el ángulo en C. Los lados A B y B C habrán variado de longitud. Y si hacemos lo mismo con el ángulo en B, nos encontraremos con el mismo fenómeno. El ángulo en A no podemos tocarlo, porque en este caso dejaríamos de tener un ángulo recto en el triángulo.

¿Qué nos indica todo eso?... Lo que decíamos al principio:

Que en todo triángulo existe una relación entre el valor de sus lados y la abertura de sus ángulos. Resulta, pues, que las relaciones entre los lados dependen del valor de los ángulos y que el valor de los ángulos depende de las relaciones de los lados.

Y como en matemáticas cuando una magnitud depende de otra se dice que es función de aquélla, se desprende que las relaciones entre los lados de un triángulo son *funciones de los ángulos*. A estas funciones se las conoce con el nombre de FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS.

Las funciones trigonométricas son seis. Retenga sus nombres, por favor:

SENO	TANGENTE	SECANTE
COSENO	COTANGENTE	COSECANTE

Veamos ahora qué es cada una de estas funciones. Para ello dibujemos de nuevo el triángulo rectángulo sobre el que hemos estudiado anteriormente para ver las funciones trigonométricas correspondientes al ángulo C.

SENO. — Llamamos seno del ángulo C al número que se obtiene al dividir la longitud del cateto opuesto al ángulo (lado A B) por la hipotenusa (B C).

$$\text{sen } C = \frac{AB}{BC}$$

COSENO. — Llamamos coseno del ángulo C al resultado de dividir la longitud del cateto que forma dicho ángulo (lado A C) por la hipotenusa.

LAS RAZONES TRIGONOMETRICAS SE SUELEN ESCRIBIR EN ABREVIATURA

$$\cos C = \frac{AC}{BC}$$

TANGENTE. — Se llama tangente del ángulo C al resultado de dividir el cateto opuesto (lado A B) por el otro cateto (lado A C).

$$\text{tg } C = \frac{AB}{AC}$$

Seno se escribe sen

Nos faltan tres funciones; pero antes de seguir adelante, conviene dejar sentado lo que se entiende por número inverso de otro.

El número inverso a uno dado es el resultado de dividir la unidad entre dicho número. Así, el número inverso de 7 es 1/7; y como podemos considerar en forma de quebrado a todo número, suponiéndolo dividido por la unidad (7, por ejemplo, es igual a 7/1), resultará que el inverso de cualquier número es el resultado de invertir la fracción que lo representa.

Coseno se escribe cos

Una cantidad cualquiera que representamos por letras, como hemos hecho con las funciones trigonométricas estudiadas, tiene su inverso en el resultado de dividir al revés: el número de abajo arriba y el de arriba abajo.

Tangente se escribe tg

Por ejemplo: el inverso de M/N será N/M, de la misma forma que el inverso de 7/1 (7 enteros) era 1/7.

¡Pues resulta que las funciones trigonométricas restantes (cotangente, secante y cosecante) son los números inversos de la tangente, coseno y seno respectivamente!

Cotangente se escribe cotg

$$\text{cotg } C = \frac{AC}{AB} \quad \text{o bien, cotg } C = \frac{1}{\text{tag } C}$$

LA COTANGENTE ES EL INVERSO DE LA TANGENTE.

Secante se escribe sec

$$\sec C = \frac{BC}{AC} \quad \text{o bien, } \sec C = \frac{1}{\cos C}$$

LA SECANTE ES EL INVERSO DEL COSENO.

Cosecante se escribe cosec

$$\text{cosec } C = \frac{BC}{AB} \quad \text{o bien, cosec } C = \frac{1}{\text{sen } C}$$

LA COSECANTE ES EL INVERSO DEL SENO.

¡Ya está! Parece que no es tan difícil como nos habíamos imaginado, ¿no es cierto?... Sin embargo, no confíe demasiado. Es difícil retener de memoria las definiciones de estas funciones trigonométricas con las que nos será posible resolver cualquier triángulo. Pero debe usted hacer un

esfuerzo y llegar a saber de memoria qué es el seno, el coseno, la tangente, la cotangente, la secante y la cosecante de un ángulo no recto que forma parte de un triángulo rectángulo.

Por ejemplo: ¿sería usted capaz ahora, aunque sea consultando lo dicho anteriormente, de decirme cuáles son las funciones trigonométricas del ángulo en B del triángulo sobre el que hemos estado estudiando?...

DADO UN ANGULO CUALQUIERA, MENOR DE 90°, HALLAR SUS FUNCIONES TRIGONOMETRICAS

Como hemos hecho ya varias veces, vamos a agradecer el trabajo de los que antes se han estrujado los sesos por nosotros; y aprovechándonos de sus privilegiadas inteligencias, diremos que encontrar las funciones trigonométricas de un ángulo cualquiera menor de 90°, se logra mediante unas tablas especiales que encontrará en esta misma lección al dar la vuelta a esta página.

Tiene usted dos tablas: una para hallar el seno y el coseno y otra para hallar la tangente y la cotangente. No se dan tablas para hallar secantes y cosecantes, por dos razones:

Primera, porque raramente se usan estas dos funciones; y

Segunda, porque, en caso de necesitarlas, basta hallar el seno y el coseno y buscar su inverso.

Para aprender el manejo de estas tablas, nos propondremos un ejemplo práctico. Como el manejo es siempre el mismo, su comprensión será más directa. Supongamos que nos interesa encontrar las funciones trigonométricas de un ángulo de 37° 10'.

El seno. — Tome usted la tabla de senos y cosenos. En la columna de la izquierda y empezando de arriba hacia abajo, encontrará usted los 37°. En la parte superior de la tabla, busque los 10'. En la intersección de la hilera de los 37° y la columna perteneciente a los 10', encontrará usted la casilla que contiene el valor del seno del ángulo de 37° 10'. Luego, podemos escribir que:

$$\text{sen } 37^\circ\ 10' = 0'604$$

Coseno. — Utilice la misma tabla, pero buscando los grados en la columna de la derecha y los minutos en la parte inferior de la tabla. Deberá buscar los grados y minutos en la parte opuesta a la del seno encontrado anteriormente. Igual que antes, en la casilla que representa la intersección de la hilera de los 37° con la columna de los 10', encontrará el valor del coseno.

$$\cos 37^\circ\ 10' = 0'797$$

Tangente. — Tome la tabla para tangentes y cotangentes. Para la tangente los grados se buscan en la columna de la izquierda y los minutos en la parte superior. Procedemos de la forma acostumbrada y encontramos la casilla intersección entre la hilera de los 37° y la columna de los 10'.

$$\text{tag } 37^\circ\ 10' = 0'758$$

Cotangente. — Utilice la misma tabla que para la tangente, pero buscando los grados en la columna de la derecha y los minutos en la parte

inferior de la tabla. La mecánica es la misma que para los cosenos, ¿recuerda? En la intersección de la hilera de los 37° y la columna de los 10', encontrará el valor buscado:

$$\text{cotg } 37^\circ\ 10' = 1'319$$

SECANTE. — Sabiendo que la secante de un ángulo es el inverso de su coseno, nada más fácil que encontrarla. Buscamos primero el coseno, que en nuestro caso sabemos que es 0'797, y hallamos su inverso:

$$\sec 37^\circ\ 10' = \frac{1}{0'797} = 1'254$$

COSECANTE. — Es el inverso del seno. Luego, sabiendo que el seno de nuestro ángulo es 0'604, tendremos:

$$\text{cosec } 37^\circ\ 10' = \frac{1}{0'604} = 1'655$$

RELACION ENTRE SENOS, COSENOS, TANGENTES Y COTANGENTES

Es importante hacerle observar el hecho de que la tangente, además de ser el resultado de dividir el cateto opuesto al ángulo de que se trate por el otro cateto, es también el resultado de dividir el seno por el coseno. Es decir, que:

$$\text{tg} = \frac{\text{sen}}{\cos}$$

En efecto, en el ejemplo que nos sirve de estudio hemos visto que el valor del seno C es: $\text{sen } C = \frac{AB}{BC}$ y el del coseno: $\cos C = \frac{AC}{BC}$, pues bien, si dividimos el uno por el otro tendremos:

$$\frac{AB}{BC} : \frac{AC}{BC} = \frac{AB \times BC}{AC \times BC} = \frac{AB}{AC}$$

y $\frac{AB}{AC}$ ¿no es precisamente la definición que dimos de tangente?

En cuanto a la cotangente, que, como usted ya sabe, es la inversa de la tangente, esto es: $\text{cotg } C = \frac{AC}{BC}$, podemos, por análogo razonamiento, escribir:

$$\text{cotg} = \frac{\cos}{\text{sen}}$$

La cotangente es el resultado de dividir el coseno por el seno.

Vea a continuación las tablas trigonométricas (págs. 421 a 424).

TABLA DE FUNCIONES TRIGONOMETRICAS

SENO

	0'	5'	10'	15'	20'	25'	30'	35'	40'	45'	50'	55'	60'	
0°	0,000	0,001	0,003	0,004	0,006	0,007	0,009	0,010	0,012	0,013	0,015	0,016	0,017	89°
1°	0,017	0,019	0,020	0,022	0,023	0,025	0,026	0,028	0,029	0,030	0,032	0,033	0,035	88°
2°	0,035	0,036	0,038	0,039	0,041	0,042	0,044	0,045	0,047	0,048	0,049	0,051	0,052	87°
3°	0,052	0,054	0,055	0,057	0,058	0,060	0,061	0,062	0,064	0,065	0,067	0,068	0,070	86°
4°	0,070	0,071	0,073	0,074	0,076	0,077	0,078	0,080	0,081	0,083	0,084	0,086	0,087	85°
5°	0,087	0,089	0,090	0,091	0,093	0,094	0,096	0,097	0,099	0,100	0,102	0,103	0,105	84°
6°	0,105	0.106	0,107	0,109	0,110	0,112	0,113	0,115	0,116	0,117	0,119	0,120	0,122	83°
7°	0,122	0,123	0,125	0,126	0,128	0,129	0,131	0,132	0,133	0,135	0,136	0,138	0,139	82°
8°	0,139	0,141	0,142	0,143	0,145	0,146	0,148	0,149	0,151	0,152	0,154	0,155	0,156	81°
9°	0,156	0,158	0,159	0,161	0,162	0,164	0,165	0,166	0,168	0,169	0,171	0,172	0,174	80°
10°	0,174	0,175	0,177	0,178	0,179	0,181	0,182	0,184	0,185	0,186	0,188	0,189	0,191	79°
11°	0,191	0,192	0,194	0,195	0,197	0,198	0,199	0,201	0,202	0,204	0,205	0,206	0,208	78°
12°	0,208	0,209	0,211	0,212	0,214	0,215	0,216	0,218	0,219	0,221	0,222	0,223	0,225	77°
13°	0,225	0,226	0,228	0,229	0,231	0,232	0,233	0,235	0,236	0,238	0,239	0,240	0,242	76°
14°	0,242	0,243	0,245	0,246	0,248	0,249	0,250	0,252	0,253	0,255	0,256	0,257	0,259	75°
15°	0,259	0,260	0,262	0,263	0,264	0,266	0,267	0,269	0,270	0,271	0,273	0,274	0,276	74°
16°	0,276	0,277	0,278	0,280	0,281	0,283	0,284	0,285	0,287	0,288	0,290	0,291	0,292	73°
17°	0,292	0,294	0,295	0,296	0,298	0,299	0,301	0,302	0,303	0,305	0,306	0,308	0,309	72°
18°	0,309	0,310	0,312	0,313	0,315	0,316	0,317	0,319	0,320	0,321	0,323	0,324	0,326	71°
19°	0,326	0,327	0,328	0,330	0,331	0,332	0,334	0,335	0,337	0,338	0,339	0,341	0,342	70°
20°	0,342	0,343	0,345	0,346	0,347	0,349	0,350	0,352	0,353	0,354	0,356	0,357	0,358	69°
21°	0,358	0,360	0,361	0,362	0,364	0,365	0,367	0,368	0,369	0,371	0,372	0,373	0,375	68°
22°	0,375	0,376	0,377	0,379	0,380	0,381	0,383	0,384	0,385	0,387	0,388	0,389	0,391	67°
23°	0,391	0,392	0,393	0,395	0,396	0,397	0,399	0,400	0,401	0,403	0,404	0,405	0,407	66°
24°	0,407	0,408	0,409	0,411	0,412	0,413	0,415	0,416	0,417	0,419	0,420	0,421	0,423	65°
25°	0,423	0,424	0,425	0,427	0,428	0,429	0,431	0,432	0,433	0,434	0,436	0,437	0,438	64°
26°	0,438	0,440	0,441	0,442	0,444	0,445	0,446	0,447	0,449	0,450	0,451	0,453	0,454	63°
27°	0,454	0,455	0,457	0,458	0,459	0,460	0,462	0,463	0,464	0,466	0,467	0,468	0,469	62°
28°	0,469	0,471	0,472	0,473	0,475	0,476	0,477	0,478	0,480	0,481	0,482	0,483	0,485	61°
29°	0,485	0,486	0,487	0,489	0,490	0,491	0,492	0,494	0,495	0,496	0,497	0,499	0,500	60°
30°	0,500	0,501	0,503	0,504	0,505	0,506	0,508	0,509	0,510	0,511	0,513	0,514	0,515	59°
31°	0,515	0,516	0,518	0,519	0,520	0,521	0,522	0,524	0,525	0,526	0,527	0,529	0,530	58°
32°	0,530	0,531	0,532	0,534	0,535	0,536	0,537	0,538	0,540	0,541	0,542	0,543	0,545	57°
33°	0,545	0,546	0,547	0,548	0,550	0,551	0,552	0,553	0,554	0,556	0,557	0,558	0,559	56°
34°	0,559	0,560	0,562	0,563	0,564	0,565	0,566	0,568	0,569	0,570	0,571	0,572	0,574	55°
35°	0,574	0,575	0,576	0,577	0,578	0,579	0,581	0,582	0,583	0,584	0,585	0,587	0,588	54°
36°	0,588	0,589	0,590	0,591	0,592	0,594	0,595	0,596	0,597	0,598	0,599	0,601	0,602	53°
37°	0,602	0,603	0,604	0,605	0,606	0,608	0,609	0,610	0,611	0,612	0,613	0,614	0,616	52°
38°	0,616	0,617	0,618	0,619	0,620	0,621	0,623	0,624	0,625	0,626	0,627	0,628	0,629	51°
39°	0,629	0,630	0,632	0,633	0,634	0,635	0,636	0,637	0,638	0,639	0,641	0,642	0,643	50°
40°	0,643	0,644	0,645	0,646	0,647	0,648	0,649	0,650	0,652	0,653	0,654	0,655	0,656	49°
41°	0,656	0,657	0,658	0,659	0,660	0,661	0,663	0,664	0,665	0,666	0,667	0,668	0,669	48°
42°	0,669	0,670	0,671	0,672	0,673	0,674	0,676	0,677	0,678	0,679	0,680	0,681	0,682	47°
43°	0,682	0,683	0,684	0,685	0,686	0,687	0,688	0,689	0,690	0,691	0,693	0,694	0,695	46°
44°	0,695	0,696	0,697	0,698	0,699	0,700	0,701	0,702	0,703	0,704	0,705	0,706	0,707	45°
45°	0,707	0,708	0,709	0,710	0,711	0,712	0,713	0,714	0,715	0,716	0,717	0,718	0,719	44°
	60'	55'	50'	45'	40'	35'	30'	25'	20'	15'	10'	5'	0'	

COSENO

TABLA DE FUNCIONES TRIGONOMETRICAS

SENO

	0'	5'	10'	15'	20'	25'	30'	35'	40'	45'	50'	55'	60'	
46°	0,719	0,720	0,721	0,722	0,723	0,724	0,725	0,726	0,727	0,728	0,729	0,730	0,731	43°
47°	0,731	0,732	0,733	0,734	0,735	0,736	0,737	0,738	0,739	0,740	0,741	0,742	0,743	42°
48°	0,743	0,744	0,745	0,746	0,747	0,748	0,749	0,750	0,751	0,752	0,753	0,754	0,755	41°
49°	0,755	0,756	0,757	0,758	0,759	0,760	0,760	0,761	0,762	0,763	0,764	0,765	0,766	40°
50°	0,766	0,767	0,768	0,769	0,770	0,771	0,772	0,772	0,773	0,774	0,775	0,776	0,777	39°
51°	0,777	0,778	0,779	0,780	0,781	0,782	0,783	0,783	0,784	0,785	0,786	0,787	0,788	38°
52°	0,788	0,789	0,790	0,791	0,792	0,792	0,793	0,794	0,795	0,796	0,797	0,798	0,799	37°
53°	0,799	0,799	0,800	0,801	0,802	0,803	0,804	0,805	0,806	0,806	0,807	0,808	0,809	36°
54°	0,809	0,810	0,811	0,812	0,812	0,813	0,814	0,815	0,816	0,817	0,817	0,818	0,819	35°
55°	0,819	0,820	0,821	0,822	0,822	0,823	0,824	0,825	0,826	0,827	0,827	0,828	0,829	34°
56°	0,829	0,830	0,831	0,831	0,832	0,833	0,834	0,835	0,835	0,836	0,837	0,838	0,839	33°
57°	0,839	0,839	0,840	0,841	0,842	0,843	0,843	0,844	0,845	0,846	0,847	0,847	0,848	32°
58°	0,848	0,849	0,850	0,850	0,851	0,852	0,853	0,853	0,854	0,855	0,856	0,856	0,857	31°
50°	0,857	0,858	0,859	0,859	0,860	0,861	0,862	0,862	0,863	0,864	0,865	0,865	0,866	30°
60°	0,866	0,867	0,867	0,868	0,869	0,870	0,870	0,871	0,872	0,872	0,873	0,874	0,875	29°
61°	0,875	0,875	0,876	0,877	0,877	0,878	0,879	0,879	0,880	0,881	0,882	0,882	0,883	28°
62°	0,883	0,884	0,884	0,885	0,886	0,886	0,887	0,888	0,888	0,889	0,890	0,890	0,891	27°
63°	0,891	0,892	0,892	0,893	0,894	0,894	0,895	0,896	0,896	0,897	0,898	0,898	0,899	26°
64°	0,899	0,899	0,900	0,901	0,901	0,902	0,903	0,903	0,904	0,904	0,905	0,906	0,906	25°
65°	0,906	0,907	0,908	0,908	0,909	0,909	0,910	0,911	0,911	0,912	0,912	0,913	0,914	24°
66°	0,914	0,914	0,915	0,915	0,916	0,916	0,917	0,918	0,918	0,919	0,919	0,920	0,921	23°
67°	0,921	0,921	0,922	0,922	0,923	0,923	0,924	0,924	0,925	0,925	0,926	0,927	0,927	22°
68°	0,927	0,928	0,928	0,929	0,929	0,930	0,930	0,931	0,931	0,932	0,933	0,933	0,934	21°
69°	0,934	0,934	0,935	0,935	0,936	0,936	0,937	0,937	0,938	0,938	0,939	0,939	0,940	20°
70°	0,940	0,940	0,941	0,941	0,942	0,942	0,943	0,943	0,944	0,944	0,945	0,945	0,946	19°
71°	0,946	0,946	0,946	0,947	0,947	0,948	0,948	0,949	0,949	0,950	0,950	0,951	0,951	18°
72°	0,951	0,951	0,952	0,952	0,953	0,953	0,954	0,954	0,955	0,955	0,955	0,956	0,956	17°
73°	0,956	0,957	0,957	0,958	0,958	0,958	0,959	0,959	0,960	0,960	0,960	0,961	0,961	16°
74°	0,961	0,962	0,962	0,962	0,963	0,963	0,964	0,964	0,964	0,965	0,965	0,965	0,966	15°
75°	0,966	0,966	0,967	0,967	0,967	0,968	0,968	0,968	0,969	0,969	0,970	0,970	0,970	14°
76°	0,970	0,971	0,971	0,971	0,972	0,972	0,972	0,973	0,973	0,973	0,974	0,974	0,974	13°
77°	0,974	0,975	0,975	0,975	0,976	0,976	0,976	0,977	0,977	0,977	0,978	0,978	0,978	12°
78°	0,978	0,978	0,979	0,979	0,979	0,980	0,980	0,980	0,981	0,981	0,981	0,981	0,982	11°
79°	0,982	0,982	0,982	0,982	0,983	0,983	0,983	0,983	0,984	0,984	0,984	0,984	0,985	10°
80°	0,985	0,985	0,985	0,986	0,986	0,986	0,986	0,986	0,987	0,987	0,987	0,987	0,988	9°
81°	0,988	0,988	0,988	0,988	0,989	0,989	0,989	0,989	0,989	0,990	0,990	0,990	0,990	8°
82°	0,990	0,990	0,991	0,991	0,991	0,991	0,991	0,992	0,992	0,992	0,992	0,922	0,993	7°
83°	0,993	0,993	0,993	0,993	0,993	0,993	0,994	0,994	0,994	0,994	0,994	0,994	0,995	6°
84°	0,995	0,995	0,995	0,995	0,995	0,995	0,995	0,995	0,996	0,996	0,996	0,996	0,996	5°
85°	0,996	0,996	0,996	0,997	0,997	0,997	0,997	0,997	0,997	0,997	0,997	0,997	0,998	4°
86°	0,998	0,998	0,998	0,998	0,998	0,998	0,998	0,998	0,998	0,998	0,998	0,998	0,999	3°
87°	0,999	0,999	0,999	0,999	0,999	0,999	0,999	0,999	0,999	0,999	0,999	0,999	0,999	2°
88°	0,999	0,999	0,999	0,999	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1°
89°	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0°
	60'	55'	50'	45'	40'	35'	30'	25'	20'	15'	10'	5'	0'	

COSENO

TABLA DE FUNCIONES TRIGONOMETRICAS

TANGENTE

	0'	5'	10'	15'	20'	25'	30'	35'	40'	45'	50'	55'	60'	
0°	0,000	0,001	0,003	0,004	0,006	0,007	0,009	0,010	0,012	0,013	0,015	0,016	0,017	89°
1°	0,017	0,019	0,020	0,022	0,023	0,025	0,026	0,028	0,029	0,030	0,032	0,033	0,035	88°
2°	0,035	0,036	0,038	0,039	0,041	0,042	0,044	0,045	0,047	0,048	0,049	0,051	0,052	87°
3°	0,052	0,054	0,055	0,057	0,058	0,060	0,061	0,063	0,064	0,065	0,067	0,068	0,070	86°
4°	0,070	0,071	0,073	0,074	0,076	0,077	0,079	0,080	0,082	0,083	0,085	0,086	0,087	85°
5°	0,087	0,089	0,090	0,092	0,093	0,095	0,096	0,098	0,099	0,101	0,102	0,104	0,105	84°
6°	0,105	0,107	0,108	0,109	0,111	0,112	0,114	0,115	0,117	0,118	0,120	0,121	0,123	83°
7°	0,123	0,124	0,126	0,127	0,129	0,130	0,132	0,133	0,135	0,136	0,138	0,139	0,141	82°
8°	0,141	0,142	0,144	0,145	0,146	0,148	0,149	0,151	0,152	0,154	0,155	0,157	0,158	81°
9°	0,158	0,160	0,161	0,163	0,164	0,166	0,167	0,169	0,170	0,172	0,173	0,175	0,176	80°
10°	0,176	0,178	0,179	0,181	0,182	0,184	0,185	0,187	0,188	0,190	0,191	0,193	0,194	79°
11°	0,194	0,196	0,197	0,199	0,200	0,202	0,203	0,205	0,206	0,208	0,210	0,211	0,213	78°
12°	0,213	0,214	0,216	0,217	0,219	0,220	0,222	0,223	0,225	0,226	0,228	0,229	0,231	77°
13°	0,231	0,232	0,234	0,235	0,237	0,238	0,240	0,242	0,243	0,245	0,246	0,248	0,249	76°
14°	0,249	0,251	0,252	0,254	0,256	0,257	0,259	0,260	0,262	0,263	0,265	0,266	0,268	75°
15°	0,268	0,269	0,271	0,273	0,274	0,276	0,277	0,279	0,280	0,282	0,284	0,285	0,287	74°
16°	0,287	0,288	0,290	0,291	0,293	0,295	0,296	0,298	0,299	0,301	0,303	0,304	0,306	73°
17°	0,306	0,307	0,309	0,310	0,312	0,314	0,315	0,317	0,318	0,320	0,322	0,323	0,325	72°
18°	0,325	0,326	0,328	0,330	0,331	0,333	0,335	0,336	0,338	0,339	0,341	0,343	0,344	71°
19°	0,344	0,346	0,348	0,349	0,351	0,352	0,354	0,356	0,357	0,359	0,361	0,362	0,364	70°
20°	0,364	0,366	0,367	0,369	0,371	0,372	0,374	0,375	0,377	0,379	0,381	0,382	0,384	69°
21°	0,384	0,385	0,387	0,389	0,391	0,392	0,394	0,396	0,397	0,399	0,401	0,402	0,404	68°
22°	0,404	0,406	0,407	0,409	0,411	0,412	0,414	0,416	0,418	0,419	0,421	0,423	0,424	67°
23°	0,424	0,426	0,428	0,430	0,431	0,433	0,435	0,436	0,438	0,440	0,442	0,443	0,445	66°
24°	0,445	0,447	0,449	0,450	0,452	0,454	0,456	0,457	0,459	0,461	0,463	0,464	0,466	65°
25°	0,466	0,468	0,470	0,472	0,473	0,475	0,477	0,479	0,481	0,482	0,484	0,486	0,488	64°
26°	0,488	0,489	0,491	0,493	0,495	0,497	0,499	0,500	0,502	0,504	0,506	0,508	0,510	63°
27°	0,510	0,511	0,513	0,515	0,517	0,519	0,521	0,522	0,524	0,526	0,528	0,530	0,532	62°
28°	0,532	0,534	0,535	0,537	0,539	0,541	0,543	0,545	0,547	0,549	0,551	0,552	0,554	61°
29°	0,554	0,556	0,558	0,560	0,562	0,564	0,566	0,568	0,570	0,571	0,573	0,575	0,577	60°
30°	0,577	0,579	0,581	0,583	0,585	0,587	0,589	0,591	0,593	0,595	0,597	0,599	0,601	59°
31°	0,601	0,603	0,605	0,607	0,609	0,611	0,613	0,615	0,617	0,619	0,621	0,623	0,625	58°
32°	0,625	0,627	0,629	0,631	0,633	0,635	0,637	0,639	0,641	0,643	0,645	0,647	0,649	57°
33°	0,649	0,651	0,654	0,656	0,658	0,660	0,662	0,664	0,666	0,668	0,670	0,672	0,675	56°
34°	0,675	0,677	0,679	0,681	0,683	0,685	0,687	0,689	0,692	0,694	0,696	0,698	0,700	55°
35°	0,700	0,702	0,705	0,707	0,709	0,711	0,713	0,715	0,718	0,720	0,722	0,724	0,727	54°
36°	0,727	0,729	0,731	0,733	0,735	0,738	0,740	0,742	0,744	0,747	0,749	0,751	0,754	53°
37°	0,754	0,756	0,758	0,760	0,763	0,765	0,767	0,770	0,772	0,774	0,777	0,779	0,781	52°
38°	0,781	0,784	0,786	0,788	0,791	0,793	0,795	0,798	0,800	0,803	0,805	0,807	0,810	51°
39°	0,810	0,812	0,815	0,817	0,819	0,822	0,824	0,827	0,829	0,832	0,834	0,837	0,839	50°
40°	0,839	0,842	0,844	0,847	0,849	0,852	0,854	0,857	0,859	0,862	0,864	0,867	0,869	49°
41°	0,869	0,872	0,874	0,877	0,880	0,882	0,885	0,887	0,890	0,892	0,895	0,898	0,900	48°
42°	0,900	0,903	0,906	0,908	0,911	0,914	0,916	0,919	0,922	0,924	0,927	0,930	0,933	47°
43°	0,933	0,935	0,938	0,941	0,943	0,946	0,949	0,952	0,955	0,957	0,960	0,963	0,966	46°
44°	0,966	0,968	0,971	0,974	0,977	0,980	0,983	0,986	0,988	0,991	0,994	0,997	1,000	45°
45°	1,000	1,003	1,006	1,009	1,012	1,015	1,018	1,021	1,024	1,027	1,030	1,033	1,036	44°
	60'	55'	50'	45'	40'	35'	30'	25'	20'	15'	10'	5'	0'	

COTANGENTE

TABLA DE FUNCIONES TRIGONOMETRICAS

TANGENTE

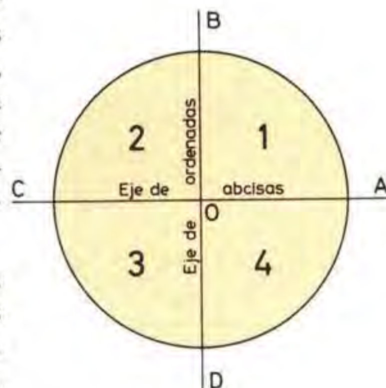
	0'	5'	10'	15'	20'	25'	30'	35'	40'	45'	50'	55'	60'	
46°	1,036	1,038	1,042	1,045	1,048	1,051	1,054	1,057	1,060	1,063	1,066	1,069	1,072	43°
47°	1,072	1,075	1,079	1,082	1,085	1,088	1,091	1,094	1,098	1,101	1,104	1,107	1,111	42°
48°	1,111	1,114	1,117	1,120	1,124	1,127	1,130	1,134	1,137	1,140	1,144	1,147	1,150	41°
49°	1,150	1,154	1,157	1,161	1,164	1,167	1,171	1,174	1,178	1,181	1,185	1,188	1,192	40°
50°	1,192	1,195	1,199	1,202	1,206	1,209	1,213	1,217	1,220	1,224	1,228	1,231	1,235	39°
51°	1,235	1,239	1,242	1,246	1,250	1,253	1,257	1,261	1,265	1,268	1,272	1,276	1,280	38°
52°	1,280	1,284	1,288	1,291	1,295	1,299	1,303	1,307	1,311	1,315	1,319	1,323	1,327	37°
53°	1,327	1,331	1,335	1,339	1,343	1,347	1,351	1,355	1,360	1,364	1,368	1,372	1,376	36°
54°	1,376	1,381	1,385	1,389	1,393	1,398	1,402	1,406	1,411	1,415	1,419	1,424	1,428	35°
55°	1,428	1,433	1,437	1,441	1,446	1,450	1,455	1,459	1,464	1,469	1,473	1,478	1,483	34°
56°	1,483	1,487	1,492	1,497	1,501	1,506	1,511	1,516	1,520	1,525	1,530	1,535	1,540	33°
57°	1,540	1,545	1,550	1,555	1,560	1,565	1,570	1,575	1,580	1,585	1,590	1,595	1,600	32°
58°	1,600	1,605	1,611	1,616	1,621	1,626	1,632	1,637	1,643	1,648	1,653	1,659	1,664	31°
59°	1,664	1,670	1,675	1,681	1,686	1,692	1,698	1,703	1,709	1,715	1,720	1,726	1,732	30°
60°	1,732	1,738	1,744	1,750	1,756	1,761	1,767	1,773	1,780	1,786	1,792	1,798	1,804	29°
61°	1,804	1,810	1,816	1,823	1,829	1,835	1,842	1,848	1,855	1,861	1,868	1,874	1,881	28°
62°	1,881	1,887	1,894	1,901	1,907	1,914	1,921	1,928	1,935	1,942	1,949	1,956	1,963	27°
63°	1,963	1,970	1,977	1,984	1,991	1,998	2,006	2,013	2,020	2,028	2,035	2,043	2,050	26°
64°	2,050	2,058	2,066	2,073	2,081	2,089	2,097	2,104	2,112	2,120	2,128	2,136	2,145	25°
65°	2,145	2,153	2,161	2,169	2,177	2,186	2,194	2,203	2,211	2,220	2,229	2,237	2,246	24°
66°	2,246	2,255	2,264	2,273	2,282	2,291	2,300	2,309	2,318	2,328	2,337	2,346	2,356	23°
67°	2,356	2,365	2,375	2,385	2,394	2,404	2,414	2,424	2,434	2,444	2,455	2,465	2,475	22°
68°	2,475	2,485	2,496	2,506	2,517	2,528	2,539	2,549	2,560	2,571	2,583	2,594	2,605	21°
69°	2,605	2,616	2,628	2,639	2,651	2,663	2,675	2,686	2,699	2,711	2,723	2,735	2,747	20°
70°	2,747	2,760	2,773	2,785	2,798	2,811	2,824	2,837	2,850	2,864	2,877	2,890	2,904	19°
71°	2,904	2,918	2,932	2,946	2,960	2,974	2,989	3,003	3,018	3,033	3,047	3,062	3,078	18°
72°	3,078	3,093	3,108	3,124	3,140	3,156	3,172	3,188	3,204	3,220	3,237	3,254	3,271	17°
73°	3,271	3,288	3,305	3,323	3,340	3,358	3,376	3,394	3,412	3,431	3,450	3,468	3,487	16°
74°	3,487	3,507	3,526	3,546	3,566	3,586	3,606	3,626	3,647	3,668	3,689	3,710	3,732	15°
75°	3,732	3,754	3,776	3,798	3,821	3,844	3,867	3,890	3,914	3,937	3,962	3,986	4,011	14°
76°	4,011	4,036	4,061	4,087	4,113	4,139	4,165	4,192	4,219	4,247	4,275	4,303	4,331	13°
77°	4,331	4,360	4,390	4,419	4,449	4,480	4,511	4,542	4,574	4,606	4,638	4,671	4,705	12°
78°	4,705	4,738	4,773	4,808	4,843	4,879	4,915	4,952	4,989	5,027	5,066	5,105	5,145	11°
79°	5,145	5,185	5,226	5,267	5,309	5,352	5,396	5,440	5,485	5,530	5,576	5,623	5,671	10°
80°	5,671	5,720	5,769	5,820	5,871	5,923	5,976	6,030	6,084	6,140	6,197	6,255	6,314	9°
81°	6,314	6,374	6,435	6,497	6,561	6,625	6,691	6,758	6,827	6,897	6,968	7,041	7,115	8°
82°	7,115	7,191	7,269	7,348	7,429	7,511	7,596	7,682	7,770	7,861	7,953	8,048	8,144	7°
83°	8,144	8,243	8,345	8,449	8,556	8,665	8,777	8,892	9,010	9,131	9,255	9,383	9,514	6°
84°	9,514	9,649	9,788	9,931	10,08	10,23	10,39	10,55	10,71	10,88	11,06	11,24	11,43	5°
85°	11,43	11,62	11,83	12,03	12,25	12,47	12,71	12,95	13,20	13,46	13,73	14,01	14,30	4°
86°	14,30	14,61	14,92	15,26	15,60	15,97	16,35	16,75	17,17	17,61	18,07	18,56	19,08	3°
87°	19,08	19,63	20,21	20,82	21,47	22,16	22,90	23,69	24,54	25,45	26,43	27,49	28,64	2°
88°	28,64	29,88	31,24	32,73	34,37	36,18	38,19	40,44	42,96	45,83	49,10	52,88	57,29	1°
89°	57,29	62,50	68,75	76,39	85,94	98,22	114,6	137,5	171,9	229,2	343,8	687,5	∞	0°
	60'	55'	50'	45'	40'	35'	30'	25'	20'	15'	10'	5'	0'	

COTANGENTE

CIRCULO TRIGONOMETRICO

Sabemos ya en qué consisten las razones trigonométricas, faltándonos ahora conocer las variaciones de valor que pueden experimentar, ya que los arcos y, por tanto, los ángulos que relacionan no se limitan hasta una abertura de 90º. Como usted sabe muy bien, los ángulos pueden variar hasta alcanzar el valor de 2 π, esto es, el de todo el círculo (360 grados).

Por esta razón nos valemos del llamado círculo trigonométrico, que es un círculo como cualquier otro, pero cuyo radio tiene siempre valor unidad, y en el cual alrededor de su centro 0 podemos desarrollar todos los ángulos. Por este centro 0 hacemos pasar dos rectas diametrales, perpendiculares entre sí, que lo divide en cuatro cuadrantes. La línea vertical (B-D) se denomina eje de ordenadas y la horizontal A-C eje de abcisas, constituyendo entre las dos el eje de coordenadas. Le rogamos preste mucha atención a estas denominaciones, pues en numerosas ocasiones haremos mención de ellas.



Los arcos de este círculo y, por consiguiente, los ángulos comienzan a contarse siempre a partir del punto A y en sentido contrario a las agujas del reloj. Por tanto, en el punto A no existe ángulo alguno (0º), pero en el punto B, fin del primer cuadrante, el ángulo será ya de 90º, en el punto C, fin del segundo cuadrante, tendrá un valor de 180º, en el punto D, 270º; hasta completar el círculo completo en A, una vez cubiertos los 360º.

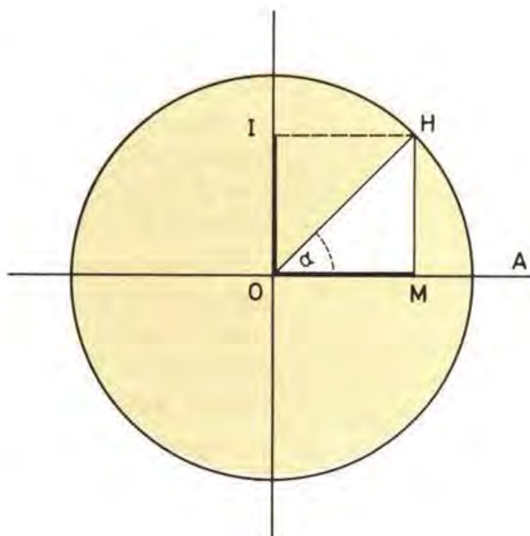
Traslademos ahora las razones trigonométricas estudiadas al primer cuadrante del círculo trigonométrico, es decir, aquel que permite aberturas hasta 90º. Y veamos dos ejemplos ilustrativos. (Gráficos 1 y 2.)

Pero antes, para mayor comprensión, digamos que los senos se miden, en el círculo trigonométrico, sobre el eje de ordenadas, siendo positivos cuando se miden sobre el segmento O-B y negativos sobre O-D. Los cosenos se miden sobre el eje de abcisas, siendo positivos si se pueden medir sobre el segmento O-A y negativos sobre O-C.

Gráfico 1. — Sea un arco AH, cuyo ángulo x vamos a suponer es de 45º. En el triángulo O-H-M, el seno, por definición, es:

$$\text{Seno ángulo } \alpha = \frac{HM}{OH} = \frac{IO}{OH} = \frac{IO}{1} = IO.$$

El valor de I O, en este caso, es de 0'707. Véalo en las tablas.



El coseno en el mismo triángulo es:

$$\text{Cos. ángulo } \alpha = \frac{OM}{OH} = \frac{OM}{1} = OM.$$ El valor de O M es 0'707.

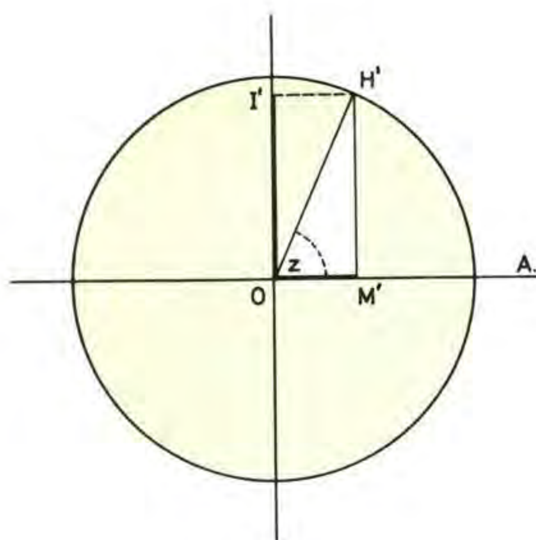


Gráfico 2. — Sea un arco AH' cuyo ángulo z supongamos es de 66°. En el triángulo OH'M' el seno es:

$$\text{seno ángulo } z = \frac{H'M'}{O\,H'} = \frac{I'O}{O\,H'} = \frac{I'O}{1} = I'O.$$

En el que vemos que el valor de I'O es *mayor* que I O del ejemplo anterior, aunque menor que el radio. Vea en las tablas su valor=0'914.

$$\text{El coseno ángulo } z = \frac{O\,M'}{O\,H'} = \frac{O\,M'}{1} = O\,M'.$$ El valor de O M' es aquí *menor* que O M; valor del cos. ángulo z = 0'407.

Lo que nos lleva a la conclusión de que en el primer cuadrante, o por mejor decir, para ángulos hasta 90°, el seno crece hasta alcanzar su valor máximo a los 90°, en cuyo caso, por ser igual al radio, decimos que tiene valor 1.

Por el contrario, el coseno, que en ángulo 0° es igual al radio (valor 1) va decreciendo hasta llegar a 0 precisamente a los 90°.

En resumen: Los senos son positivos de 0 a 90°, creciendo sus valores entre 0 y 1.

Los cosenos también son positivos entre 0 y 90°, decreciendo de 1 a 0. Haga la comprobación en las tablas.

Para conocer los valores de senos y cosenos en los restantes cuadrantes le rogamos preste atención a la lámina de la página siguiente. En ella puede ver que se dan estos resultados:

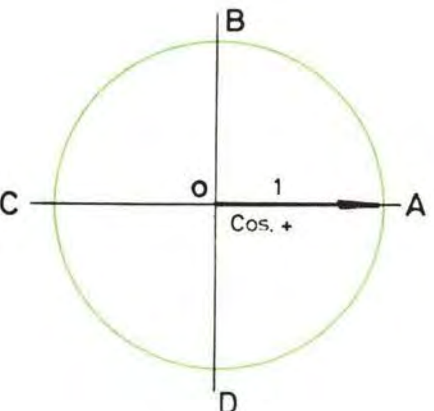
Segundo cuadrante (entre 90 y 180°): Los senos son positivos (se miden sobre el segmento O-B del eje de ordenadas) y decrecen desde 1 a 0. Los cosenos son negativos, se miden sobre el segmento O C (opuesto a O A) del eje de abcisas, y aumentan desde 0 hasta —1.

Tercer cuadrante (180 a 270°): Senos negativos —se miden sobre el segmento O D (opuesto al O B, del eje de ordenadas)—. Su valor crece negativamente desde 0 hasta —1. Cosenos negativos, se siguen midiendo sobre el segmento O C del eje de abcisas, valores negativos decrecientes desde —1 a 0.

Cuarto cuadrante (de 270 a 360°): Senos negativos (se miden sobre el segmento O-D del eje de ordenadas). Valores decrecientes desde —1 a 0. Cosenos positivos (se miden otra vez sobre el segmento O-A del eje de abcisas). Valores crecientes desde 0 a 1.

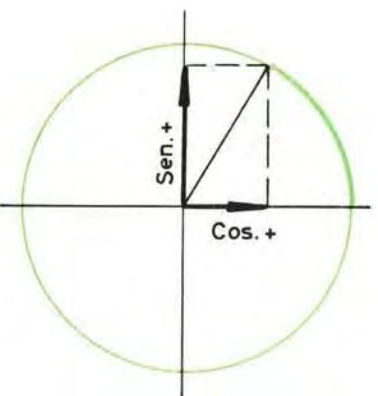
Angulo 0°

sen = 0
cos = +1



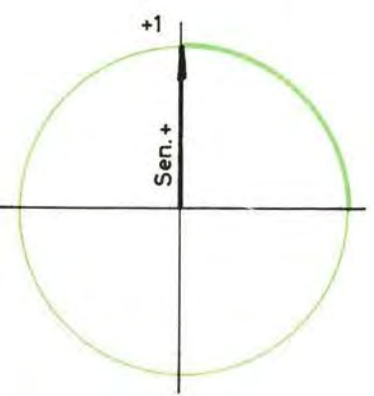
Angulo < 90°

sen (entre 0 y +1)
cos (entre +1 y 0)



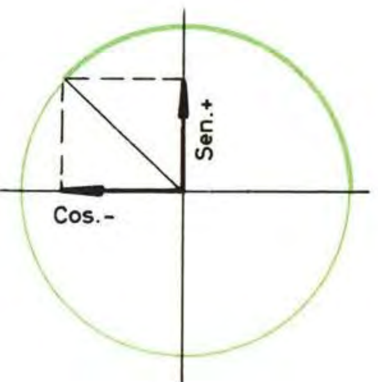
Angulo 90°

seno = + 1
cos = 0



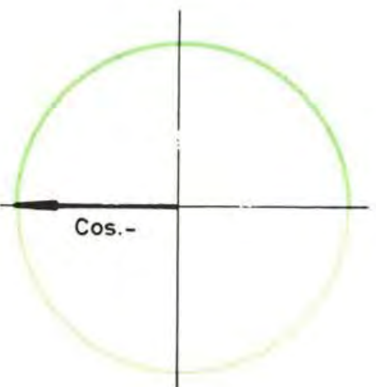
Angulo > 90°
< 180°

sen (entre + 1 y 0)
cos (entre 0 y − 1)



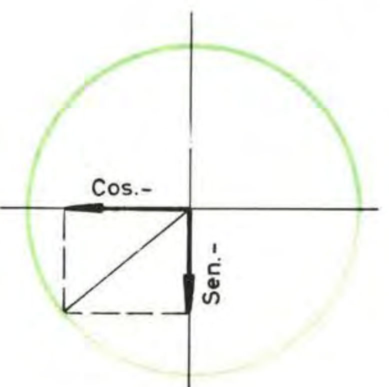
Angulo 180°

sen = 0
cos = 1



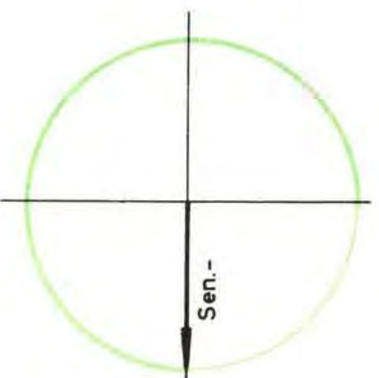
Angulo > 180°
< 270°

seno (entre 0 y −1)
cos (entre − 1 y 0)



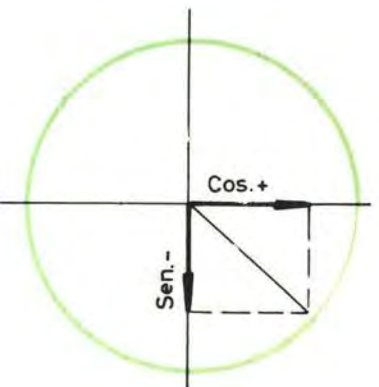
Angulo 270°

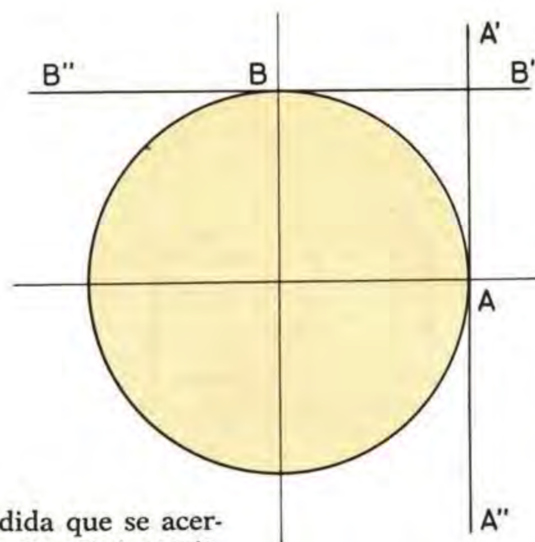
sen = − 1
cos = 0



Angulo > 270°
< 360°

sen (entre − 1 y 0)
cos (entre 0 y + 1)





Tangentes y cotangentes. — Las tangentes se cuentan siempre desde el punto A y vienen dadas por la distancia tangencial a dicho punto hasta su corte con la prolongación del diámetro del círculo que pasa por el extremo del arco dado.

La tangente es positiva cuando puede ser medida desde dicho punto A hacia arriba (A-A'), y negativas hacia abajo (A-A''). Dese cuenta, por ejemplo, que la tangente del ángulo de 45° tiene un valor de 1 (es igual al radio, gráficamente puede comprobarlo), siendo menor de 1 por debajo de esta abertura y mayor por encima, de suerte que a los 70° es ya de 2'747, creciendo de una manera extraordinaria a medida que se acerca a los 90°. Así, vemos que a los 89° es de 57'29, a los 89° 55' de 687'5, y a los 90°, infinito (cuyo signo representativo es ∞), puesto que la línea que debería cortar la tangente, en este caso la prolongación de O B, no la encuentra jamás.

La cotangente, siempre se mide a partir del punto B (90°) y viene dada por la distancia tangencial a dicho punto hasta su corte por la prolongación del diámetro del círculo que pasa por el extremo del arco dado.

La cotangente es positiva cuando se mida desde el susodicho punto B hacia la derecha (B-B') y negativa hacia la izquierda (B-B'').

Pasemos ahora al gráfico de la página siguiente (pág. 429) para conocer los valores de tangentes y cotangentes.

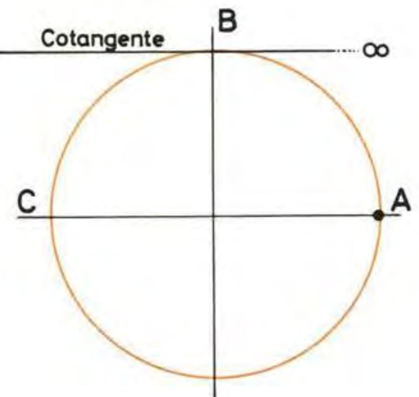
No hacemos mención de secantes y cosecantes por su escaso valor real en la resolución de problemas que puedan interesarnos, aunque también podamos decir lo mismo de la cotangente.

TABLA DE VALORES DE LAS RAZONES TRIGONOMETRICAS

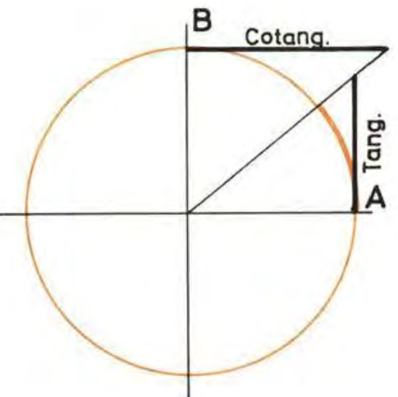
FUNCION	1.er Cuadrante 0° a 90°	2.° Cuadrante 90° a 180°	3.er Cuadrante 180° a 270°	4.° Cuadrante 270° a 360°
seno	positivo 0 a 1	positivo 1 a 0	negativo 0 a −1	negativo −1 a 0
coseno	positivo 1 a 0	negativo 0 a −1	negativo −1 a 0	positivo 0 a 1
tangente	positiva 0 a ∞	negativa −∞ a 0	positiva 0 a ∞	negativa −∞ a 0
cotangente	positiva ∞ a 0	negativa 0 a −∞	positiva ∞ a 0	negativa 0 a −∞

No hacemos mención de secantes y cosecantes por el simple hecho de su escaso uso.

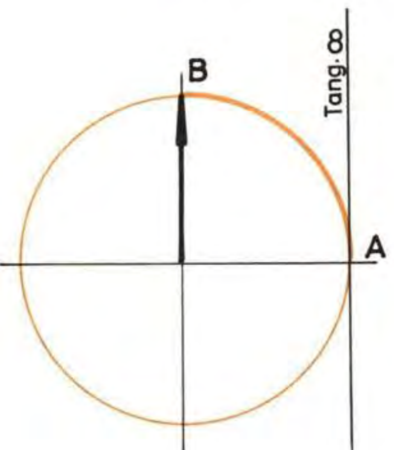
Angulo 0°
$tg = 0$
$cotg = \infty$



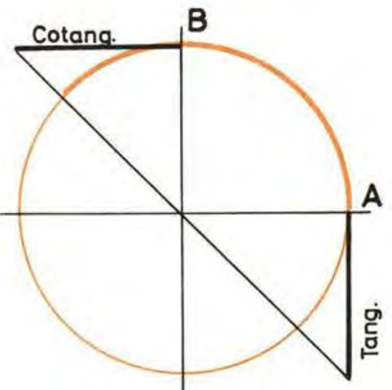
Angulo < 90°
tg entre 0 y $+\infty$
$cotg$ entre $+\infty$ y 0



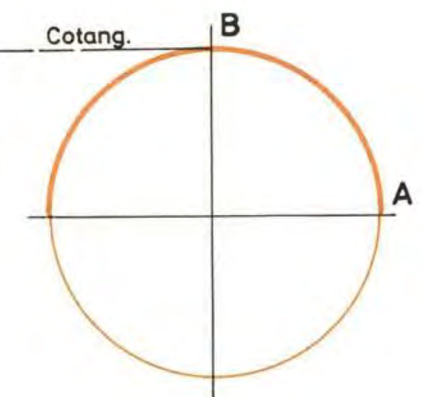
Angulo = 90°
$tg = \infty$
$cotg = 0$



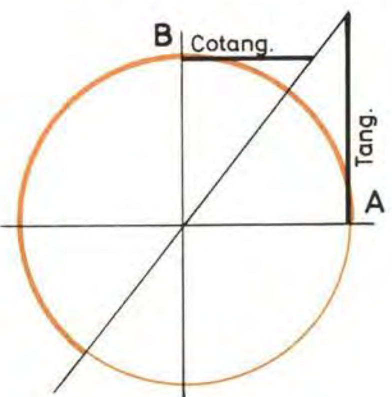
Angulo > 90° < 180°
tg entre $-\infty$ y 0
$cotg$ entre 0 y $-\infty$



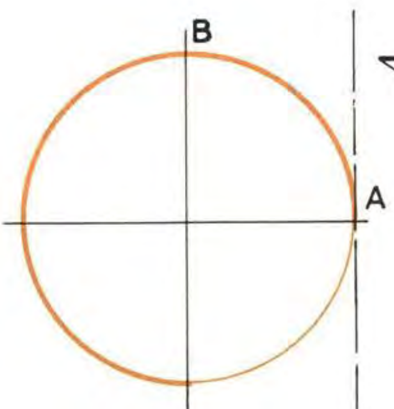
Angulo 180°
$tg = 0$
$cotg = -\infty$



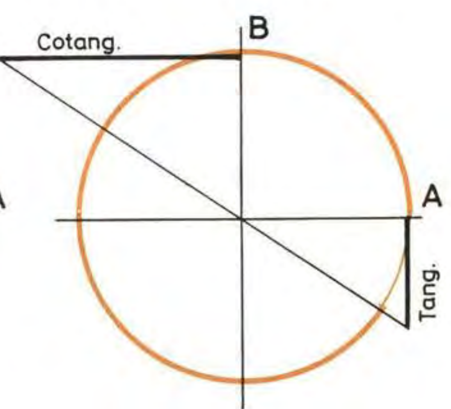
Angulo > 180° < 270°
tg entre 0 y $+\infty$
$cotg$ entre $+\infty$ y 0



Angulo 270°
$tg = -\infty$
$cotg = 0$



Angulo > 270° < 360°
tg entre $-\infty$ y 0
$cotg$ entre 0 y $-\infty$



USO DE LAS TABLAS TRIGONOMETRICAS PARA ANGULOS MAYORES DE 90°

Tratándose de ángulos mayores de 90° resulta fácil servirnos de la tabla una vez hecha la conversión pertinente como si fueran ángulos menores de 90°.

PARA ANGULOS DE 90° A 270°. — Basta con obtener la diferencia entre 180° y el ángulo dado.

Ejemplo: Deseamos saber las razones trigonométricas de un ángulo de 123°.

Resultado: 180 — 123 = 57°.

Es decir, que las funciones trigonométricas de un ángulo de 123° son los mismos que si fuese de 57°, pero, naturalmente, teniendo en cuenta el SIGNO que le corresponde.

Buscamos, pues, en las tablas las razones trigonométricas del ángulo de 57° y escribimos:

sen 123° = 0'839
cos 123° = —0'545
tg 123° = —1'540
cotg 123° = —0'649

puesto que, según sabemos, los senos que corresponden a ángulos del segundo cuadrante (de 90° a 180°) son positivos, pero los cosenos, tangentes y cotangentes son negativos.

Otro ejemplo: Lea un ángulo de 210° 30' (corresponde, por tanto, al tercer cuadrante).

La diferencia entre este ángulo y el de 180° es:

210° 30' — 180° = 30° 30'.

Por tanto, busquemos en las tablas los valores para un ángulo de 30° 30' y tengamos en cuenta los signos que les corresponden.

Así:

sen 210° 30' = —0'508
cos 210° 30' = —0'862
tg 210° 30' = 0'589
cotg 210° 30' = 1'698

en donde, el seno y el coseno son negativos, pero la tangente y la cotangente son positivos.

PARA ANGULOS ENTRE 270° y 360°. — Le restará el ángulo dado de 360°.

Ejemplo: Lea un ángulo de 320°.

Tendremos: 360 — 320 = 40.

Por tanto, busquemos en la tabla los ángulos de 40° que corresponden a las distintas funciones, y, como siempre, tengamos en cuenta el signo de que deben ir precedidas:

sen 320° = —0'643
cos 320° = 0'766
tg 320° = —0'839
cotg 320° = —1'192

en donde sólo el coseno es positivo, siendo, por tanto, negativos el seno, tangente y cotangente.

RESOLUCION ANALITICA DE TRIANGULOS RECTANGULOS

Resolver analíticamente un triángulo rectángulo quiere decir encontrar el valor de todos su ángulos y lados mediante cálculo; sin necesidad de dibujarlos.

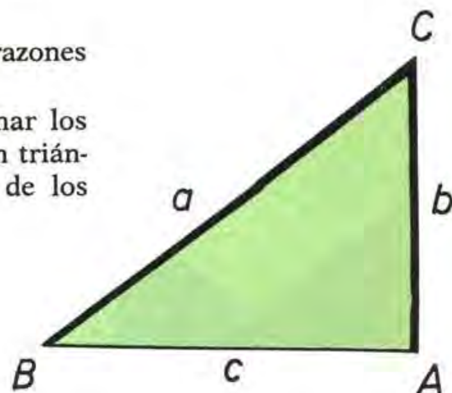
Para ello nos valdremos de fórmulas que relacionan los datos del problema con sus incógnitas (los elementos desconocidos). Estas fórmulas son las del teorema de Pitágoras y las razones trigonométricas a las cuales añadiremos la igualdad que expresa un teorema muy importante y que no debe olvidar:

EN TODO TRIÁNGULO SE CUMPLE QUE LA SUMA DE LOS VALORES DE SUS TRES ÁNGULOS ES IGUAL A UN ÁNGULO LLANO, O SEA 180°.

Es decir: En todo triángulo será $A + B + C = 180°$.

Será conveniente que en un papel aparte anote las razones trigonométricas de los ángulos en A y en B del triángulo rectángulo; pero así como hasta aquí hemos venido nombrando los lados por sus dos letras extremas (lado A B, lado B C, etc.), ahora debe hacerlo dando al lado el nombre de la letra minúscula que lo representa. Así: lado *a*, lado *b*, lado *c*.

Según eso, el seno del ángulo B será: $\text{sen } B = \frac{b}{a}$, la tangente del mismo ángulo vendrá dada por la igualdad $\text{tg } B = \frac{b}{c}$, el coseno de B, $\cos B = \frac{c}{a}$... No es necesario que sigamos, porque con estas razones trigonométricas del ángulo en B tenemos suficiente para solucionar los cinco casos que pueden presentarse en la resolución analítica de un triángulo rectángulo. Veamos cuáles son estos casos y la solución de los mismos:



PRIMER CASO

Datos: a y *b*, o sea la hipotenusa y el cateto que forma con ella el ángulo C.

Incógnitas: c, B y C. Nos falta conocer el otro cateto y los dos ángulos.

Recordemos el teorema de Pitágoras, que nos dice que $a^2 = b^2 + c^2$.

De este enunciado deducimos la fórmula II del mismo teorema, o sea la que nos dice que $c^2 = a^2 - b^2$. Vea que nos encontramos con una fórmula que relaciona una de las incógnitas con los datos. Por lo tanto, calcularemos el valor del cateto *c* por la fórmula II del teorema de pitágoras.

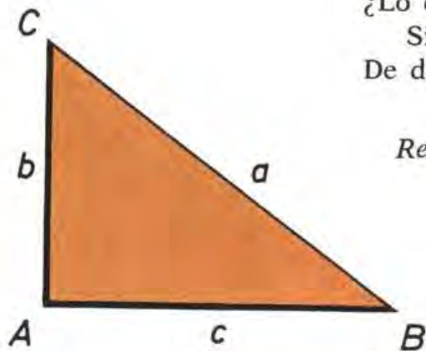
$$c^2 = a^2 - b^2, \text{ de donde}$$
$$\mathbf{c = \sqrt{a^2 - b^2}}$$

Para encontrar el ángulo en B debemos pensar si existe alguna fórmula que lo relacione con los datos del problema. ¡En efecto! Se cumple que:

$$\mathbf{sen\ B = \frac{b}{a}}$$

Luego, dividiendo b entre a tendremos un cociente que será el valor del seno del ángulo en B. Buscando en la tabla correspondiente el valor encontrado, tendremos automáticamente el valor en grados y minutos del ángulo incógnita, que ya ha dejado de serlo.

¿Y el ángulo en C?... Hemos dicho al empezar este capítulo que en todo triángulo $A + B + C = 180°$. Pero, por definición de triángulo rectángulo, sabemos que $A = 90°$, lo cual quiere decir que $B + C = 90°$. ¿Lo comprende?...



Si $A + B + C = 180°$ y $A = 90°$, por fuerza debe ser $B + C = 90°$. De donde se deduce que:

$$\mathbf{C = 90° - B}$$

Recuerde que ya conocemos B por haberlo encontrado hace poco.

Segundo caso

Datos: b y c. Conocemos, pues, los dos catetos

Incógnitas: a, B y C. Nos falta conocer la hipotenusa y los dos ángulos no rectos.

La hipotenusa resulta muy fácil de encontrar. Basta recordar el teorema de Pitágoras:

$$a^2 = b^2 + c^2, \text{ de donde}$$

$$\mathbf{a = \sqrt{b^2 + c^2}}$$

Observe que siempre se trata de lo mismo: de encontrar alguna fórmula que relacione los datos con alguna de las incógnitas.

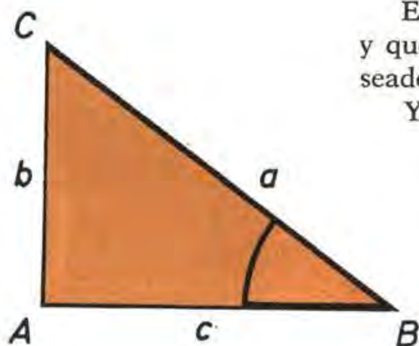
Veamos si encontramos el ángulo B. En efecto: tenemos una fórmula trigonométrica que lo relaciona con los dos catetos.

$$\mathbf{tg\ B = \frac{b}{c}}$$

Encontraremos un cociente que será el valor de la tangente de B, y que, con las tablas, dará el valor en grados y minutos del ángulo deseado.

Y conociendo el ángulo B, ya podemos saber el C.

$$\mathbf{C = 90° - B}$$



Tercer caso

Datos: a y B. La hipotenusa y el ángulo que forma con el cateto c.

Incógnitas: b, c y C. Los dos catetos y el ángulo en C.

Empezaremos por buscar los dos catetos y no tendremos más remedio que encontrarlos por fórmulas trigonométricas.

Recordemos que $\text{sen } B = \frac{b}{a}$, en cuya fórmula conocemos a y B. De ella podemos despejar la incógnita, con lo cual tendremos:

$$\mathbf{b = a \cdot sen\ B}$$

Hemos encontrado el valor del cateto b. Veamos ahora si damos con el del cateto c. Sabemos que $\cos B = \frac{c}{a}$, de lo que podemos deducir que

$$c = a \cdot \cos B$$

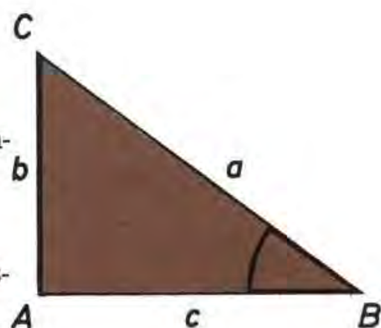
Conociendo como conocemos B, hallamos su seno y su coseno y multiplicándolos respectivamente por *a* encontraremos el valor del cateto *b* y del cateto *c*.

Como siempre será $C = 90° - B$.

CUARTO CASO

Datos: *b* y B. Un cateto y el ángulo opuesto.

Incógnitas: *a*, *c* y C. La hipotenusa, el otro cateto y el ángulo C.



Por trigonometría sabemos que $\text{sen } B = \frac{b}{a}$. De cuya fórmula despejamos *a*, con lo que tendremos lo siguiente:

$$a = \frac{b}{\text{sen } B}$$

También por trigonometría conocemos lo siguiente: $\text{tg } B = \frac{b}{c}$. Conocemos B por ser dato del problema, y lo mismo *b*. Por lo tanto, despejaremos la incógnita *c*. Será:

$$c = \frac{b}{\text{tg } B}$$

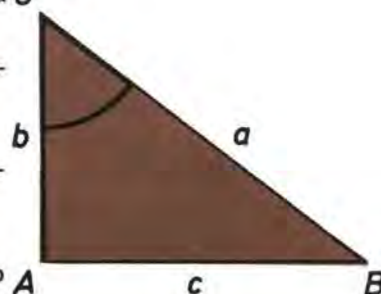
Y el ángulo C, como siempre:

$$C = 90° - B$$

QUINTO CASO

Datos: *b* y C. Un cateto y el ángulo C que forma con la hipotenusa.

Incógnitas: *a*, *c* y B. La hipotenusa, el otro cateto y el ángulo que forman.



Aquí nos interesa ante todo conocer el ángulo en B, cosa que conseguimos con la fórmula usual:

$$B = 90° - C$$

Y hallado B, podemos aplicar las mismas fórmulas que en el caso anterior:

$$a = \frac{b}{\text{sen } B}$$

$$c = \frac{b}{\text{tg } B}$$

Y no hay más. Éstos son todos los casos en que podemos encontrarnos para solucionar un triángulo rectángulo.

Es muy posible que se haya asustado usted por no ver de inmediato el origen de las fórmulas con que resolvemos las incógnitas, sobre todo las que conseguimos por fórmulas trigonométricas. Es que, posible-

mente, no se ha familiarizado aún con las distintas razones trigonométricas de un ángulo. Eso es algo que se consigue a medida que deben manejarse dichas razones y que sería improcedente exigir de un individuo al primer contacto que tiene con una aplicación práctica de la trigonometría.

RESOLUCION ANALITICA DE TRIANGULOS OBLICUANGULOS

Cinco son los casos que pueden presentarse en la resolución analítica de un triángulo oblicuángulo y tres las fórmulas fundamentales que permiten esta resolución.

I. Los tres ángulos del triángulo suman 180°:

$$A + B + C = 180^\circ$$

II. Los lados son proporcionales a los ángulos opuestos:

$$\frac{a}{\text{sen } A} = \frac{b}{\text{sen } B} = \frac{c}{\text{sen } C}$$

III. Un lado al cuadrado es igual a la suma de los cuadrados de los otros dos lados, menos el doble del producto de ambos por el coseno del ángulo que comprenden:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

Primer caso. Conocidos los tres lados.

Sean los lados *a, b* y *c*.

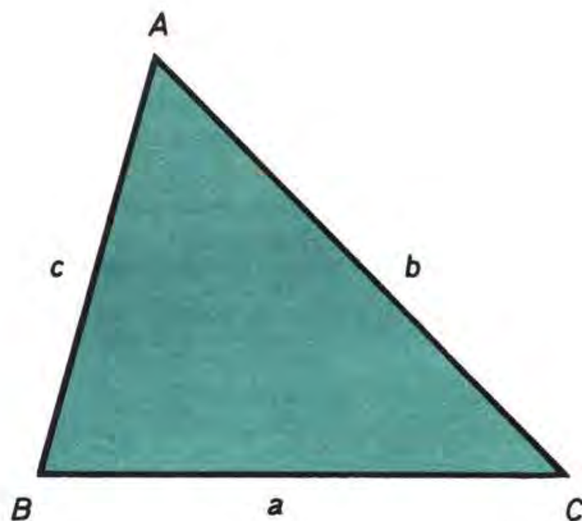
Los valores de los ángulos los obtendremos despejando el valor del coseno en la fórmula III. Conocido el coseno, sabremos automáticamente el valor del ángulo a que pertenece.

Las fórmulas serán:

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

$$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

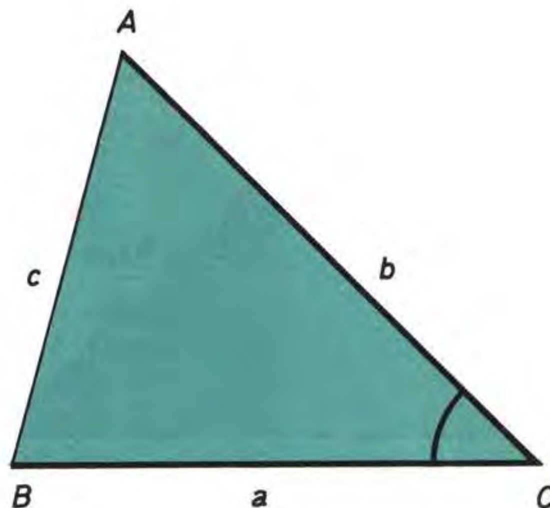


Segundo caso. Conocidos dos lados y el ángulo comprendido.

Los datos serán: *a, b* y el ángulo C.

El valor del tercer lado viene dado por la fórmula III perteneciente al cuadrado del lado *c*, que es precisamente el que nos falta. Despejando *c* de la fórmula, tendremos:

$$c = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cos C}$$



Y encontraremos el valor de los otros dos ángulos a partir de la fórmula II que relaciona los lados con sus senos.

Tendremos: $$\frac{a}{\text{sen } A} = \frac{c}{\text{sen } C}$$

De esta igualdad conocemos el lado *a* porque es dato del problema; el ángulo C, también por ser dato, y el lado *c* porque lo hemos hallado anteriormente. Luego tenemos como única incógnita el seno del ángulo A. Si lo hallamos, sabremos el valor del ángulo.

De la igualdad anterior deducimos que:

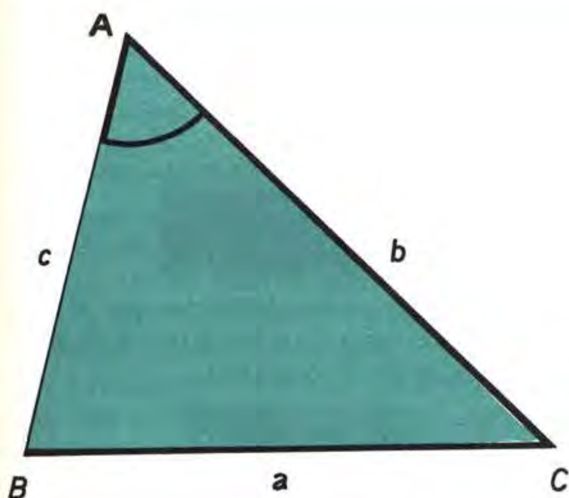
a sen C = c sen A. De donde...

$$\text{sen } A = \frac{a \text{ sen } C}{c}$$

Y para encontrar el ángulo B

$$\text{sen } B = \frac{b \text{ sen } C}{c}$$





Tercer caso. Conocidos dos lados y un ángulo que no sea el comprendido entre ellos.

Los datos serán: *a, b* y el ángulo A.

Empezaremos por buscar el valor del ángulo B, que nos vendrá dado por la fórmula II $\left(\frac{\text{sen } B}{b} = \frac{\text{sen } A}{a}\right)$, de la que deducimos que:

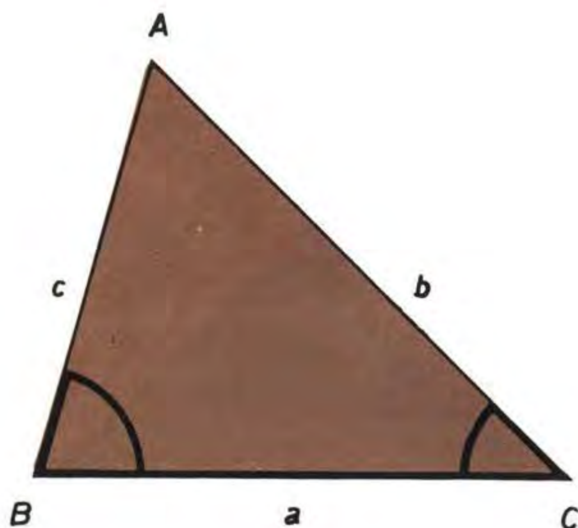
$$\text{sen } B = \frac{b \text{ sen } A}{a}$$

Y conocido ya el ángulo B, según la propiedad fundamental de todo triángulo, el tercer ángulo C será:

$$C = 180 - (A + B)$$

Y el tercer lado, como en el caso anterior, vale...

$$c = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cos C}$$



Cuarto caso. Conocidos un lado y los dos ángulos de sus extremos.

Datos: *a*, el ángulo B y el C.

Podemos encontrar muy fácilmente el ángulo que nos falta:

$$A = 180 - (C + B)$$

Los otros dos lados los buscaremos a partir de la fórmula II, que los relaciona con los senos de los ángulos opuestos, ángulos que ya conocemos, dos por ser datos y otro por haberlo encontrado a partir de los primeros. Tenemos:

$$\frac{a}{\text{sen A}} = \frac{b}{\text{sen B}}$$

De esta igualdad conocemos todos los componentes menos uno: el lado *b*. Por lo tanto, sabiendo que

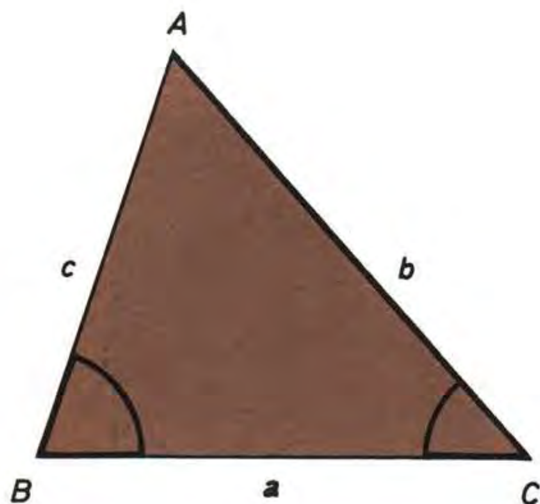
a sen B = b sen A, tendremos:

$$b = \frac{a \text{ sen B}}{\text{sen A}}$$

Y para el lado *c* será:

$$c = \frac{a \text{ sen C}}{\text{sen A}}$$





Quinto caso. Dados dos ángulos y un lado que no sea el común entre los dos ángulos dados.

Datos: B, C y el lado *b*.

El tercer ángulo lo buscaremos como siempre:

$$A = 180 - (B + C)$$

Y encontraremos los dos lados que nos faltan, como en el caso anterior, a partir de la relación que nos da la fórmula II.

$$a = \frac{b \text{ sen A}}{\text{sen B}}$$

$$c = \frac{b \text{ sen C}}{\text{sen B}}$$

dibujo técnico



REPRESENTACION DE DIVERSOS MATERIALES

IDEM. DE LA CALIDAD DE LAS SUPERFICIES

I REPRESENTACION DE DIVERSOS MATERIALES

Hablando en términos generales, diremos que no hay plano completo si no lleva alguna indicación que nos diga de qué material o materiales deberá fabricarse aquello que aparece dibujado en el plano. Unicamente en planos de conjunto, aquellos que se hacen *cara al cliente,* en planos completos de edificios y en general en aquellos planos que afectan más al proyecto que a la construcción del mismo, podrá no indicarse el material a emplear.

La indicación del material se anota en el cajetín del rótulo o bien encima de él. En el caso de un plano de conjunto ya vimos que se anotaba en los encasillados superiores añadidos al cajetín: la llamada lista de despiece. Esto es lo más generalizado, claro y rápido.

MATERIALES FERRICOS

Pero muchas veces no basta decir en forma genérica el material que debe emplearse. Por ejemplo, con los materiales férricos, no bastará indicar que tal o cual pieza es *de hierro,* porque siendo el hierro el elemento básico, de él existen muchas variantes y la anotación del material deberá indicar a cuál de estas variantes pertenece (si se trata de una fundición corriente, fundición gris, acero, etc.).

Estas anotaciones se hacen mediante signos convencionales. Los derivados del hierro y del acero están más o menos normalizados y se indican mediante signos abreviados compuestos de letras y cifras. Así, por ejemplo, en vez de decir que una pieza es de acero cromo-níquel de cementación templado a 800° con una resistencia de 120 a 140 Kg/mm^2, cosa que parece todo un capítulo, se escribe simplemente que la tal pieza se ha construído (o debe construirse) con un D-1.

Los fabricantes nacionales y extranjeros de hierros y aceros editan unos catálogos en los que vienen especificadas las características de cada uno de los materiales de su fabricación, así como los datos precisos para su denominación e identificación.

Pero lo malo es que no se ha llegado a un completo acuerdo para la normalización de estas denominaciones, ni por parte de los fabricantes ni por parte de cada país. La complicación es evidente, puesto que al formalizar un pedido de un cierto material su denominación será distinta para cada fabricante en particular y para cada país en general.

Las distintas denominaciones no están todavía unificadas. En España mismo, el I. H. A. (Instituto del Hierro y del Acero), las normas U. N. E. (Una Norma Española, similar a las normas DIN alemanas) y el I.N.T.A. (Instituto Nacional de Técnica Aeronáutica) no se han puesto todavía de acuerdo, y cada cual utiliza una denominación propia. Incluso dentro del mismo I. H. A. y del I. N. T. A. existen dos denominaciones: la antigua y la moderna. Al mismo tiempo, cada casa fabricante (Echevarría, Roechling, Poldi, C. N. Reinosa, etc.) utiliza denominaciones propias. En EE. UU. existen tres denominaciones: la de A. S. T. M. (American Society for Testing Materials), la de la S. A. E. (Society of Automotive Engineers) y la de la A. M. S. (Aeronautical Material Specifications). En Alemania existen dos clasificaciones: la de las Normas DIN (Das Ist Norm) y la del R. I. M. (Reichsluftfahrt Ministeriums Technisches Amt.). Etcétera.

De todo esto se infiere que, vista la gran confusión que reina por todas partes, es preciso disponer de unas tablas de equivalencia entre las distintas Normas y casas constructuras, tablas que nos dirán, para un tipo de pieza determinada (entramado metálico de una cubierta, por ejemplo), qué material debemos emplear, y cómo se denomina según unas normas u otras.

En los territorios de habla española, generalmente, se utilizan las normas I. N. T. A. antiguas, que son las más conocidas, si bien se están ya empezando a utilizar las normas I. H. A. modernas, muy sencillas por cierto.

Más adelante, cuando expliquemos detalladamente, ya de cara al proyectista, los distintos materiales metálicos utilizados en la industria y en la construcción, daremos estas tablas de equivalencia, útiles en extremo, y realmente imprescindibles para el auténtico proyectista, para el que proyecta a la vez que dibuja.

REPRESENTACION GRAFICA DE DISTINTOS MATERIALES

Cuando existen piezas en el plano que no son de un metal férrico, y debe especificarse en el mismo de qué material se componen, se marcan estas piezas mediante rayados o colores especiales, típicos de cada material. O bien, en vez del rayado o del coloreado, pueden indicarse con dibujos de líneas especiales, como en el caso de la madera.

En la página siguiente puede usted ver un cuadro general en el que se especifica cómo se rayan o bien, cómo se colorean (en el caso de utilizar colores) una serie de materiales de los usados más corrientemente.

En la actualidad, este sistema de indicación del tipo de material ha quedado bastante en desuso, debido, en primer lugar, a que ya no se dibuja en colores, sino en blanco y negro; y en segundo lugar, porque el rayado es engorroso, representa una gran pérdida de tiempo, y ha quedado sustituído por las indicaciones en el cajetín del rótulo del plano, mucho más rápidas y fáciles de interpretar. Sin embargo, hemos dedicado hoy estas páginas a hablar un poco de este sistema de indicación y representación de materiales puesto que todavía existen casas que lo utilizan, y es posible que algún día tenga usted que interpretar un plano de este tipo, porque haya caído en sus manos.

MATERIAL	TIPO de RAYADO	COLOR	MATERIAL	TIPO de RAYADO	COLOR
Hierro fundido		Gris	*Mármol, pizarra, porcelana*		Pardo
Hierro fundido maleable		Azul	*Aislante*		Pardo
Acero		Lila	*Ebonita*		Pardo
Cobre		Rojo	*Goma*		Pardo
Bronce		Naranja	*Cuero*		Pardo
Latón		Amarillo	*Madera*		Naranja
Estaño, plomo, cinc, metal blanco para cojinetes		Verde claro	*Mampostería*		Gris
Metales ligeros		Verde	*Hormigón*		Gris
Níquel, aleaciones níquel		Lila claro	*Arcilla, refractarios*		Amarillo oscuro
Carretes de alambre		rojo verde	*Terreno*		Pardo
Vidrio		Blanco	*Líquidos*		Azul claro
Celuloide		Verde claro			



II INDICACION DE LA CALIDAD DE LAS SUPERFICIES

Los comerciantes dedicados a la venta de objetos de regalo saben muy bien que el simple hecho de envolver sus productos en papel celofán origina un aumento en la venta de los mismos. ¿Por qué?... Simplemente porque este envoltorio los hace más apetecibles. En efecto: presente cualquier objeto envuelto en papel celofán y la calidad de su superficie parecerá distinta, más agradable. ¡Ah, sí! La superficie es lo que vemos de las cosas; y cuidar la calidad de esta superficie, repercute en la calidad global del producto.

Esto, claro, es enfocar la cuestión de la importancia de la superficie de las cosas desde un punto de vista estrictamente comercial; y este aspecto, aún siendo importante, no es el principal motivo por el que un delineante debe saber anotar en sus planos las distintas calidades de las superficies proyectadas. Está el factor técnico, que es importantísimo.

Digamos que estas anotaciones se efectúan por medio de los llamados SIGNOS SUPERFICIALES O SIGNOS INDICADORES DEL ACABADO DE LAS SUPERFICIES. A su estudio dedicamos este capítulo.

Estos signos aparecen tanto en los planos del ramo mecánico como en los del ramo de la construcción, si bien en proporción muy superior en los primeros. En el ramo mecánico un 90 % de los planos llevan signos superficiales, menguando considerablemente su utilización en el ramo de la construcción. Sin embargo, en la construcción mecánica, en cristalería, en piezas prefabricadas tan usadas en la moderna construcción, etc., estos signos aparecen con relativa frecuencia.

En la ciencia del dibujo técnico todo tiene una razón de ser; y la razón de la existencia de estos signos no es otra que ésta:

NO TODAS LAS SUPERFICIES SON IGUALES

Nosotros lo sabemos; lo hemos experimentado con nuestros sentidos. Pasamos la palma de la mano por la superficie de la mesa del comedor y nos damos cuenta de que la sensación es distinta a la que experimentamos si la pasamos por encima de esta mesa de madera barata que tenemos en la cocina. La primera superficie es mucho más lisa, de tacto más agradable.

Hay una diferencia entre un tubo de calefacción y el tubo empleado para la construcción de un mueble metálico. El primero es realmente *rugoso*, mientras que el segundo, gracias a un proceso de rectificación, llega a adquirir brillo.

El fabricante de tubos deberá saber qué calidad debe dar a la superficie de su producto, cosa que conocerá gracias a las oportunas indicaciones del plano. El cliente, a su vez, cuando reciba los tubos de fábrica podrá comprobar si el acabado de la superficie responde a las indicaciones del plano, pudiendo reclamar al fabricante en caso negativo.

Todo eso, y muchos más ejemplos que podríamos añadir, hacen imprescindible el conocimiento de los siguientes signos:



Estas son las contraseñas por las que se indica la calidad de acabado de una superficie. Vamos a ver qué significa cada una de estas señales.

1. La superficie no lleva señal alguna. — En este caso se trata de una superficie sin rectificar; es decir: una superficie tal y como ha salido de fundición, de laminadora, de forja... o de donde haya salido fabricada. En ella no debe hacerse ninguna operación que tienda a darle mayor finura. Es una superficie en bruto.

2. Signo ∼. — Indica una superficie en bruto, pero fabricada con esmero. Es decir: indica una superficie que, dentro de su condición de superficie en bruto, debe considerarse de las lisas. A lo sumo se le pasará un poco de esmeril.

3. Un triángulo invertido ▽ — Superficie trabajada, pero sin miramientos. O sea: una superficie por la que se ha pasado la lima u otra herramienta y en la que se aprecia a simple vista su paso. Las señales de la lima o de lo que sea se aprecian con la vista y se notan pasando el dedo por encima.

4. Dos triángulos invertidos ▽▽ — Superficie más trabajada que la anterior, pero no perfecta. La característica más común es que se trate de una superficie en la que se aprecia con la vista el paso de la herramienta pulidora, pero cuyos surcos no son perceptibles con el tacto.

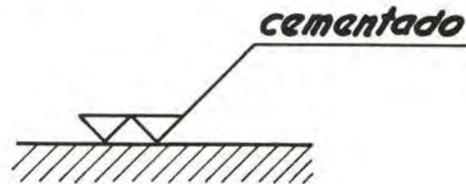
5. Tres triángulos invertidos ▽▽▽ — Esta es ya una superficie perfecta, completamente rectificada, absolutamente lisa. No se aprecia nada ni con la vista ni con el tacto. Es el caso típico de las superficies bruñidas. Resultan brillantes.

6. Cuatro triángulos invertidos ▽▽▽▽ — Este signo apenas se usa. Sólo cuando es preciso recalcar que la superficie a rectificar debe serlo al máximo. Podríamos decir que indica un acabado superfino. No es más que un superlativo del caso anterior. Generalmente, con tres triángulos es suficiente.

Resumiendo: Los triángulos indican que la superficie debe ser trabajada.

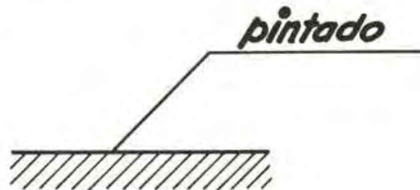
Un triángulo... dejándola basta. Dos... dejándola fina pero apreciándose las señales de la herramienta. Tres... dejándola completamente fina, sin señales visibles o apreciables al tacto.

Aparte de estos signos, las superficies pueden llevar otras indicaciones escritas. Es el caso de las superficies que deben sufrir un tratamiento especial aparte de su rectificado. Por ejemplo:



Aquí se trata de una superficie que debe ser cementada y trabajada al grado de finura indicado por los dos triángulos.

Otro ejemplo:



Esta superficie debe pintarse sin que la toque herramienta alguna, aunque aparezcan arrugas, resaltes y otras imperfecciones.

¿Comprendido el significado de estos signos superficiales?... No es difícil de recordar si tenemos en cuenta que el grado de finura de la superficie aumenta con el número de triángulos. Lo ideal sería que pudiéramos proporcionarle una muestra metálica con el acabado que representa cada uno de los signos; pero eso, usted lo comprende, es imposible. Pero quizás estas fotografías le darán una idea bastante aproximada de estas distintas calidades.





Esta fotografía pertenece a una superficie salida de fundición. Vea, al lado, parte de la misma superficie ampliada por el microscopio.

COMO DISPONER LAS INDICACIONES SOBRE EL PLANO

De esta forma escueta, pero clara, vamos a dar ahora unas normas por las que deberá regirse al disponer, en el lugar del plano que les corresponda, estos signos de indicación de calidad en las superficies. Seis normas serán suficiente para que pueda solucionar cualquier plano, por lo que a indicación de superficie se refiere.

1. Los triángulos deben dibujarse con un vértice en contacto con la superficie que se trata de calificar, pero teniendo en cuenta que EL LADO OPUESTO AL VÉRTICE QUE TOCA LA SUPERFICIE, DEBE SER PARALELO A ELLA.

Esta condición debe cumplirse siempre, sea una superficie horizontal, vertical o inclinada.

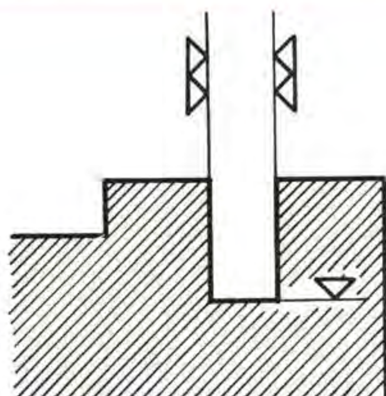


MAL

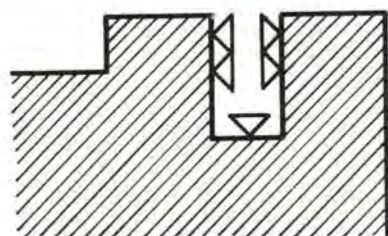


BIEN

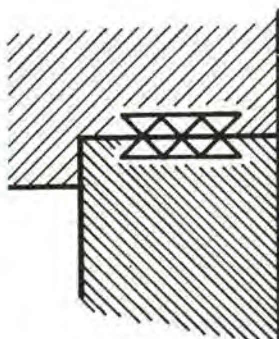
2. Cuando el espacio de que se dispone para indicar el acabado de una superficie es pequeño, puede prolongarse la línea que indica la superficie como si se tratase de una línea de referencia para cotas y situar los signos en contacto con esta línea fuera de la pieza. Esta solución es válida siempre que por causa determinada se intuya que la anotación de calidad de la superficie resultará confusa si la situamos dentro del dibujo.



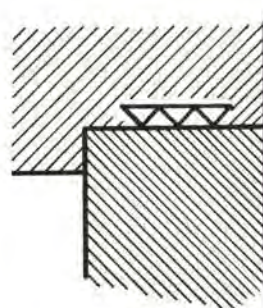
BIEN



MAL

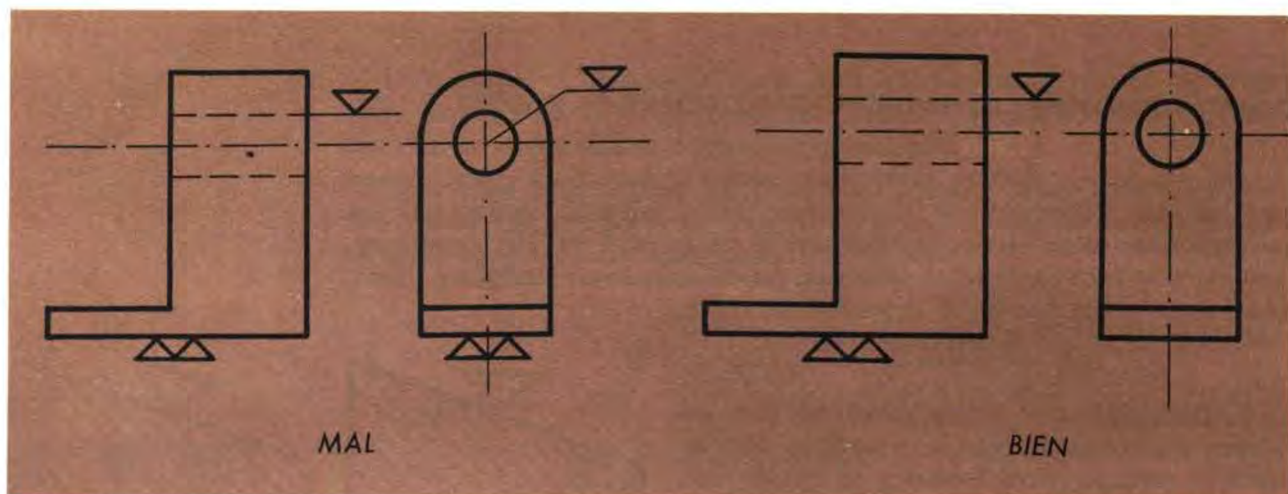


MAL

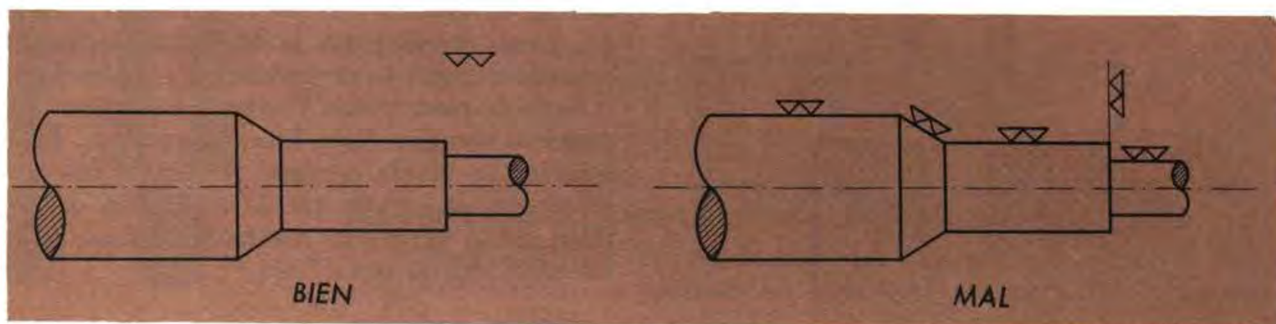


BIEN

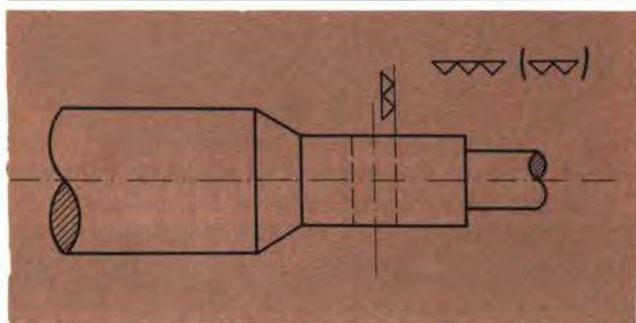
3. Cuando dos superficies están en contacto y ambas deben rectificarse al mismo grado de acabado, sólo se pondrá una indicación. Un solo signo en cualquiera de las dos superficies en contacto. Se supone que ambas tendrán el mismo acabado.



4. Cuando una pieza viene representada por más de una vista, no es preciso que la indicación de calidad de una determinada superficie se repita en todas las vistas. Indicando la calidad en una sola vista es suficiente; ya se sabe que lo que en las demás vistas representa la misma superficie no va a rectificarse de modo distinto.

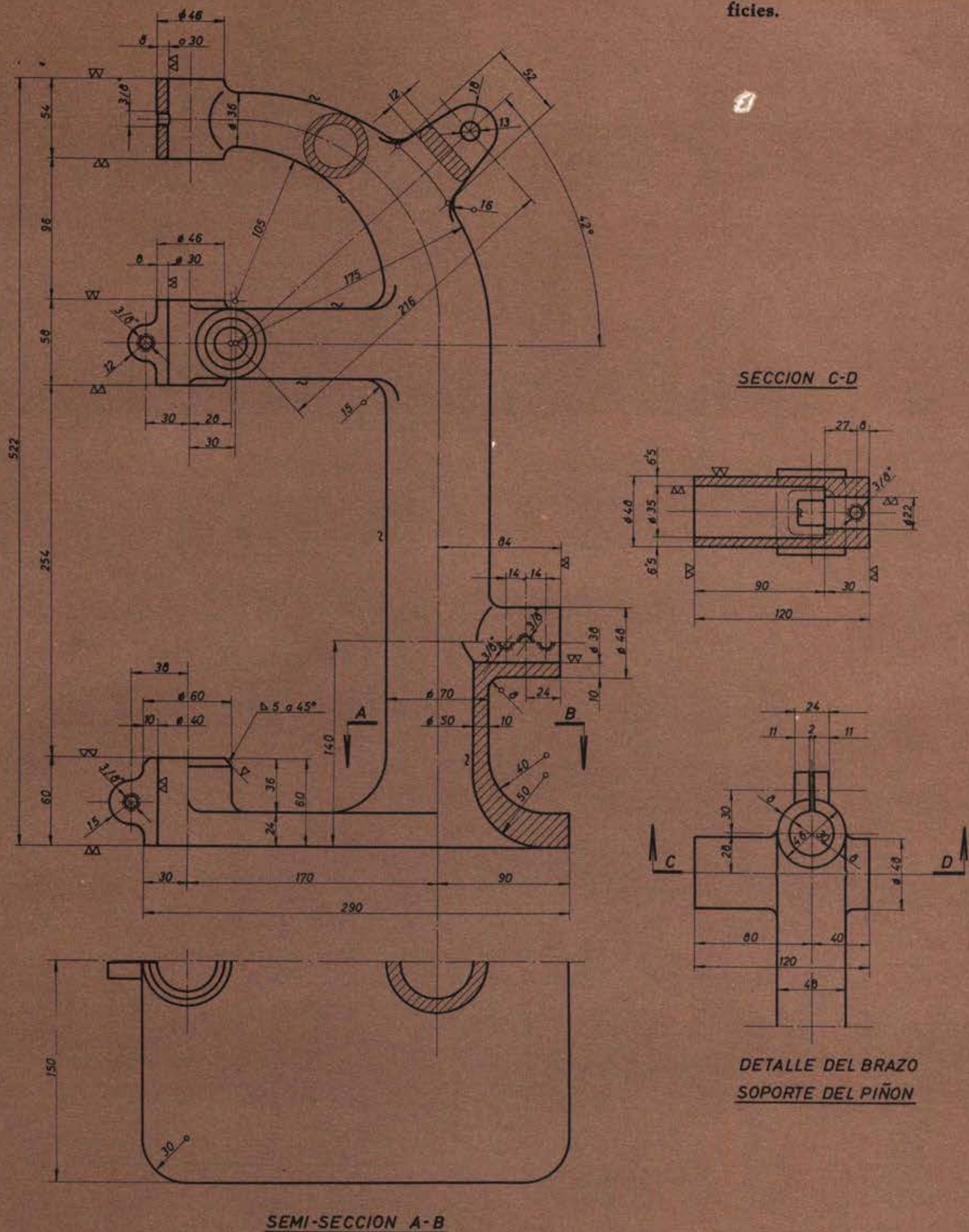


5. Cuando una pieza debe tener un mismo acabado en toda su superficie, no es necesario que se indique por separado la calidad de cada parte de la superficie de la pieza, puesto que no haríamos otra cosa que ir repitiendo el mismo signo en puntos distintos de la misma pieza. La solución correcta está en dibujar en la parte superior del plano, o encima mismo del cajetín del rótulo, el signo que nos indique la calidad de la superficie, signo que puesto así indica que afecta a la totalidad de la pieza.



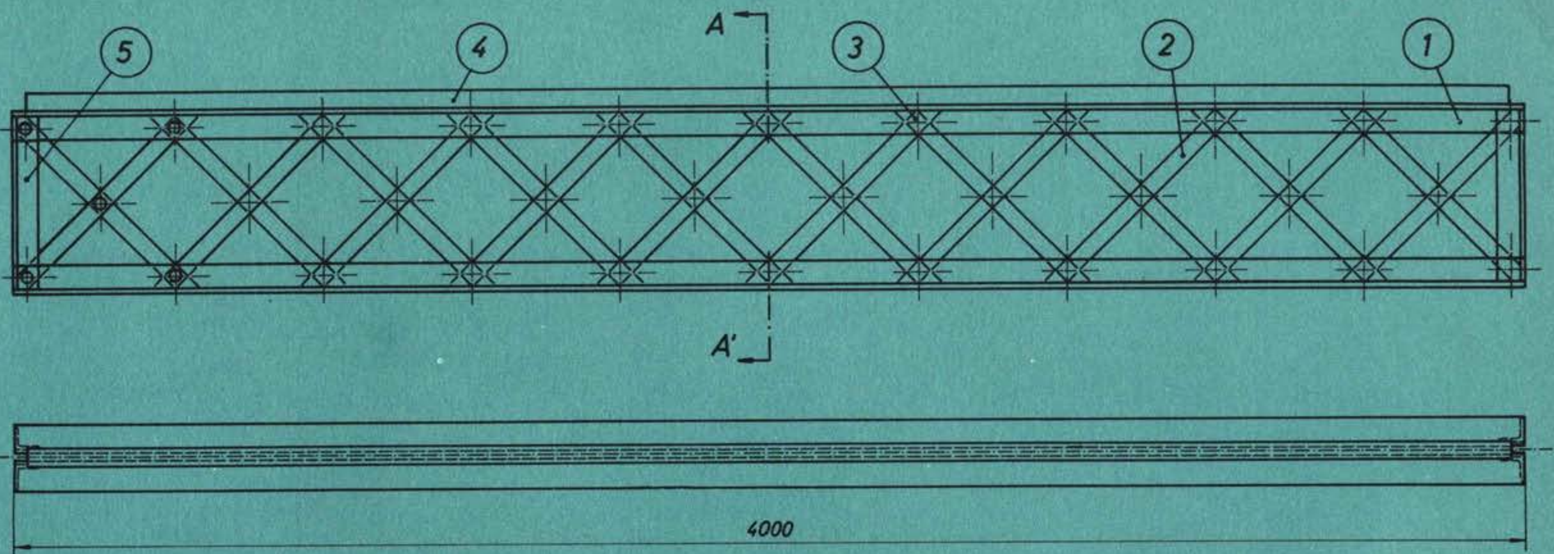
6. Puede ocurrir que el acabado de una pieza sea igual para toda ella excepto en una pequeña parte de la misma. En este caso se anota el signo predominante en la parte superior del plano o del cajetín del rótulo, seguido del signo que corresponde a la parte que es excepción, situado entre paréntesis. La parte que tiene distinto acabado llevará la anotación correspondiente, como en un plano normal.

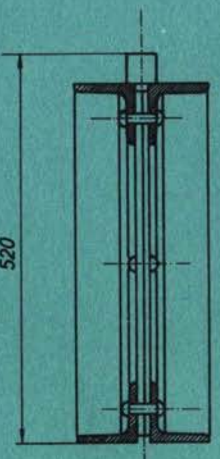
Ejemplo de plano con indicación de la calidad de las superficies.



	Fecha	Nombre		AFHA
Dibuj.				
Compr.				
Id.s.nor				
E. 1:2	MAQUINA DE TALADRAR			Número
				Sustituye a
				Sustituido por

EJEMPLO PRACTICO N.° 13





Sección AA'
E. 1:5

Pza.	Denominación y observaciones	Mca	Material	Peso	Mod.
4	ángulo 70 x 70 x 10	5	C-35		
1	cuadrado 40 x 40	4	C-35		
32	roblones 12 mm Ø	3			
20	pasamano 50 x 8	2	C-35		
4	ángulo 80 x 80 x 10	1	C-35		

	Fecha	Nombre	
Dibujado			AFHA
Comprob.			
Idem S.N.			
E. 1:10	JACENA EN CELOSIA		DT - 1046
			Sustituye a
			Sustituido por

Por necesidades de compaginación este plano ha sido reducido a mitad del tamaño del que originalmente fue dibujado.

PRACTICAS 10

COMPROBACION DE PLANOS

Los planos, una vez terminados, requieren una concienzuda comprobación. Aquella frase latina que dice que *errare humanum est* (equivocarse es de hombres) no tiene por qué ser excluída de entre las posibilidades de un delineante. Sí; un delineante, como todo hombre, puede equivocarse. Pero lo que no puede permitirse es que sus equivocaciones trasciendan los límites de la oficina técnica. ¡De su puerta no deben pasar!

El método a seguir para la comprobación de un plano quedó indicado cuando, de forma general, se habló de planos de conjunto y planos de despiece, ¿recuerda? Este método no era otro que el saber situarse en el lugar de aquel que de los planos debe conseguir las piezas.

Todo eso, dicho así, resulta muy ambiguo. Usted intuye el qué, pero no acaba de verlo claro; y lo que en este capítulo conseguiremos es ver claro este sistema de comprobación. Para ello vamos a seguir un ejemplo.

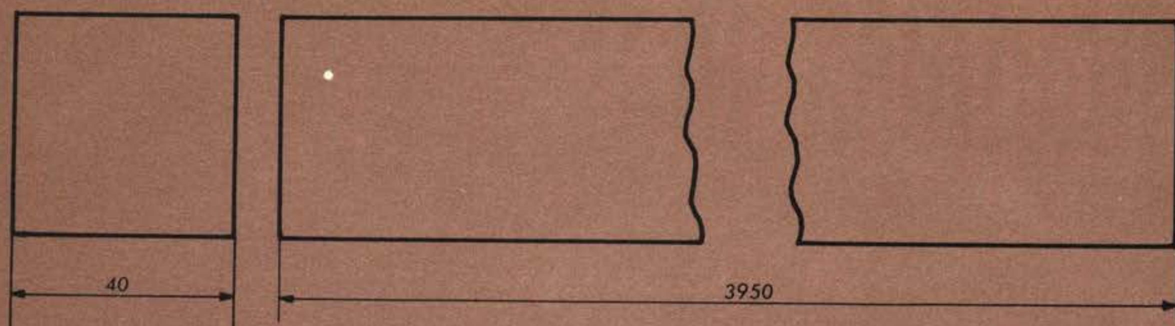
IMPORTANTE. — Vaya comprobando a medida que va leyendo. Debe, pues, interrumpir la lectura cada vez que sea necesario.

EJERCICIO N.° 13

Este ejemplo consta de los planos de una jácena de las llamadas en celosía. Un plano de conjunto y cinco planos de despiece. Se nos han entregado estos planos para que procedamos a su comprobación, y nosotros, haciendo acopio de paciencia, vamos a cumplir con este encargo, ingrato quizás, pero absolutamente necesario.

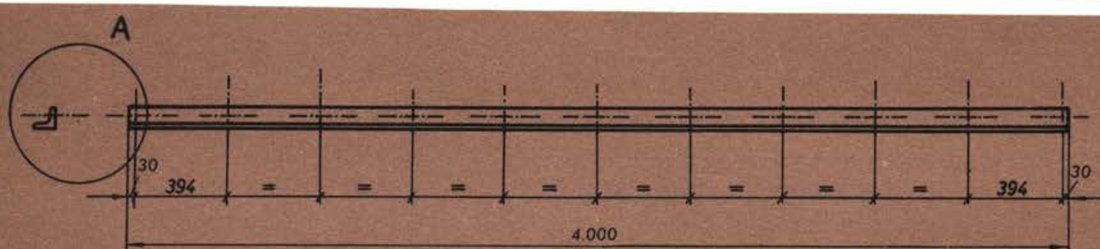
Nuestro plano de conjunto nos muestra una viga (o jácena) metálica compuesta por una serie de piezas, motivo de unos planos de despiece, que serán los que debamos comprobar relacionándolos con el plano de conjunto.

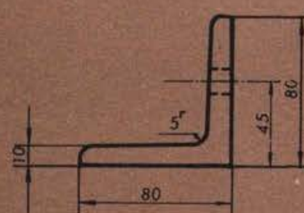
En la parte superior, la jácena en cuestión lleva una barra cuadrada de 40 × 40 mm, detalle que ya viene indicado en el plano de conjunto. Esta pieza está numerada con el 4, por lo que su plano de despiece será el DT-1046/4. Con este plano de despiece a la vista, pongámonos en el lugar del operario que deba construir la barra. ¿Qué tipo de cuadrado escogerá?... Lo indica el plano de despiece y el de conjunto, estando ambos de acuerdo al dar una sección cuadrada de 40 × 40 mm. Por este lado no hay pega. ¿Qué longitud tendrá la barra?... Según su plano de despiece la longitud de la barra es de 3.950 mm; ¿y según el plano de conjunto?... Porque el único error que puede existir es una diferencia entre las longitudes indicadas en el plano de conjunto y el plano de despiece. ¡Pero no! En el plano de conjunto, cuya escala conocemos, vemos que la longitud dada a la pieza corresponde a la indicada en el plano de despiece.

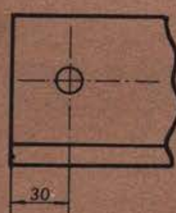


	Fecha	Nombre		AFHA
Dibuja	21-IX-65	Tutusaus		
Compr.	23-IX-65	Casugas		

E. 1:1	Cuadrado de 40 x 40	DT-1046/4
		Sustituye a:
		Sustituido por:







Detalle A
E. 1:2'5

	Fecha	Nombre		AFHA
Dibuja	21-IX-65	Tutusaus		
Comp.	23-IX-65	Casugas		

E. 1:20	Angulo de 80 x 80 x 10	DT-1046/1
		Sustituye a:
		Sustituido por:

Vamos a por otra pieza. Esta barra cuadrada se apoya sobre dos piezas de hierro ángulo, de 80 × 80 de ala y 10 mm de espesor. Estos ángulos, como vemos en el plano de conjunto, son la pieza núm. 1 del despiece. Su plano será, pues, el DT-1046/1. Este plano nos dice que, en definitiva, se trata de cortar cuatro piezas de hierro en ángulo de una longitud de 4.000 mm. Vea si esta longitud corresponde a la indicada en el plano de conjunto (sí que corresponde), y podrá decir que hasta aquí todo está conforme.

Una vez cortada la pieza, el operario deberá efectuar en ella once taladros, a las distancias que indican las cotas del plano. Nuestra honradez profesional nos mueve a comprobar estas distancias. No se diera el caso...

La suma de las distancias debe darnos los 4.000 mm totales de la pieza, eso es pura lógica. Por lo tanto, se cumplirá que:

$$30 + (10 \times 394) + 30 = 4.000 \text{ mm}$$

¡Justo! Ni uno más ni uno menos.

Una vez señalados los centros de los taladros, el operario procedería a perforar la pieza mediante una broca cuyo diámetro será de... ¿de cuántos milímetros? ¡Yo no lo veo por ninguna parte! ¿Y usted?... ¿Tampoco?... Es que en el plano no está indicado el diámetro de los taladros. ¡Vaya despiste, hombre!

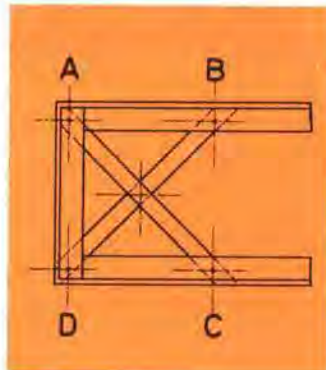
Deberemos indicar el diámetro de estos taladros, no hay más remedio. Y para ello miraremos en el plano de conjunto qué tipo de remache se especifica en el cajetín del rótulo. Vemos en la lista de despiece que se trata de un remache de 12 mm de diámetro. El taladro deberá tener un diámetro de 13 mm para que pase por él el remache.

Anotemos, pues, esta anomalía, a fin de subsanarla.

En fin; sigamos: Estos cuatro hierros ángulo que acabamos de comprobar quedan unidos mediante unos travesaños de hierro del llamado *pasamano*, cuya sección es de 50 × 8 mm. En el plano de conjunto vienen indicados como *pieza núm. 2*. Veamos qué nos dice el plano de des piece DT-1046/2:

Se trata de una pieza de pasamano de 50 mm de ancho por 8 mm de espesor. Conformes. Ya sabemos qué material debemos escoger. Vemos además que debemos cortarlo de 707 mm de largo, con los extremos inclinados a 45°. Hasta aquí todo parece responde a la realidad.

¡Ah!, pero llegados a este punto nos asalta una duda. Si se fija en el plano de conjunto, observará que los ángulos DT-1046/1 van unidos a estos travesaños y a los ángulos verticales DT 1046/5, por lo que se ha de cumplir que las distancias entre agujeros A-B de los susodichos ángulos DT 1046/1, A-D de los 1046/5 y A-C de los travesaños que estamos comprobando coincidan. Vea la figura adjunta.



Vea, además, por el plano de conjunto, cómo los travesaños forman ángulo de 45° con los ángulos 1046/1 y se cruzan perpendicularmente entre sí, por lo que forzosamente se ha de cumplir que la distancia DC sea igual que AD. Por tanto, la separación entre agujeros de los ángulos 1046/1, que es de 394 mm, debe ser la misma que entre los agujeros de las piezas 1046/5; pormenor que hemos de tener en cuenta cuando pasemos a comprobar esta última pieza.

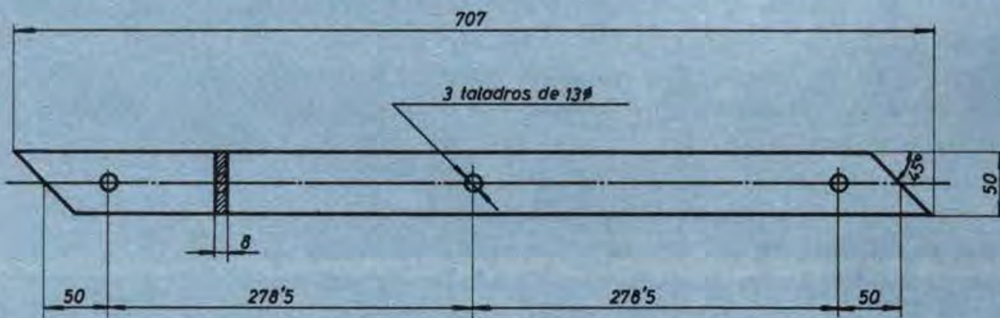
Ahora hemos de cerciorarnos de que la distancia entre los agujeros extremos de los travesaños 1046/2 es correcta. Para ello, no tenemos más remedio que recurrir al teorema de Pitágoras, puesto que la distancia A-C resulta ser la hipotenusa del triángulo rectángulo ADC, donde los catetos, iguales, tienen 394 mm de longitud.

Por consiguiente, esa distancia AC debe ser:

$$AC = \sqrt{AD^2 + DC^2} \quad \text{resultando:} \quad AC = \sqrt{394^2 + 394^2} = 557 \text{ mm}$$

Con satisfacción comprobamos que en el plano 1046/2 se ha tenido en cuenta esta circunstancia. En otras palabras, es correcto.

Después deben hacerse tres taladros de 13 mm de diámetro, cuyos centros vienen acotados. Compruebe las cotas y verá que seguimos estando de acuerdo con el trabajo del delineante autor de este plano de despiece.



	Fecha	Nombre		AFHA
Dibuja	27-IX-65	J.Casugas		
Comp.	27-IX-65	L.de la Riva		
id. s. nor.	"	"		
Escala	Pasamano 50 x 8			DT-1046/2
1:5				Sustituye a
				Sustituido por

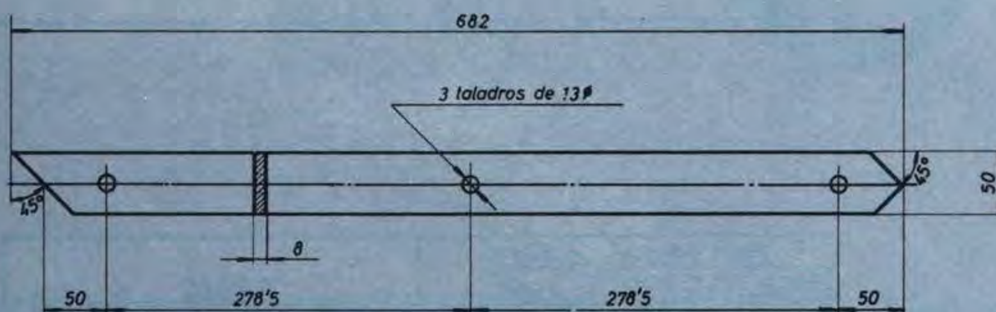
En este plano DT-1046/2 se nos dice que la cantidad de piezas a fabricar es veinte. Bueno, no me parece mal; pero antes de dar el visto bueno deberemos comprobarlo con el plano de conjunto. Tómelo, por favor, y cuente. Una, dos, tres... veinte.

¿Está seguro?... Que son veinte travesaños, sí es cierto, pero yo acabo de darme cuenta de algo importante. ¿Lo vé?... ¡No son todos iguales! En cada uno de los extremos de la jácena hay dos travesaños distintos al dibujado en el plano que estamos comprobando, y cuya diferencia radica en el hecho precisamente de ser extremos.

Vea, más abajo, cómo habría de ser este mero plano, cuyo número de piezas será de cuatro.

Ahora sí, ¿verdad?... Ahora ve la diferencia entre ambas piezas. Será cuestión de añadir al plano de conjunto otro número de despiece; el 6, que corresponderá a los que podremos llamar *pasamanos extremos.* Esta modificación, naturalmente, significará añadir una nueva casilla a la lista de despiece del plano de conjunto y dibujar el plano DT-1046/6 para añadir a la colección. Luego, en vez de especificar veinte piezas en el plano DT-1046/2, diremos que con sólo dieciséis tenemos suficientes.

Ya ve que, si nos descuidamos, entregamos unos planos que no iban a acreditar a nuestra oficina técnica, sino todo lo contrario.



	Fecha	Nombre		
Dibuja	27-IX-65	J.Casugas		AFHA
Comp.	27-IX-65	L.de la Riva		
Escala 1:5	Pasamano 50 x 8			DT-1046/6
				Sustituye a
				Sustituido por

Nos queda un plano para comprobar. Es el de las cuatro piezas extremas: las que *cierran* la viga, por decirlo así. En el plano de conjunto son las piezas n.º 5, por lo que su plano de despiece será el DT-1046/5. Así es; no hay objeción.

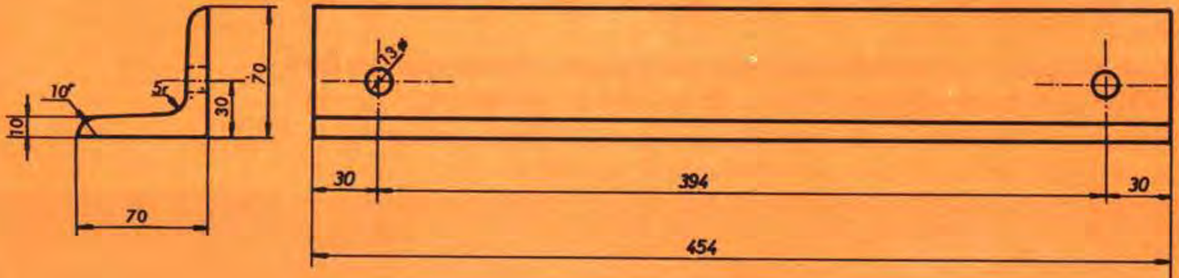
Son piezas de hierro ángulo de 70 × 70 mm de ala y 10 mm de espesor. Estas piezas deben cortarse de 454 mm de longitud.

Por otra parte sabemos, por el razonamiento hecho cuando tratamos de las piezas precedentes, que la distancia entre agujeros a de ser de 394 mm, o sea, ni más ni menos que la distancia entre agujeros de

las piezas 1046/1. En efecto, así es. Ahora, teniendo en cuenta la distancia desde cada agujero al extremo del ángulo podemos cotejar todas las cotas:

$$30 + 394 + 30 = 454 \text{ mm.}$$

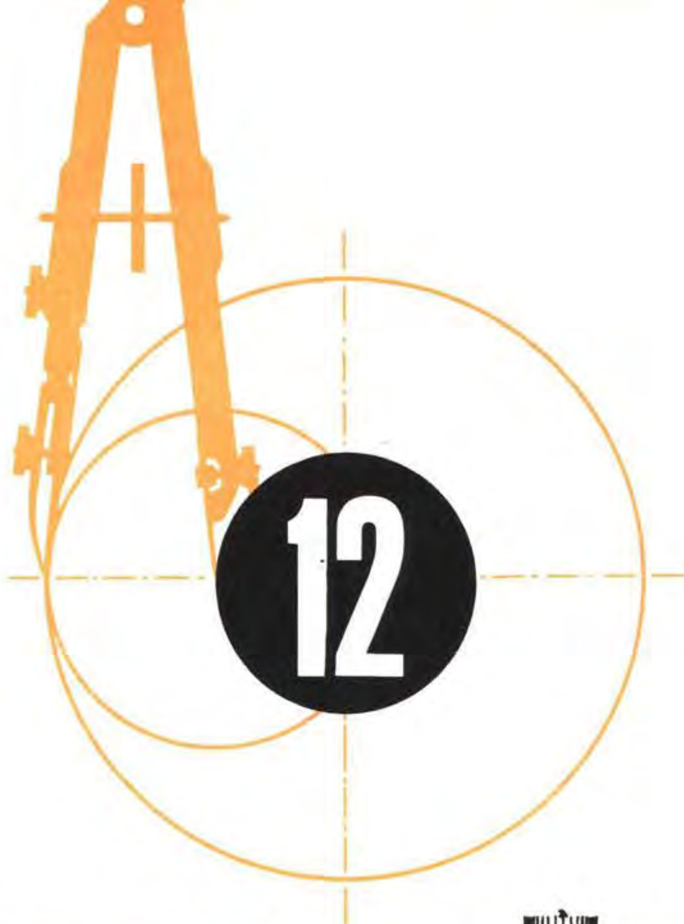
Respecto a las demás cotas del plano, nada tenemos que decir en su contra.



Según la lista de despiece del plano de conjunto, queda el plano DT-1046/3 perteneciente a los 32 remaches de 12 mm de diámetro, pero no encontrará este plano por la sencilla razón de no haberse dibujado. ¿Causa?... No nos hace falta porque un remache es cosa que todo el mundo sabe lo que es, y no se acostumbra a perder el tiempo en una oficina técnica. Pidiendo 32 remaches de $\varnothing = 12$, solucionamos la papeleta.

Ahora sí, ahora podemos decir que hemos acabado con esta comprobación de planos.

Proyectar es fácil





AFHA

DIBUJO TECNICO

Lección 2
TRIGONOMETRIA
Resolución analítica de cuadriláteros

Lección 12
DIBUJO TECNICO
Planta de un edificio
Distintos tipos de planos
Perfiles laminados

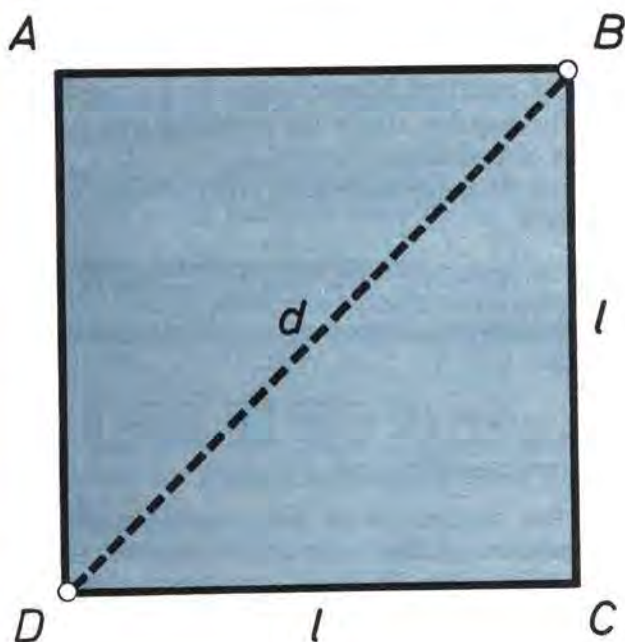
Lección 11
PRACTICAS
Ejercicio n.º 14

TRIGONOMETRIA 2

Resolución analítica de cuadriláteros

CUADRADO

Por el simple hecho de tener sus cuatro lados iguales, en un cuadrado se da una serie de coincidencias que deben conocerse. Sus diagonales son al mismo tiempo bisectrices de sus ángulos y diámetros de la circunferencia circunscrita. La apotema es a la vez mediatriz de sus lados y radio de la circunferencia inscrita. Todos estos elementos se cortan en un mismo punto (centro del cuadrado), que es a la vez incentro, circuncentro y centro de gravedad.



Al tratar de resolver un cuadrado, se acostumbran presentar dos problemas principales. Son los siguientes:

a) Conocido el lado, hallar la diagonal.

b) Conocida la diagonal, hallar el lado.

En el cuadrado A B C D, como en todo cuadrilátero, vemos que se forman dos triángulos al trazar una diagonal. En nuestro caso, son dos triángulos rectángulos isósceles exactamente iguales. Los dos catetos tendrán el valor del lado, al que llamamos *l;* y su hipotenusa el valor de la diagonal, a la que llamaremos *d*. Si a este triángulo le aplicamos el teorema de Pitágoras, tendremos:

$$d^2 = l^2 + l^2 = 2 . l^2$$

Si extraemos la raíz cuadrada a los dos miembros de esta igualdad, tendremos el valor de *d*, solucionando el primer caso (*a*).

$$d = \sqrt{2 . l^2} = \sqrt{2} \times l$$

Y siendo la $\sqrt{2} = 1'414...$

$$\mathbf{d = 1'414 . l}$$

EL VALOR DE LA DIAGONAL DE UN CUADRADO ES IGUAL AL LADO, MULTIPLICADO POR LA RAÍZ CUADRADA DE 2, QUE ES IGUAL A 1'414.

Si lo que conocemos no es el lado, sino la diagonal, para solucionar el caso *b*, aplicaremos la misma fórmula, de la que despejaremos *l*. Tendremos:

$$d = 1'414 . l$$

de donde...

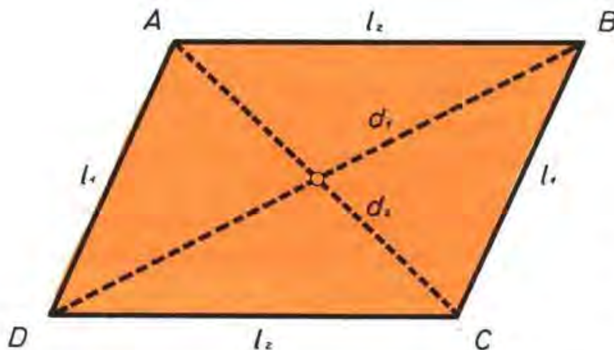
$$l = \frac{d}{1'414}$$

EL VALOR DEL LADO DE UN CUADRADO ES IGUAL AL VALOR DE LA DIAGONAL DIVIDIDO POR LA RAÍZ CUADRADA DE 2, QUE ES 1'414.

ROMBOIDE Y RECTANGULO

Paralelogramos cuyos lados son iguales dos a dos. Según la clasificación dada, sabemos que estos paralelogramos pueden ser o no rectángulos. Empezaremos por lo más complicado, que es cuando se trata de un paralelogramo no rectángulo, es decir, de un romboide.

El problema característico consiste en hallar el valor de las diagonales partiendo del valor de los lados y de los ángulos. Se da el caso de que en el romboide de la figura la diagonal mayor (que llamamos d_1) y la menor (d_2) dividen la figura en dos triángulos iguales. Por lo tanto da lo mismo operar con uno que con el otro.



Al estudiar la resolución de los triángulos oblicuángulos vimos las fórmulas que solucionan el problema.

La diagonal mayor d_1 en el triángulo A, B, D es:

$$d_1 = \sqrt{l_1^2 + l_2^2 - 2\, l_1 \cdot l_2 \cdot \cos A}$$

y la diagonal menor d_2 en el triángulo A, B, C es:

$$d_2 = \sqrt{l_1^2 + l_2^2 - 2\, l_1 \cdot l_2 \cdot \cos D}$$

lo que nos dice que:

LAS DIAGONALES DE UN PARALELOGRAMO ROMBOIDE SON IGUALES A LA RAÍZ CUADRADA DEL CUADRADO DEL LADO MAYOR MÁS EL CUADRADO DEL LADO MENOR MENOS EL DOBLE PRODUCTO DE AMBOS LADOS POR EL COSENO DEL ÁNGULO QUE FORMAN.

Sólo que en el caso de la diagonal mayor, como el ángulo A es obtuso y por tanto el coseno es negativo (corresponde al segundo cuadrante en el círculo trigonométrico, según vimos en la lección anterior), podemos hacerlo positivo para operar mejor, bastando con cambiar el signo menos que figura delante del 2 por el signo más, o sea que:

$$d_1 = \sqrt{l_1^2 + l_2^2 + 2\, l_1 \cdot l_2 \cdot \cos A} \text{ (positivo)}$$

Cuando el paralelogramo es rectángulo el problema se simplifica muchísimo.

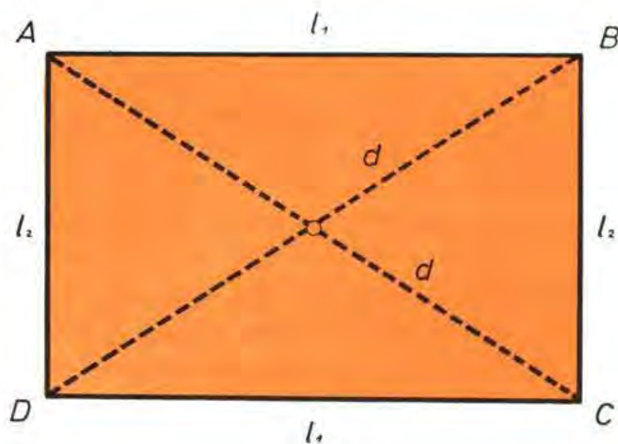
Vea la figura y comprenderá que se trata de un caso típico de aplicación del teorema de Pitágoras. En efecto: en el triángulo rectángulo C B D tenemos dos catetos l_1 y l_2, que son los lados del paralelogramo, y una hipotenusa, que es la diagonal del polígono. Por lo tanto, se cumplirá que:

$$d^2 = l_1^2 + l_2^2$$

de donde...

$$d = \sqrt{l_1^2 + l_2^2}$$

LA DIAGONAL DE UN PARALELOGRAMO RECTÁNGULO ES IGUAL A LA RAÍZ CUADRADA DE LA SUMA DE LOS CUADRADOS DEL LADO MAYOR Y DEL LADO MENOR.



ROMBO

Es un paralelogramo no rectángulo cuyos lados son todos iguales. Los ángulos son iguales dos a dos; y como consecuencia de todo ello las diagonales se cortan en ángulo recto (son perpendiculares entre sí) y son bisectrices de los ángulos. El punto en que se cortan las diagonales es el centro de gravedad del rombo.

Los dos problemas que acostumbran presentarse son:

a) Conocidas las dos diagonales hallar el valor del lado y de los ángulos.

b) Conocido el lado y el valor de los ángulos (con conocer uno es suficiente), hallar el valor de las diagonales.

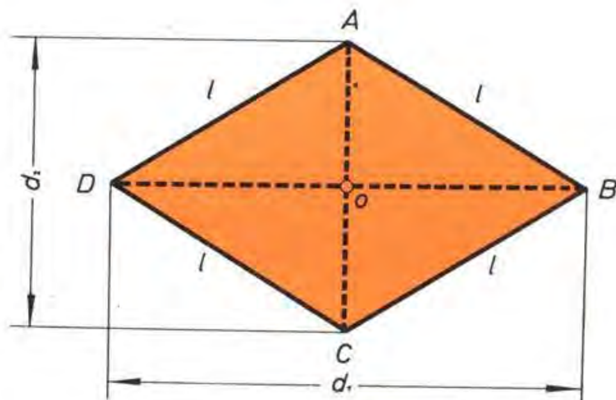
Ambos problemas son de fácil solución, ya que al cortarse las diagonales en ángulo recto, nos encontramos en un caso de aplicación directa del teorema de Pitágoras o de una razón trigonométrica.

Veamos cómo solucionar el primer problema: dadas las diagonales hallar el lado y los ángulos.

Llamamos d_1 al valor de la diagonal mayor y d_2 al de la menor. Sea l el valor del lado.

Viendo la figura, ya se intuye que la solución está en *Pitágoras*, ya que las dos diagonales dividen al rombo en cuatro triángulos rectángulos iguales, cuya hipotenusa es el lado (1) y cuyos catetos son la mitad de las diagonales, o sea $\frac{d_1}{2}$ y $\frac{d_2}{2}$. El lado será igual a:

$$l = \frac{\sqrt{d_1^2 + d_2^2}}{2}$$



EL LADO DEL ROMBO ES IGUAL A LA MITAD DE LA RAÍZ CUADRADA DE LA SUMA DE LOS CUADRADOS DE SUS DIAGONALES.

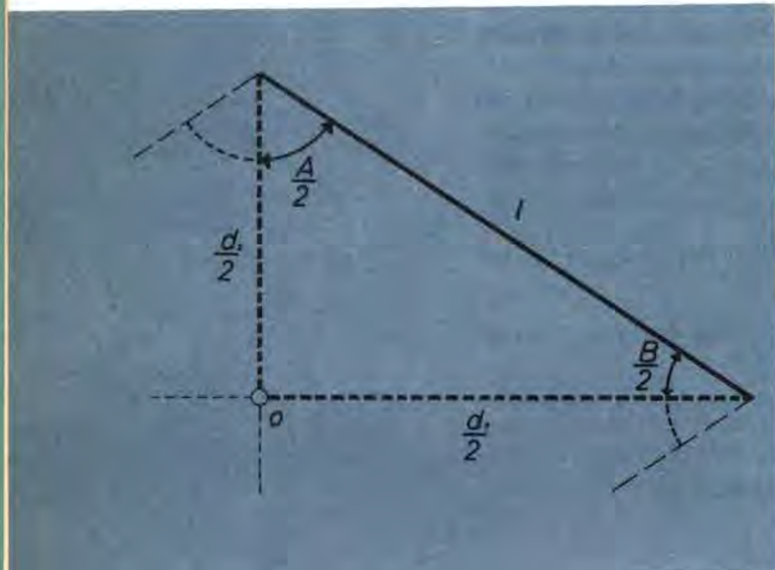
Nos faltan los ángulos, que calcularemos aplicando las siguientes fórmulas:

$$\mathbf{tg}\ \frac{\mathbf{B}}{\mathbf{2}} = \frac{\mathbf{d_2}}{\mathbf{d_1}} \qquad \text{y también} \qquad \mathbf{tg}\ \frac{\mathbf{A}}{\mathbf{2}} = \frac{\mathbf{d_1}}{\mathbf{d_2}}$$

Por estas dos fórmulas encontraremos en nuestras tablas el valor de un ángulo que es la mitad del A y la mitad del B. Bastará doblar el valor encontrado para tener el de los ángulos del rombo.

Veamos el segundo problema: conocido el lado y los ángulos, hallar las diagonales.

En todo rombo lo suma de los cuatro ángulos es igual a 360°. Siendo los ángulos iguales dos a dos, fatalmente se cumplirá que la suma de dos ángulos no iguales será de 180°. Por lo tanto, conocido un ángulo bastará restarlo de 180° para conocer el valor del otro.



Observe la figura, que no es más que uno de los cuatro triángulos rectángulos en que las diagonales dividen al rombo. Se cumple:

$$\frac{d_1}{2} = l \cdot \cos \frac{B}{2}$$

$$\frac{d_2}{2} = l \cdot \cos \frac{A}{2}$$

De lo cual se deduce que:

$$\mathbf{d_1 = 2l \cdot \cos \frac{B}{2}}$$

$$\mathbf{d_2 = 2l \cdot \cos \frac{A}{2}}$$

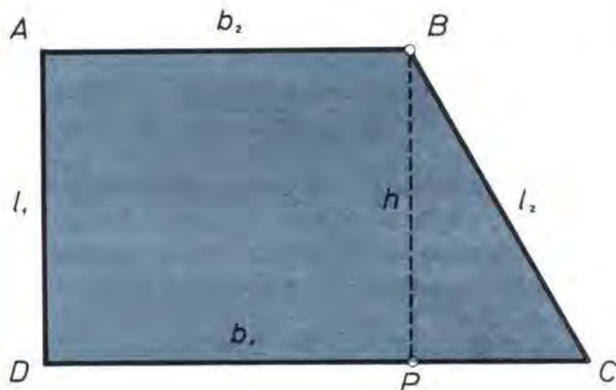
LA DIAGONAL DE UN ROMBO ES IGUAL AL DOBLE DEL LADO POR EL COSENO DE LA MITAD DEL ÁNGULO DEL QUE DICHA DIAGONAL ES BISECTRIZ.

TRAPECIO

Vamos a considerar los dos tipos más conocidos y usados: el trapecio rectángulo y el trapecio isósceles.

TRAPECIO RECTÁNGULO. — Dos bases desiguales, un lado lateral perpendicular a las bases y otro lado lateral inclinado. El problema tipo

consiste en buscar el valor de los dos ángulos no rectos (cuya suma es 180°), el valor del lado inclinado y el de las diagonales, todo ello teniendo por datos el valor conocido de las dos bases y de la altura del trapecio.



La altura es precisamente el lado l_1 (vea la figura), puesto que es la distancia entre las dos bases. Empecemos por calcular el lado l_2.

Si trazamos una altura desde B (h) se nos formará el triángulo rectángulo B P C, en el que se cumple:

$$l_2^2 = BP^2 + PC^2$$

Pero, ¡observe lo siguiente!: B P (la altura h) es igual a l_1, siendo $PC = b_1 - b_2$.

Sustituyendo estos valores en la igualdad primera, tendremos:

$$l_2^2 = l_1^2 + (b_1 - b_2)^2$$

De cuya igualdad extraemos la raíz cuadrada y nos queda la fórmula que nos da el lado inclinado en función de la altura y de las bases:

$$\mathbf{l_2 = \sqrt{l_1^2 + (b_1 - b_2)^2}}$$

EL LADO INCLINADO DE UN TRAPECIO RECTÁNGULO ES IGUAL A LA RAÍZ CUADRADA DEL CUADRADO DE LA ALTURA MÁS EL CUADRADO DE LA DIFERENCIA ENTRE LAS DOS BASES.

El valor del ángulo C lo hallaremos así:

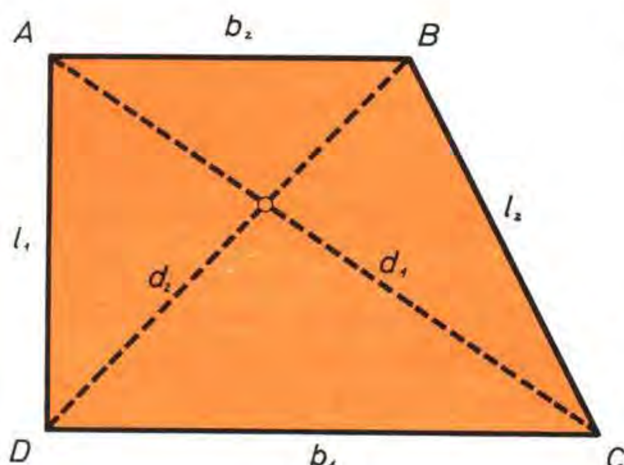
$$\mathbf{tg\ C = \frac{l_1}{b_1 - b_2}}$$

Y el valor del ángulo B será:

$$\mathbf{B = 180° - C}$$

Nos faltan las diagonales, que calcularemos aplicando directamente el teorema de Pitágoras.

Parece mentira que de uno de los más simples teoremas de la geometría podamos sacar ventajas. Nadie se admira de la existencia de este teorema, nos parece una cosa normal, pero el descubrimiento de Pitágoras (o de alguien anterior a él) es de los que más posibilidad ha abierto al campo de la técnica.



Observe que tenemos dos triángulos rectángulos, cuyas hipotenusas son, respectivamente, las dos diagonales. Es d_2 la hipotenusa del triángulo B A D y es d_1 la hipotenusa de A D C.

Por lo tanto, se verificará que

$$\mathbf{d_2 = \sqrt{l_1^2 + b_2^2}}$$

LA DIAGONAL MENOR DE UN TRAPECIO RECTÁNGULO ES IGUAL A LA RAÍZ CUADRADA DE LA SUMA DEL CUADRADO DE LA ALTURA Y EL CUADRADO DE LA BASE MENOR.

Y también se cumplirá que:

$$\mathbf{d_1 = \sqrt{l_1^2 + b_1^2}}$$

LA DIAGONAL MAYOR DE UN TRAPECIO RECTÁNGULO ES IGUAL A LA RAÍZ CUADRADA DE LA SUMA DEL CUADRADO DE LA ALTURA MÁS EL CUADRADO DE LA BASE MAYOR.

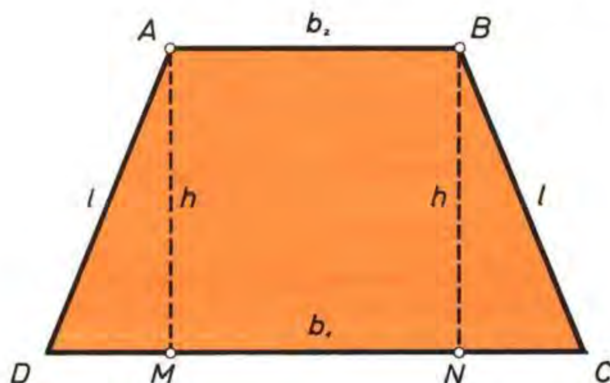
TRAPECIO ISÓSCELES. — Aquí el problema es diferente, puesto que tenemos en la figura dos lados no paralelos iguales, de lo que resultan dos diagonales también iguales. Además, los dos ángulos superiores serán iguales y lo mismo ocurrirá con los inferiores: también serán iguales entre sí.

Sigamos con esta especie de *composición de lugar:* la suma de un ángulo superior y uno inferior será siempre igual a dos rectos (180°). Así, nos bastará conocer uno de los ángulos del trapecio isósceles para conocer los demás.

Digamos también que las diagonales se cortan en el centro de gravedad de la figura

Y ya, vistas estas particularidades, vamos a calcular el valor de los lados laterales, ángulos y diagonales partiendo de tres datos: las dos bases y la altura.

No es difícil; pero para que lo comprenda es necesario que no pierda de vista la figura. Veamos si sigue el razonamiento:



Empecemos por bajar las perpendiculares A M y B N. Se nos ha formado el rectángulo A B N M, en el que se cumple lo siguiente:

$$AM = BN = \text{altura} = h$$

Observará también que...

$$MN = AB = \text{base menor} = b_2$$

La base mayor nos ha quedado dividida en tres segmentos. Es decir:

$b_1 = DC = DM + MN + NC$... siendo $MN = b_2$... será $b_1 = DM + b_2 + NC$

Pero, al ser $DM = NC$, tendremos:

$$b_1 = DM + DM + b_2 = 2DM + b_2$$
$$b_1 = 2DM + b_2$$

De donde deducimos esto:

$$DM = \frac{b_1 - b_2}{2}$$

Pero DM es el cateto menor del triángulo rectángulo AMD cuya hipotenusa es precisamente el lado l. Si aplicamos el teorema de Pitágoras a este triángulo, tendremos la siguiente igualdad:

$$l^2 = h^2 + DM^2 = h^2 + \left(\frac{b_1 - b_2}{2}\right)^2$$

Extrayendo la raíz cuadrada de esta igualdad,

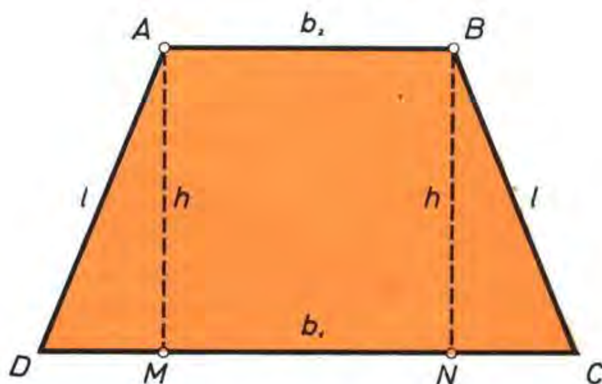
$$l = \sqrt{h^2 + \left(\frac{b_1 - b_2}{2}\right)^2}$$

Hemos llegado a la primera conclusión: EL LADO LATERAL DE UN TRAPECIO ISÓSCELES ES IGUAL A LA RAÍZ CUADRADA DEL CUADRADO DE LA ALTURA MÁS EL CUADRADO DE LA SEMIDIFERENCIA DE LAS DOS BASES.

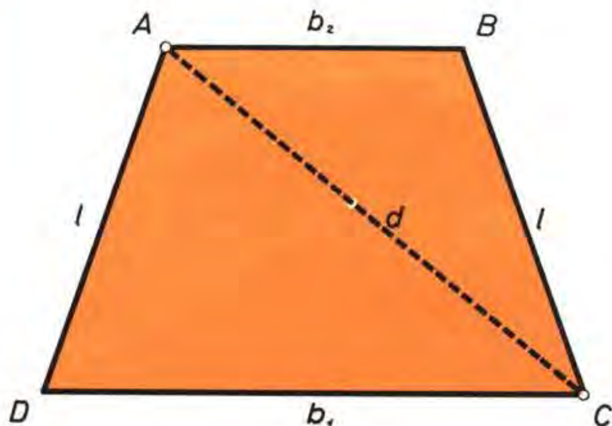
Para calcular el valor del ángulo D, tendremos en cuenta que:

$$\text{tg } D = \frac{h}{DM} = \frac{h}{\frac{b_1 - b_2}{2}} = \frac{2h}{b_1 - b_2}$$

$$\text{tg } D = \frac{2h}{b_1 - b_2}$$



Para mayor comodidad repetimos aquí la figura anterior.



Nos queda una última incógnita: la diagonal. ¿Cómo la calcularemos?

Vea usted en la figura cómo una diagonal (recuerde que las dos son iguales) divide al trapecio en dos triángulos, acutángulo uno y obtusángulo el otro. Pues bien: en el triángulo acutángulo ACD se cumplirán las fórmulas que para su resolución se dieron en el capítulo a ello dedicado. Y en nuestro triángulo se cumple que:

$$d = \sqrt{l^2 + b_1^2 - 2lb_1 \cdot \cos D}$$

Se habrá dado cuenta de que el teorema de Pitágoras y las fórmulas trigonométricas resultan imprescindibles a la hora de resolver figuras geométricas. Pero ¿siempre es así?... Verá: vamos a ser completamente sinceros. Le engañaríamos si le dijésemos que sí, porque si bien un auténtico proyectista debe estar al corriente de las fórmulas de cálculo, también es verdad que muchas veces resulta mucho más directo solucionar una figura por un sistema gráfico. Muchas veces es posible, pero otras no.

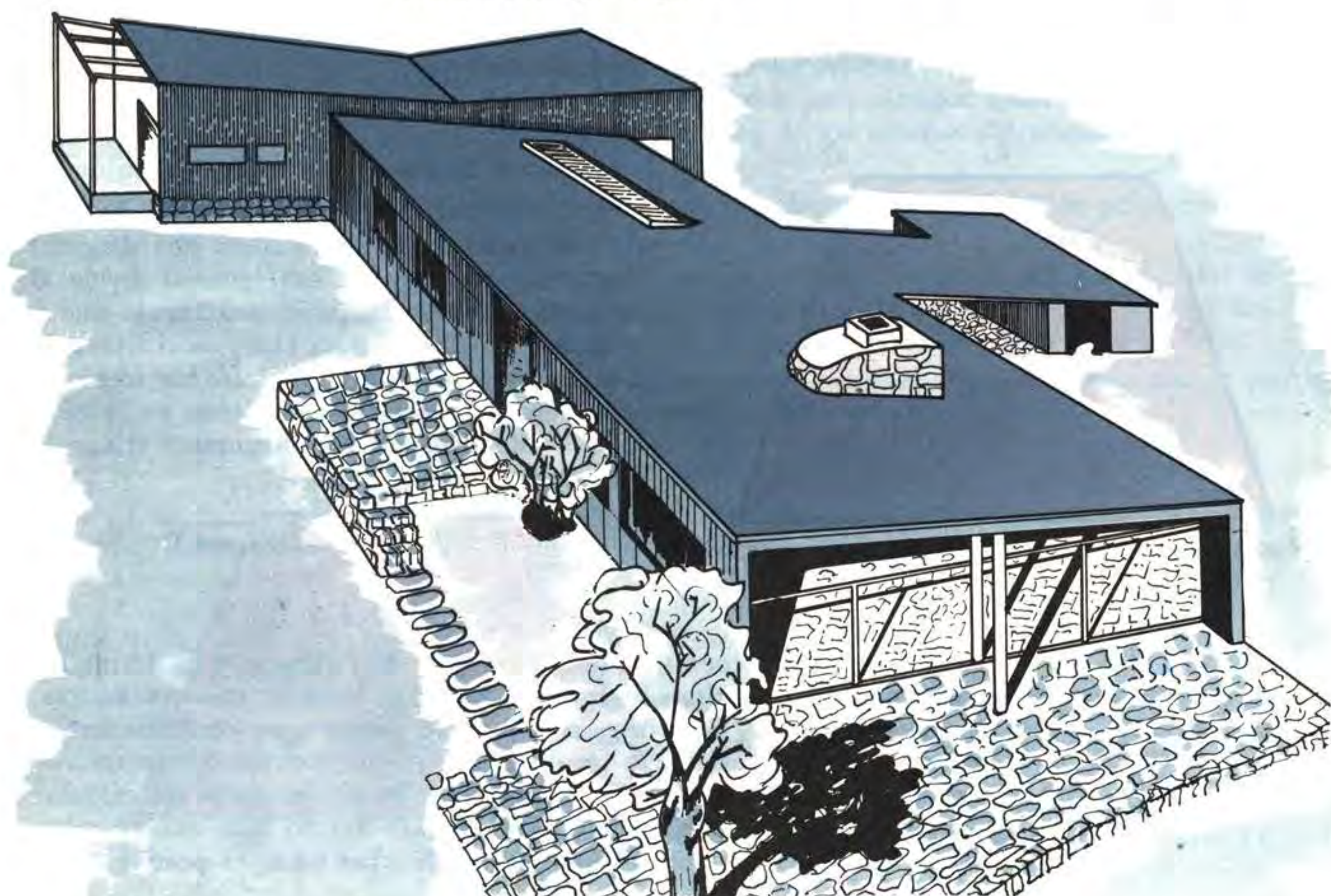
dibujo técnico 12

I PLANTA DE UN EDIFICIO

Usted ha estudiado lo suficiente para saber lo que entendemos, en términos generales, por una vista en planta de un elemento cualquiera. Sabe también que una planta se identifica con una proyección en un *plano horizontal*, de la misma forma que un alzado corresponde a una proyección en un *plano vertical*.

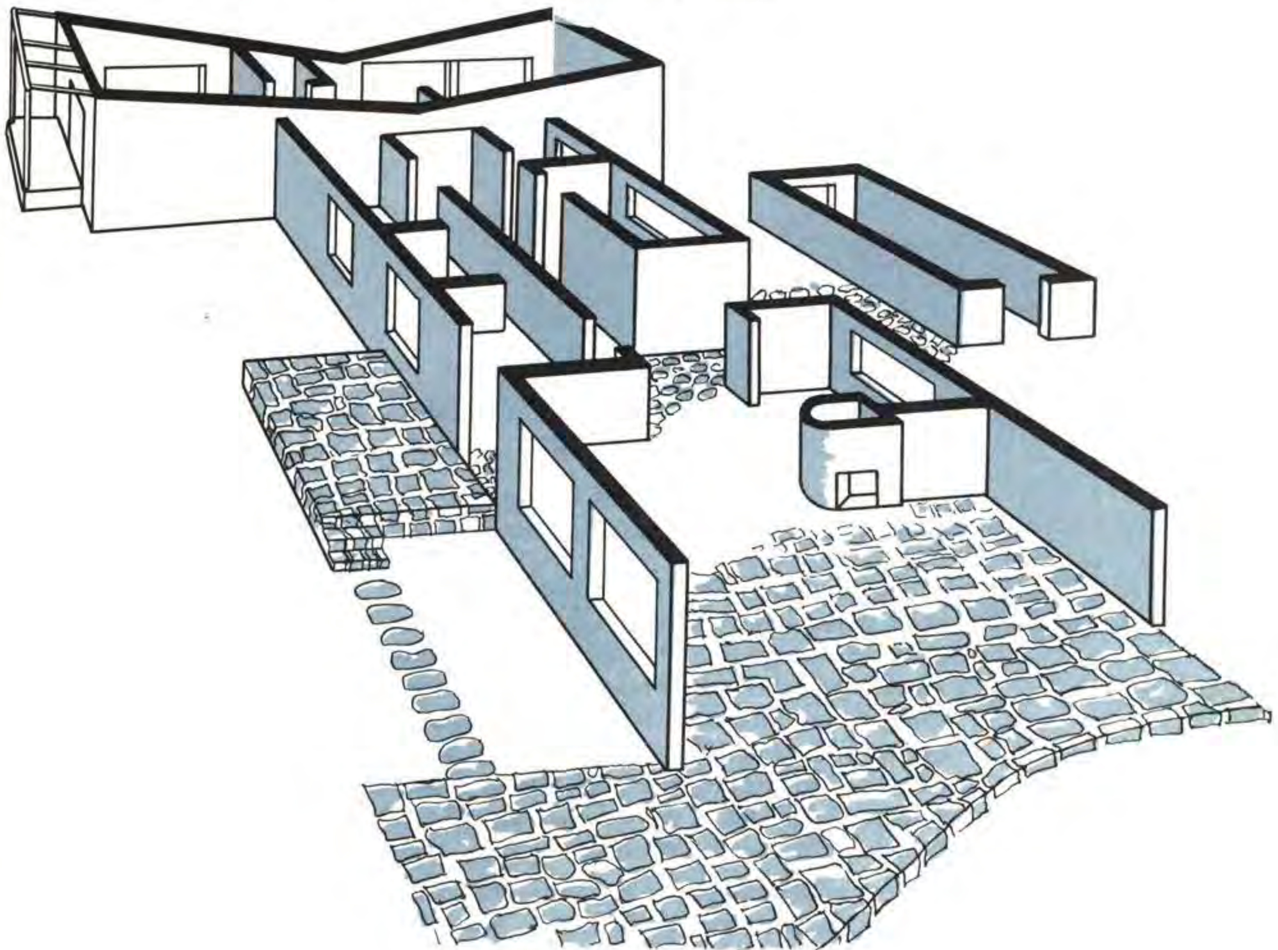
Pero, en el ramo de la construcción, el concepto de *planta* tiene una interpretación algo distinta. Dedicaremos este capítulo a estudiar este concepto: planta de un edificio.

Podemos decir que la planta de un edificio es aquella vista especial que demuestra la distribución interior de la habitación. Y como en un mismo edificio pueden existir varios pisos, el plano de una construcción constará de tantas plantas como viviendas distintas contenga. Así, no es extraño que en el plano de un edificio de planta y piso deban dibujarse dos plantas para demostrar que los bajos tienen una distribución distinta que el piso.



Ha visto la perspectiva de un edificio, tipo *bungalow*, ideado para pasar en él unas vacaciones o lo que se llama un fin de semana. Es un dibujo que nos lo muestra como lo veríamos desde el punto de vista en que teóricamente estamos situados. Si deseamos apreciar su distribución interna (cosa importantísima en toda edificación tipo vivienda), ¿qué es lo primero que se nos ocurre pensar?... Una de las cosas que pensamos es que ojalá la cubierta fuese de cristal, completamente transparente. ¡Qué bien!

Pero los proyectistas vamos aún más lejos. Puestos a encontrar soluciones prácticas no nos pararemos a mitad de camino. ¿Cubierta de cristal?... Tenemos una solución mejor: en menos tiempo del que empleamos en decirlo... ¡Hola! Quitamos la cubierta y dejamos las paredes interiores al descubierto. ¡Véalas!



Somos listos, cabe reconocerlo, porque indiscutiblemente así damos una buena idea de la distribución interior de este edificio. Pero ¿cómo vemos esta distribución?... Pues la vemos como la veríamos desde el mismo punto de vista anterior, pero considerando el edificio *sin tapadera*. Este último párrafo parece la conjugación del verbo ver, ¿verdad? Es que estamos ante el problema de siempre: no nos sirve dibujar las cosas como las vemos, las necesitamos como son y es evidente que demostrando una distribución de tabiques por medio de una perspectiva deformamos las proporciones reales de las distintas estancias.

EJEMPLO PRACTICO N.° 13

Como ve, ésta es la fotografía de una torre de veraneo. No la hemos inventado; es algo real, construído. Naturalmente, esta construcción se ha llevado a cabo gracias a unos planos. ¿Qué planos?



En la lámina inserta en la pág. 466 tiene usted el plano de conjunto de esta *torre*: una planta y cuatro alzados.

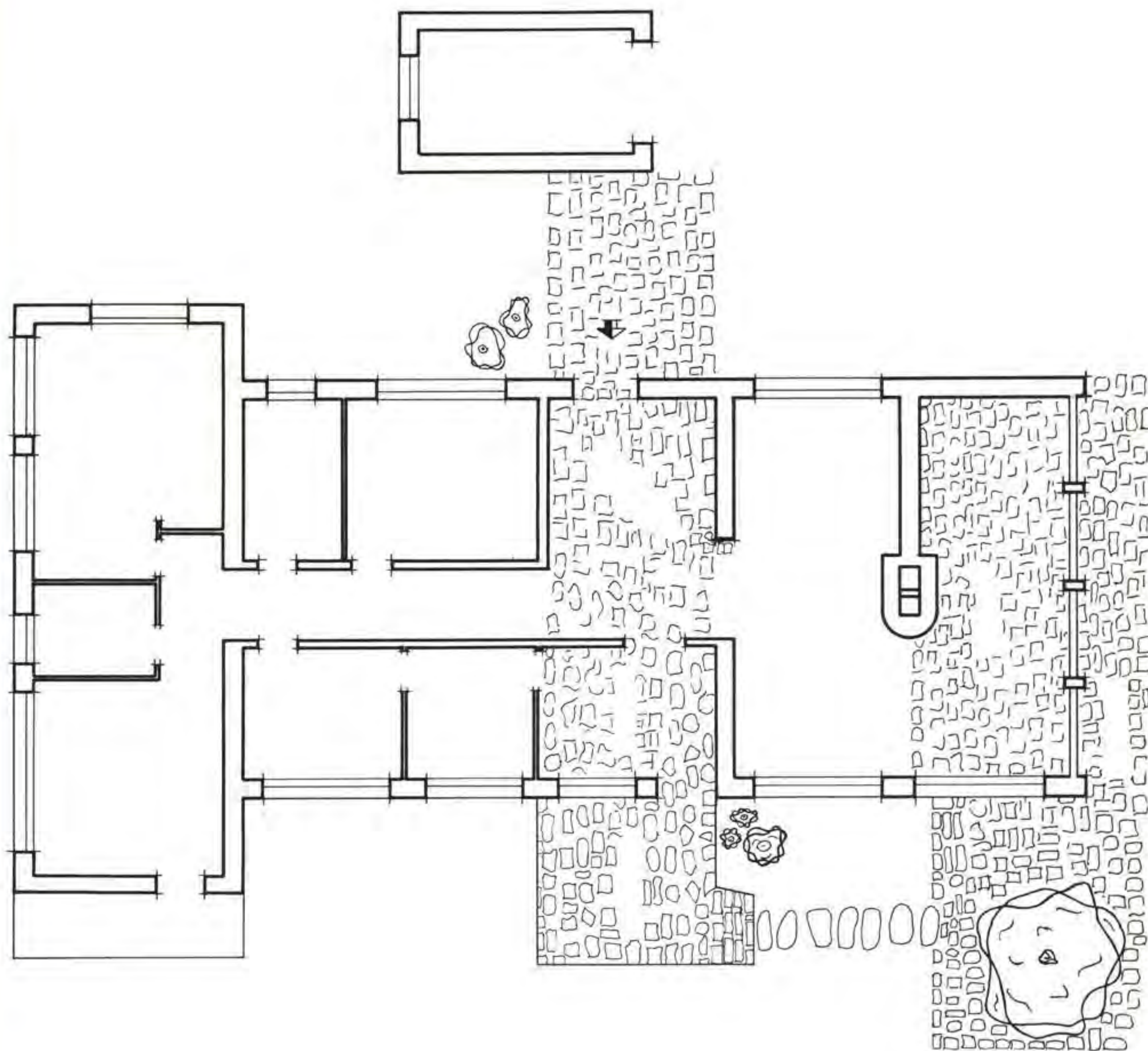
Lo primero que nos interesa descubrir es qué alzado pertenece a cada pared exterior de la planta. Nos llama la atención una pared que aparece sin ninguna abertura (completamente negra en la planta). ¿A qué alzado pertenecerá? Mejor dicho: ¿cuál es el alzado perteneciente a esta pared? En este alzado no debe aparecer ninguna abertura; ni puertas ni ventanas. El que cumple con esta condición es el alzado *Norte*. Observe, además, cómo este alzado muestra parte de la conducción de humos del sistema de calefacción. ¿Se da cuenta del detalle y puede relacionarlo con la planta?

Vea el alzado *Oeste*. Presenta una gran abertura cerrada por una cristalería, la conducción de humos vista por su parte más estrecha y la entrada principal, asimismo cerrada por grandes cristales. ¿Localiza estas paredes en la planta? Sí, claro. Son las que quedan más cercanas a la palabra *planta*. Observe que este alzado es el que muestra la fotografía que encabeza este escrito.

Los dos alzados restantes son de fácil localización. La pared con una sola abertura pertenece al alzado *Sur*, que muestra la conducción de humos por su parte más ancha y la marquesina que protege la entrada (vea la foto) y que no se demuestra en la planta.

Queda el alzado *Este* con sus cuatro aberturas (tres ventanas y una puerta de servicio) mostrando la parte superior y posterior de la chimenea.

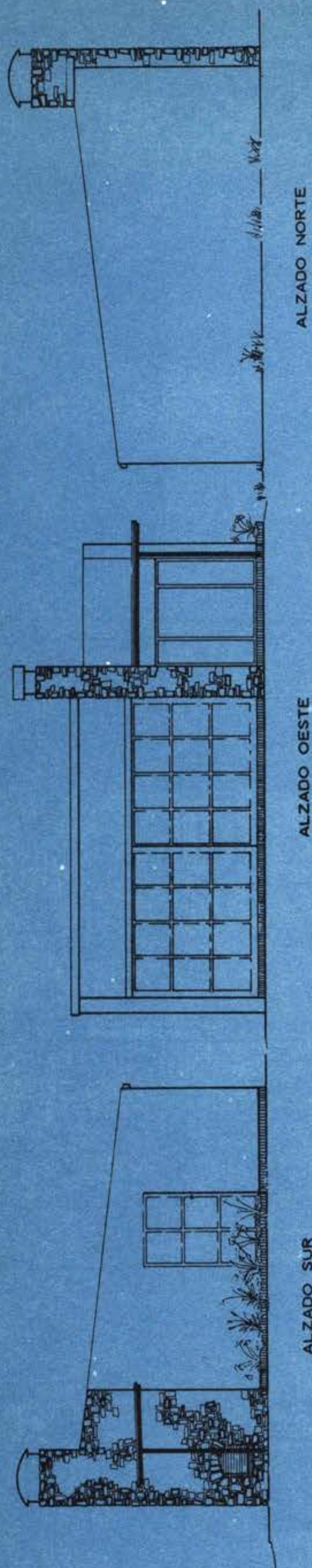
Lo que necesitamos es *la planta* de este edificio. Y ¿qué será esta planta? Pues no es más que la vista superior del edificio, considerado sin cubierta y seccionado al nivel medio de las ventanas. ¿Lo comprende?... Imagine que proyectamos en un plano horizontal lo que en el dibujo anterior hemos rellenado en negro, previo un corte horizontal por la mitad del nivel de las ventanas. Tendremos esto:

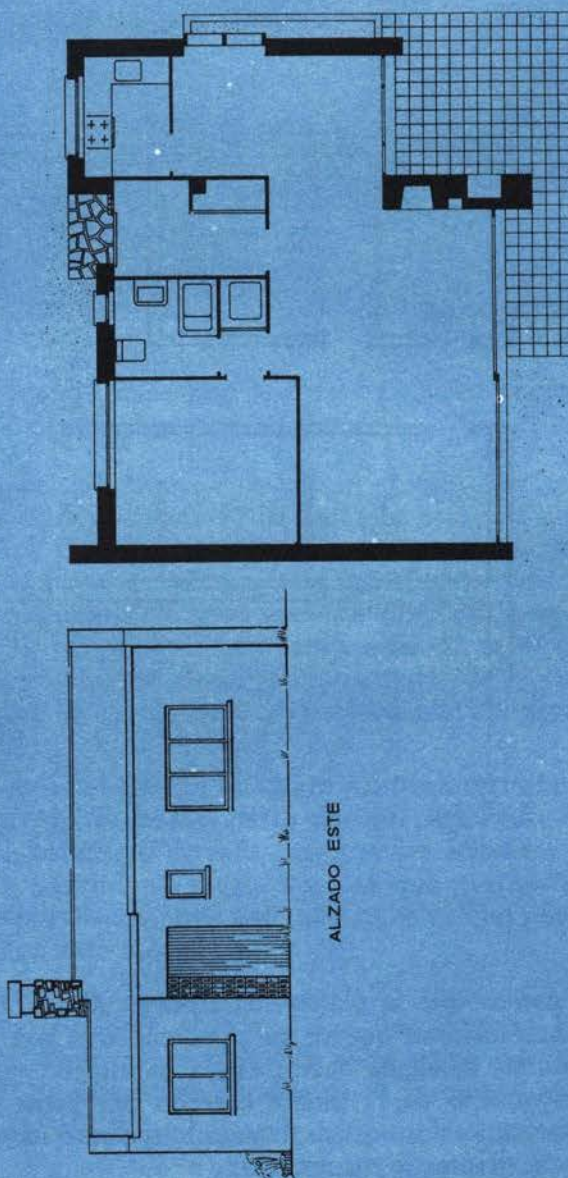


Ni más ni menos que la planta del edificio. Ahora, entreténgase en relacionar las habitaciones que ve en la perspectiva con las distribuciones de la planta. Si consigue decir: «Esta habitación que veo en perspectiva es este espacio de la planta cerrado por estas paredes», y no le falla ninguna habitación, quede tranquilo, porque usted ha comprendido lo que es la planta de un edificio.

EJEMPLO PRACTICO N.° 13

En construcción no se emplean los términos vista principal, vista lateral y vista posterior. En construcción, cuando se trata de un edificio situado a los cuatro vientos, se nombra cada alzado por el punto cardinal a que da frente. La situación de un edificio tiene una gran importancia por las características de ambiente y clima que proporciona a las habitaciones.

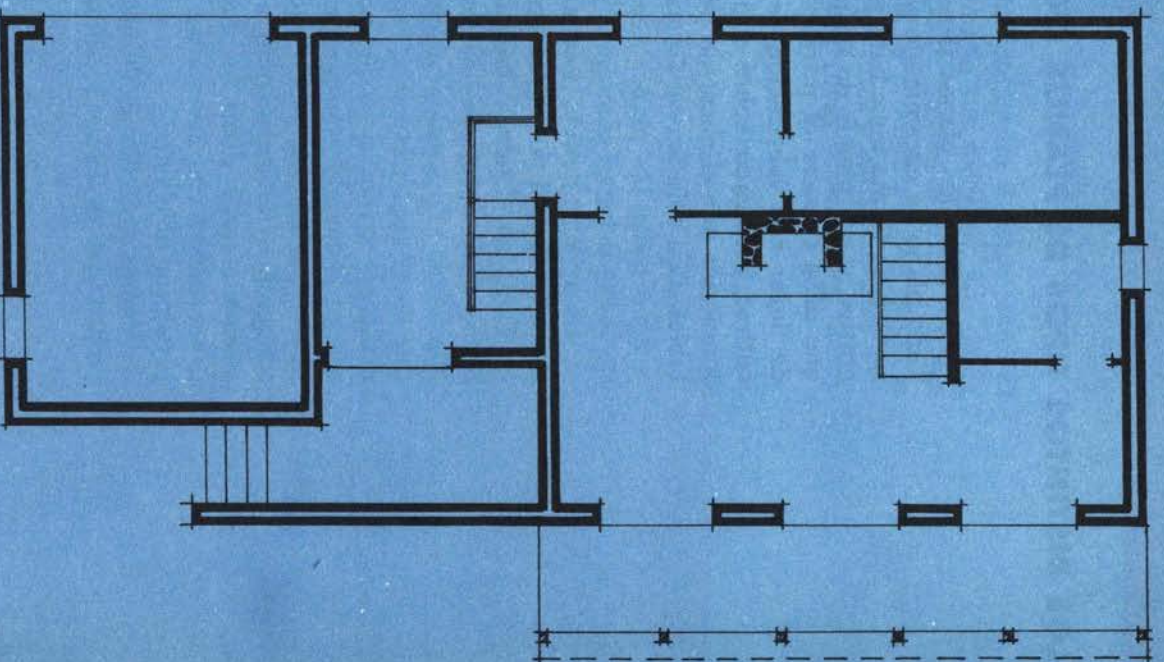




Escala 1:100



Planta y alzado de una edificacián campestre de recreo con aditamento de sombras y adornos para valorar el dibujo.







II LOS DISTINTOS TIPOS DE PLANOS EN CONSTRUCCION

No todos los planos tienen el mismo destino, ni la misma utilidad. Todo plano va encaminado a la construcción de algo, pero el plano que servirá de forma inmediata para dicha construcción será el proyecto definitivo y sus planos de despiece. ¿Son éstos los únicos tipos de plano que debe conocer el proyectista?... Ciertamente, no. No, porque, antes de llegar a la fabricación de lo proyectado, la idea debe madurar, discutirse, plantearse sobre el papel y sobre el terreno. Las modificaciones impuestas por el cliente o por el mismo proyectista son del todo inevitables. Con sólo pensar lo que antecede, comprendemos inmediatamente que no todos los planos necesitarán el mismo grado de exactitud, que no todos deberán efectuarse para demostrar la misma cosa. Total:

EXISTEN DISTINTAS MANERAS DE REPRESENTAR UNA MISMA COSA, SEGÚN SEA EL OBJETO O FIN DE LA REPRESENTACIÓN.

Tanto en el dibujo industrial como en el arquitectónico, existen distintos tipos de planos, de los cuales las normas DIN dan una clasificación oficial. La gama de variedades es más reducida en dibujo industrial que en el arquitectónico. Empezaremos por el segundo. Los que deseen dedicarse a esta rama se encontrarán con muchas maneras de efectuar planos, variando enormemente en categoría de presentación o lujo, en la expresividad del plano, etc. Se comprende, por ejemplo, que el plano topográfico de un terreno a edificar será de un estilo y personalidad completamente distintas que el plano del mismo solar indicando la urbanización con carreteras, solares para construir, etc., realizado para presentar al cliente.

Vamos a dividir el dibujo arquitectónico en sus diferentes gamas de planos, que podemos resumir en:

a) PLANOS PARA ESTUDIOS TÉCNICOS
1. Topográficos.
2. De anteproyecto.
3. Del proyecto definitivo.
4. Para el Ayuntamiento.
5. De obra.
6. De oficios.

b) PLANOS PARA EL PROPIETARIO
7. Aprovechamiento del solar y urbanización.
8. Proyectos definitivos.
9. Perspectivas.

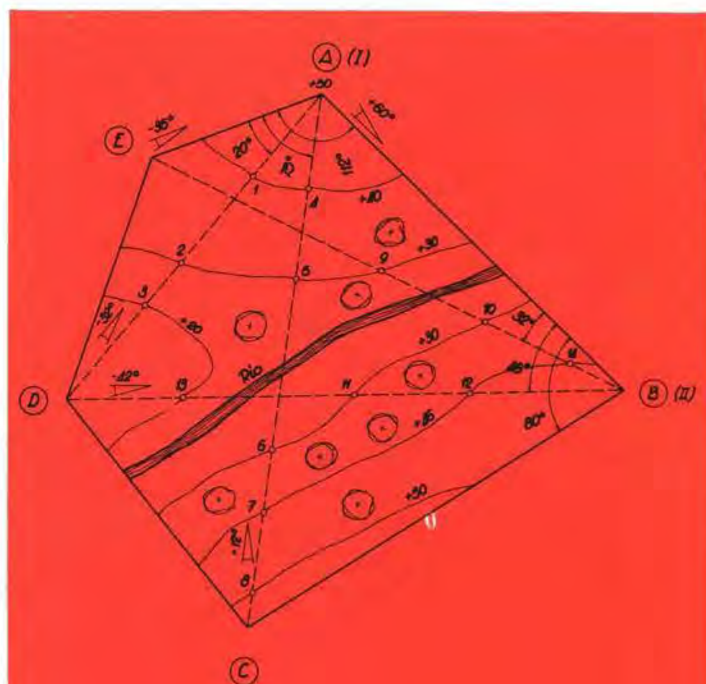
Cada uno de los nueve tipos que se mencionan tiene un estilo propio. Vamos a ver acto seguido un ejemplo de cada uno de estos tipos de planos para que usted, tanto si quiere dedicarse a la mecánica como a la construcción, tenga una idea de lo que caracteriza cada uno de estos tipos de planos. Vamos a pasar una revista; no a hacer un estudio profundo sobre cada plano.

Nos limitaremos a dar un ejemplo de cada uno de estos tipos de planos a fin de que tenga usted una idea de sus características y pueda apreciar las diferencias básicas entre los planos de uno y otro tipo.

1. Plano topográfico para el estudio técnico del terreno.

La figura inmediata es un plano topográfico, hecho a pulso sobre el mismo terreno y a medida que se han tomado sus medidas. Los datos necesarios se han anotado en una hoja aparte, sirviendo plano y notas para que luego, en el gabinete del topógrafo, se proceda a trazar el plano con las curvas de nivel exactas, detallando todos los accidentes que pueda presentar el terreno: arroyos, árboles, rocas prominentes, desniveles pronunciados, etc., etc.

	Estación (I)(A)		
Puntos	Ángulo H.	Distancia metros	Ángulo V
E	0	22	-35° 15'
D	20°	54,5	- 32° 18'
C	75°	110,5	+ 12° 6'
B	112°	[illegible]	+ 60° 45'
1	-	-	-
2	-	-	-
3	-	-	-
4	-	-	-
.	.	.	.
.	.	.	.

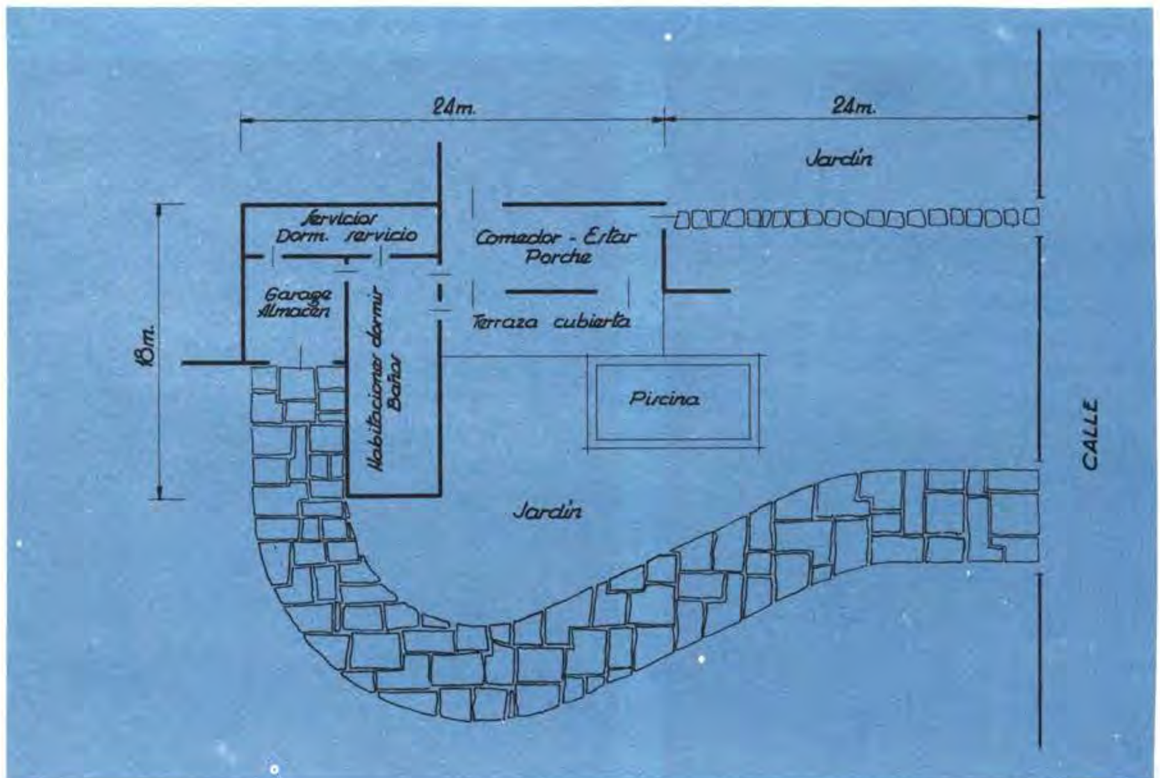


Este plano es de orden puramente técnico y, por lo tanto, de estudio. Su categoría de presentación, pues, importa poco. Es un plano que debe utilizarlo sólo quien deba interesarse por el estudio del terreno en que se va a construir.

2. Plano de anteproyecto.

El gráfico perteneciente a este apartado representa la planta de un plano de anteproyecto. Vemos la planta de un edificio unifamiliar mostrando su distribución aproximada, dando una simple idea de lo que será el proyecto definitivo en lo que respecta a la distribución de làs habitaciones. Se han agrupado por categorías: de día, de noche, de servicios, cocina, lavadero, etc.

Este plano puede ser entregado para que el propietario dé su primera conformidad: pero, en principio, sirve sólo para el desarrollo del proyecto. Es de carácter técnico. Se efectúa en un papel vegetal de escasa calidad (no hace falta más), procurando sólo que las líneas sean finas y uniformes a fin de que en las copias (de las que se estropearán muchas) puedan hacerse cuantas modificaciones y observaciones se consideran de interés. Este es el plano del «lanzamiento» del proyecto, y sobre las copias van quedando las objeciones interesantes que luego pasarán al proyecto definitivo.

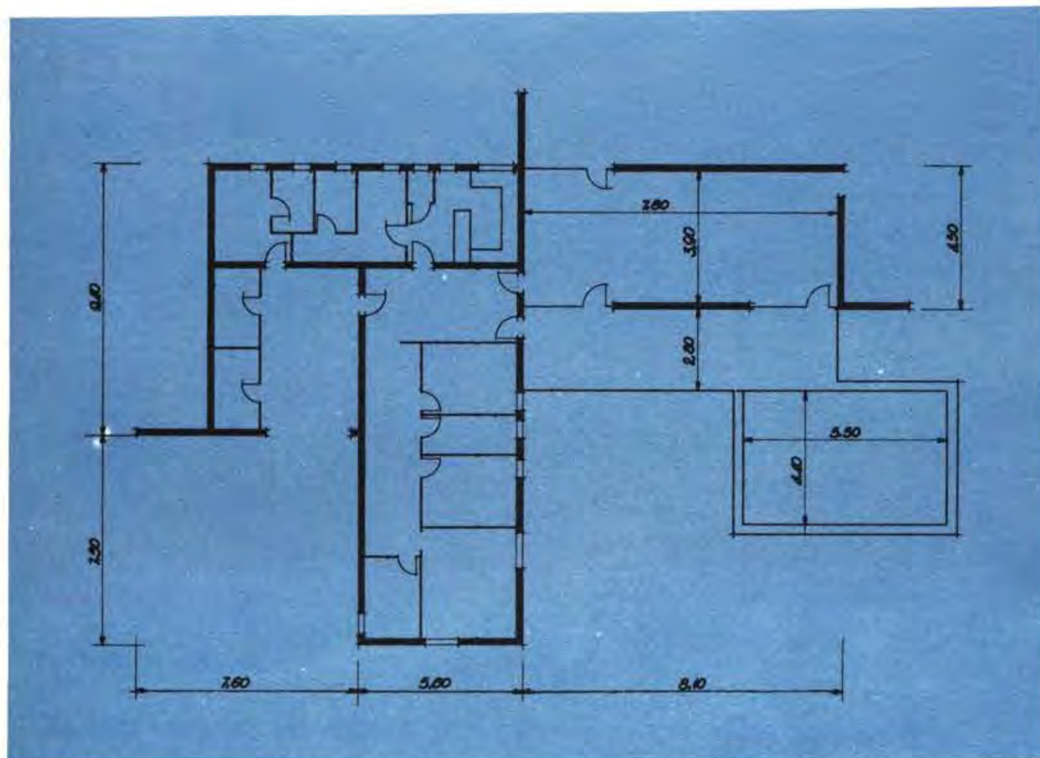


3. Plano del proyecto definitivo.

El gráfico representa la planta del proyecto definitivo. En ella queda la correcta distribución de tabiques y paredes. En este plano deben ponerse las medidas exactas de todas las habitaciones, las cotas generales del edificio, la cotas de los huecos (puertas y ventanas), el espesor de las paredes, indicaciones de distribución, etc.

Este plano requiere que todo esté perfectamente controlado: cotas de nivel de suelos, medidas de las habitaciones... todo lo que hemos dicho. Un error de medidas en un plano de proyecto definitivo puede acarrear muchos contratiempos.

En general, estos planos se dibujan a escala 1 : 50 ó 1 : 100. Si se trata de un edificio de grandes dimensiones, acostumbra emplearse la escala 1 : 500.



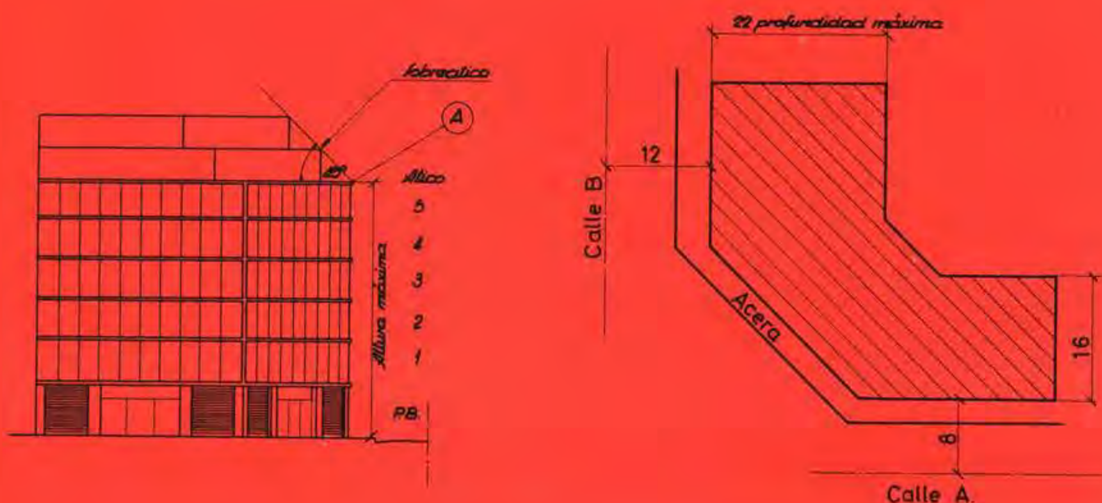
4. Planos para el Ayuntamiento.

Todo proyecto de construcción (excepto en algunos casos especiales que sólo afectan al propietario) debe presentarse al Ayuntamiento a fin de obtener el correspondiente permiso de obras. Debe completarse el plano anterior (el del proyecto definitivo) con los datos que directamente interesan al Ayuntamiento, como son, por ejemplo, los balcones que puedan existir en el edificio proyectado, la profundidad máxima edificable, altura máxima edificable, medidas reglamentarias en la superficie y volumen de las habitaciones, superficie de iluminación (ventanas y demás aberturas exteriores), etc.

Como ejemplo, representamos un edificio para viviendas enclavado en un solar que tiene fachada a dos calles de distinta categoría, lo que nos permite observar que la profundidad máxima edificable varía según la categoría y anchura de las calles a las que el edificio tiene fachada.

El ángulo de 45° que se ha trazado desde A es otro dato que exige el Ayuntamiento cuando en el edificio debe construirse un ático y sobreático retirados de la fachada.

En los planos de distribución de plantas deberán indicarse las medidas de las fachadas, de las aceras y de los patios. Todo ello son pormenores exigidos por las ordenanzas municipales y que deben tenerse en cuenta al presentar los planos para el Ayuntamiento.



5. Planos de obra.

Cuando un plano sale de las manos del proyectista, se le exige que su presentación sea buena; pero eso de nada serviría si el plano no cumple con la función que se le asigna. Hemos visto cómo son unos u otros los datos que debe expresar según el *destino* que se da al plano. Pues bien: siendo la finalidad principal de un proyecto que éste pueda convertirse en una realidad, es evidente que habrá un tipo de plano cuya finalidad inmediata será la de proporcionar al contratista de la obra todos los datos necesarios para su construcción: éstos son los planos de obra, que deben contener todos los datos y detalles constructivos: espesores de paredes, patios, desagües, conductos de humos, indicación de revestimientos, de tipos de pavimento, electricidad, calefacción... Todos estos detalles, que no interesan al Ayuntamiento ni tampoco al propietario en lo que respecta a soluciones técnicas, claro), en el plano de obra deberán consignarse con la mayor claridad para evitar que luego, en la obra, deban hacerse arreglos con el taladro y la piqueta de derribo.

Un ejemplo de plano de obra: la cocina del plano que hemos visto en el apartado 3 (plano de proyecto definitivo), que aquí viene ampliado y con todas las anotaciones que necesita el constructor para trabajar con seguridad.

6. Planos de oficios.

En una obra no intervienen sólo operarios cuyo oficio sea la albañilería y similares, sino que toman parte operarios de otros oficios que completan la edificación dejándola a punto para ser habitada. Por ejemplo: carpinteros, ebanistas, forjadores, yeseros... Para ellos deben dibujarse los palmos de aquellas partes del edificio que deberán construir.

Detalle (1)

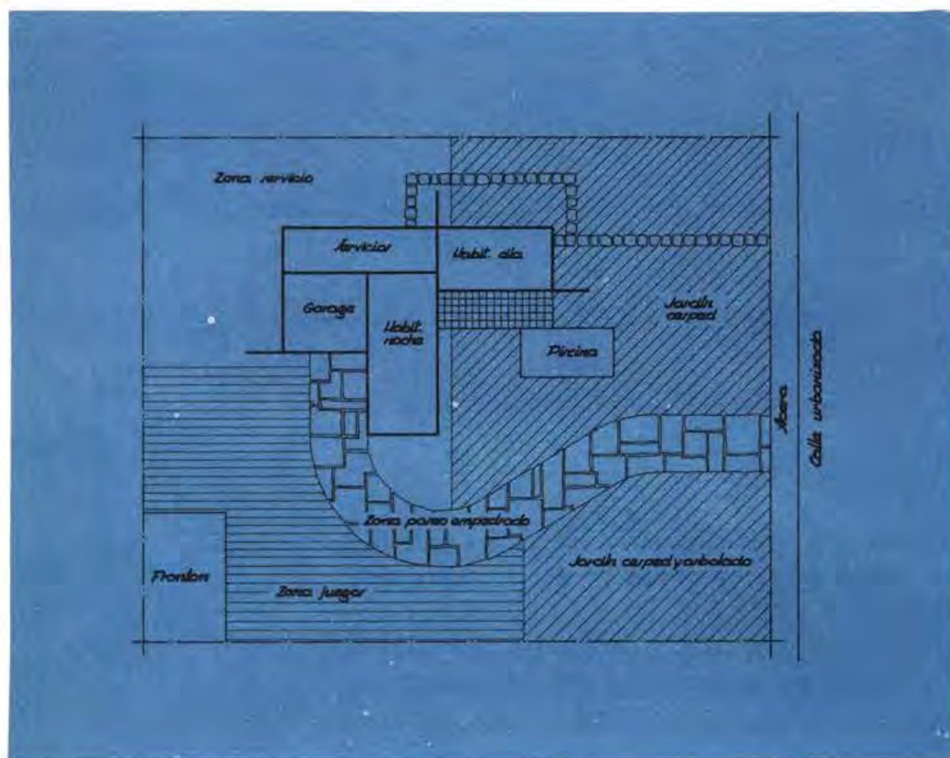


Son ulanos que generalmente se dibujan a escalas de poca reducción (1 : 10, 1 : 20) o a tamaño natural si se trata simplemente de detalles de construcción de un elemento determinado.

La figura representa un plano de oficio, destinado al carpintero que debe construir las puertas que se colocarán en las cocinas de la obra.

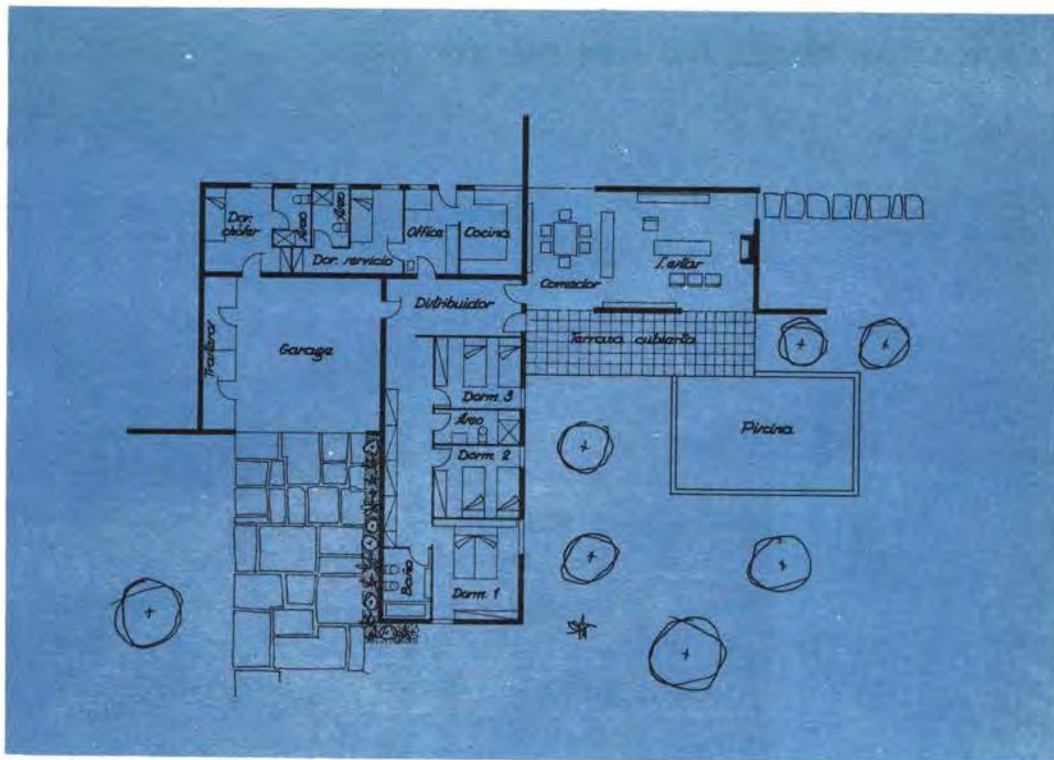
7. Plano de aprovechamiento del terreno.

Este es un plano que generalmente va destinado al propietario, a fin de que vea con claridad la forma como se aprovecha el terreno disponible para la obra. Se compondrá de un plano del solar una vez urbanizado, sobre todo cuando no se trata de levantar un solo edificio, sino de un conjunto de construcciones con solución urbanística propia. Vea un ejemplo:



8. Proyecto definitivo.

Cuando el proyecto está perfectamente modelado, de acuerdo con las ordenanzas del Municipio y respondiendo perfectamente a todos los estudios técnicos realizados, se efectúa un último plano (o conjunto de planos) con todos los detalles interiores y exteriores de la obra terminada. Se trata de *situar* al propietario ante la expresión gráfica de lo que será el proyecto una vez realizado. Este plano se realizará con un máximo de buena presentación, dando importancia a los detalles decorativos tanto interiores como exteriores.

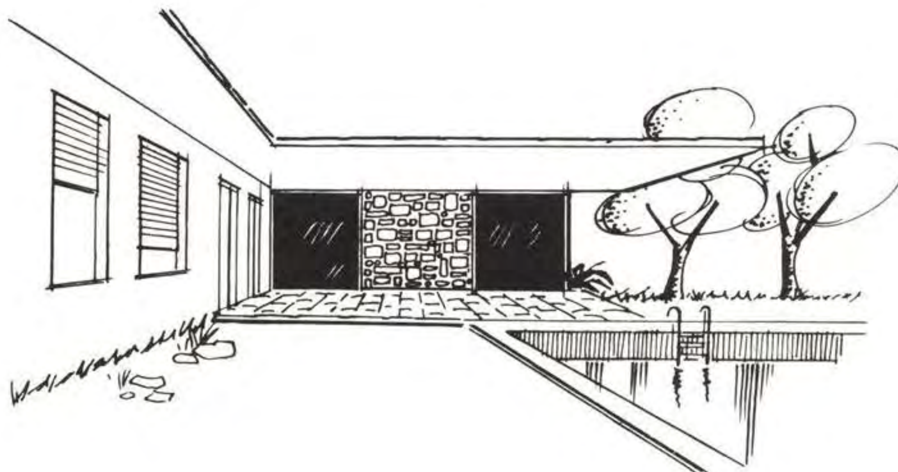


9. PERSPECTIVAS

La perspectiva es la ciencia del dibujo que enseña a dibujar las cosas como las vemos. Esta simple definición nos habla de la gran importancia que para el proyectista puede tener el conocimiento de la perspectiva, puesto que le permitirá presentar al cliente unos dibujos que a modo de fotografías anticipadas, le permitan apreciar cómo se verá la obra una vez construida.

Se acostumbra agregar al proyecto definitivo algunas perspectivas exteriores e interiores que pueden dibujarse a lápiz, a pluma, o pintadas a la acuarela, etc.

De este tipo de dibujo, nos ocuparemos en sucesivas lecciones.



CLASIFICACION DIN DE LOS DOCUMENTOS GRAFICOS

Según las normas DIN-199, existen 30 clases distintas de dibujos fundamentalmente, la mayoría de las cuales son ya viejas conocidas de nosotros. Extractamos a continuación una lista de las más importantes:

CROQUIS	Representación hecha a pulso.
DIBUJO DE PROYECTO	Para una oferta o un proyecto, que no compromete para la ejecución.
DIBUJO DE OFERTA	De explicación de la oferta, como una descripción.
DIBUJO DE ENCARGO	En el que ya se responde del aspecto exterior y dimensiones principales.
DIBUJO DE ENTREGA	Sobre la ejecución real de un suministro.
DIBUJO DESCRIPTIVO	Como explicación de una entrega.
DIBUJO DE REVISIÓN	Del que se deducen las diferencias previstas, en el montaje de una instalación, entre las dimensiones reales y las consignadas.
PLANO DE ARROLLAMIENTO	Para la representación de los arrollamientos en máquinas y aparatos eléctricos.
PLANO DE CANALIZACIÓN	Para la representación en lo referente al tendido de líneas eléctricas.
PLANO DE TUBERÍAS	Para la representación del tendido de tuberías, tanto de líquidos como de gases y vapores.
PLANO DE SITUACIÓN	Para señalar la situación recíproca de máquinas y edificios.
DIBUJO PARA PATENTES	Para la solicitud de concesión de una patente.
PLANO PARCIAL	Lo que hemos venido llamando *plano de despiece*.
PLANO DE CONJUNTO	Representación sobre un mismo plano de varios planos parciales simultáneamente.

Ahorramos dar una explicación detallada de cada uno de estos planos, porque nos parece obvia, sobre todo después de haber aclarado ideas dentro de los paréntesis.



III PERFILES LAMINADOS
SIGNOS CONVENCIONALES PARA PERFILES Y BARRAS

QUE SON LOS PERFILES LAMINADOS

El hierro es el metal más empleado en todas las ramas de la industria; es cosa que con sólo mirar el mundo que nos rodea queda más que demostrada. Por lo tanto, nos ahorramos tal demostración.

Este empleo masivo del hierro hace que nos encontremos con unas aplicaciones características que requieren que el material adopte una forma determinada. Pues bien: estas formas fijas que adopta el hierro para empleos muy específicos dentro de la mecánica y la construcción, son los llamados PERFILES LAMINADOS. Perfiles porque su distintivo es precisamente la forma de perfil del elemento de hierro; y laminados, porque se obtienen elaborando el material en unas máquinas especiales llamadas laminadoras.

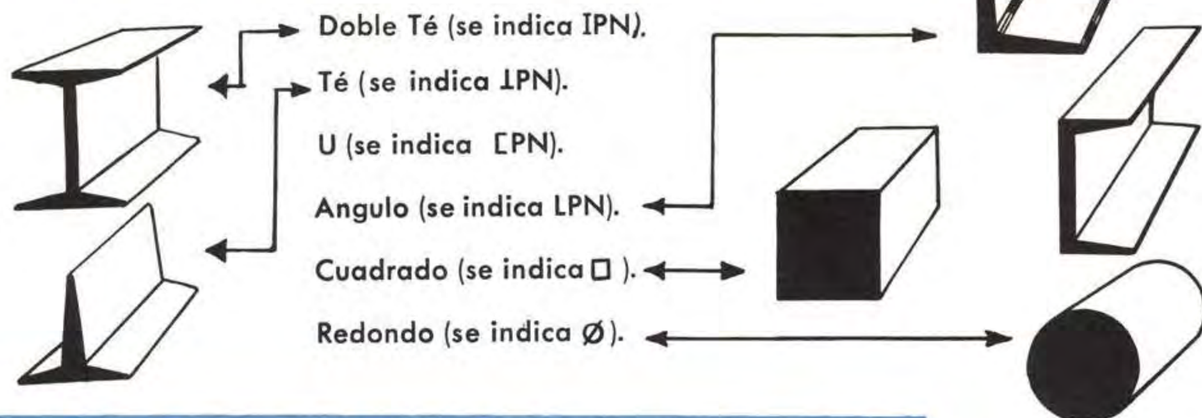
Estos perfiles están estudiados de forma que permitan obtener una máxima resistencia del material con la mayor economía del mismo. Es preciso que nosotros, antes de entrar en las lecciones superiores, tengamos una clara idea de las principales formas que adoptan estos perfiles laminados, por la constante aplicación que tienen en todas las manifestaciones de la industria. Estanterías, bancadas de máquinas, soportes, vigas metálicas, ventanas, puertas, crujías, cubiertas de todas clases... etcétera, etc., son cosas cuya solución requiere la presencia y aplicación de perfiles laminados. Para cada uso existe el perfil conveniente, por lo que oiremos hablar de perfiles TE, DOBLE TE, perfiles en U, ANGULOS...

En principio, los perfiles laminados se dividen en dos grandes grupos: los perfiles NORMALES y los perfiles ESPECIALES.

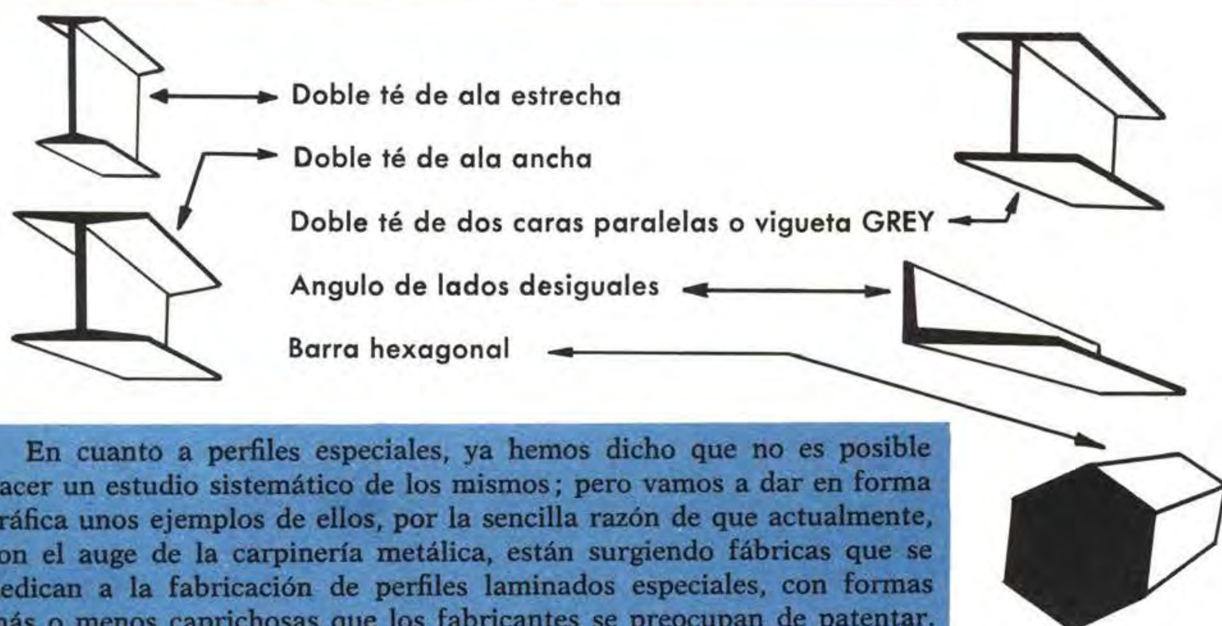
Los normales serán aquellos que se emplean con reiteración. Es normal su empleo y de ahí su nombre. Con estos perfiles casi siempre es posible solucionar todos los problemas que requieren el empleo de los perfiles laminados; pero siempre queda este «casi» que representa el problema especial, el imprevisto cuya solución nos obligará a hacernos fabricar un perfil especial. Por lo tanto, sólo pueden ser materia de estudio los perfiles normales, los que siempre se encuentran en el mercado, aquellos cuya forma es siempre la misma. Cuando una cosa es un hecho esporádico, como ocurre con los perfiles especiales, no es posible estructurar un estudio metódico.

Por tanto, vamos a estudiar cuáles son estos perfiles normales. Al mismo tiempo que se indicará la forma de estos perfiles, daremos su nombre e indicación simbólica.

Los perfiles laminados normales son fundamentalmente seis. Véalos:



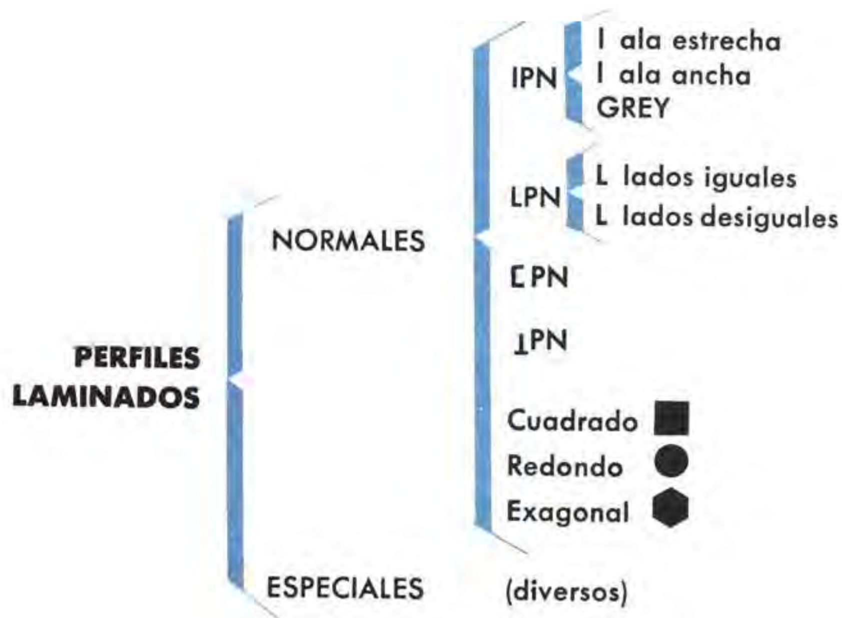
De estos seis perfiles normales y fundamentales se han derivado otros cinco, cuya forma y denominación tiene indicada ahí:



En cuanto a perfiles especiales, ya hemos dicho que no es posible hacer un estudio sistemático de los mismos; pero vamos a dar en forma gráfica unos ejemplos de ellos, por la sencilla razón de que actualmente, con el auge de la carpinería metálica, están surgiendo fábricas que se dedican a la fabricación de perfiles laminados especiales, con formas más o menos caprichosas que los fabricantes se preocupan de patentar. La gracia de estos perfiles está en que, dentro de su forma original, tengan el máximo de aplicaciones. Se utilizan principalmente en el ramo de la construcción metálica, para marcos de puertas y ventanas, para muebles metálicos. Vea unas muestras de estos perfiles:



Y, finalmente, le ofrecemos un cuadro-resumen de la clasificación de los perfiles laminados.



NORMAS PARA EL DIBUJO DE PERFILES LAMINADOS

Hemos dicho que los perfiles laminados están concebidos para obtener un máximo de resistencia con un mínimo de material. Esto supone un estudio profundo de las distintas dimensiones que deben darse a cada una de las superficies del perfil, estudio que otros han realizado por nosotros (no es la primera vez que decimos que nosotros tenemos la suerte de habernos encontrado con muchas cosas hechas) y que han dado como resultados unas determinadas proporciones entre las cotas de cada uno de los perfiles normales.

Vamos a decirlo de otra forma: En cada perfil normal hay unas cotas que le son características, cotas que deben tener un valor numérico según el tamaño de la sección del perfil. Pero el perfil tiene una sección cuyas proporciones son constantes, ya que de otra manera fallaría el estudio que ha llevado a establecer estas proporciones, que son las que confieren el máximo de resistencia deseado junto al ahorro de material no menos deseado. En resumen: que dado un tipo de perfil y una de sus cotas, conociendo las cotas características del perfil, podemos deducir todas las demás conociendo las proporciones que las relacionan.

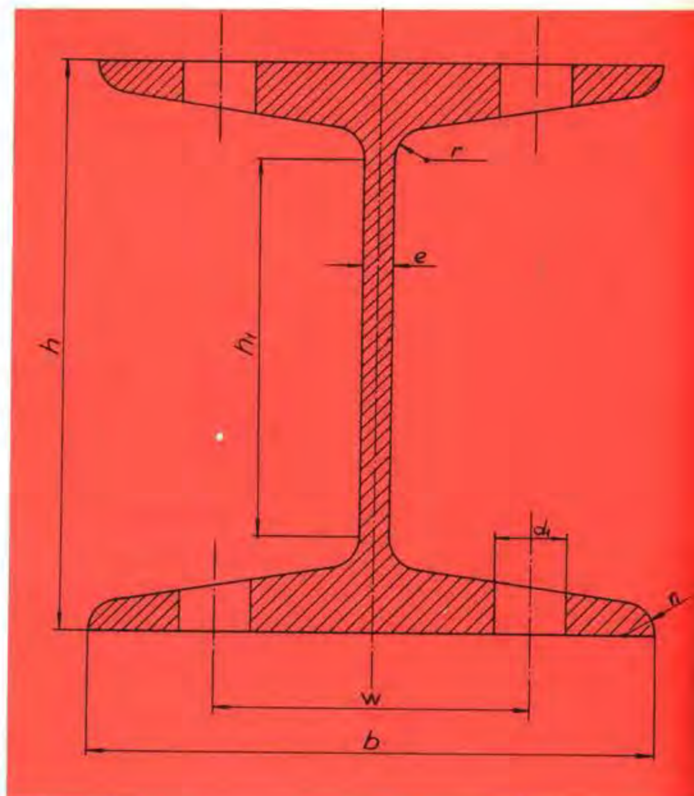
Y dicho lo que antecede a modo de información general, vamos a ver cuáles son las cotas características de cada perfil. Luego, en forma de tabla, veremos que resulta facilísimo deducir todas las cotas de un perfil (y por lo tanto dibujarlo) cuando se conoce una de ellas.

PERFILES DOBLE T. — Estos perfiles pueden ser de perfil normal (IPN), de ala estrecha, ala ancha y de caras paralelas, que son las llamadas viguetas Grey. Digamos que estas viguetas Grey tienen las mismas cotas características que los demás perfiles en T con la única diferencia de que las caras horizontales internas carecen de pendiente. Por eso se llaman de caras paralelas.

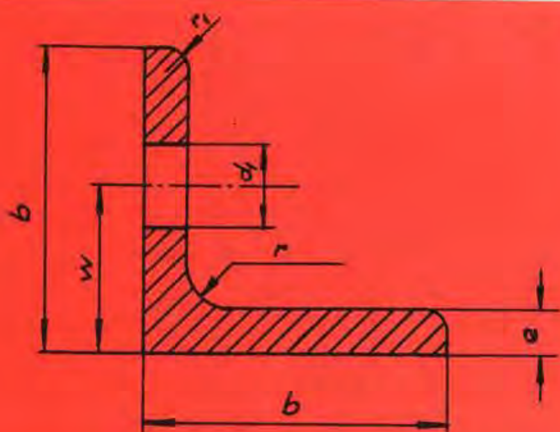
Sabemos más que lo suficiente sobre cotas para que podamos interpretar sin dificultad las que caracterizan todos estos perfiles. Es lógico que para representar un perfil baste dibujar su sección, puesto que en toda la longitud de la vigueta permanece invariable.

En estos perfiles observará que están indicados unos taladros. Debe advertirse que los perfiles normales pueden adquirirse con o sin agujeros. Sirven para sujetar mediante tornillos o roblones las piezas que convenga acoplar a las superficies del perfil.

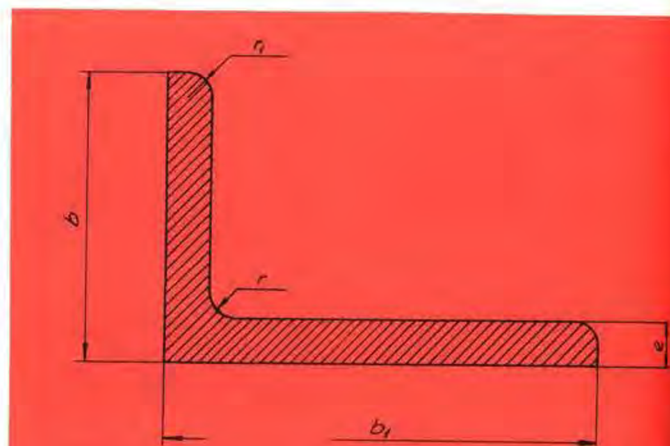
La razón por la que en estos dibujos indicamos los agujeros, no es otra que esta: la cota W está calculada para que los taladros debiliten lo mínimo la resistencia de la pieza.



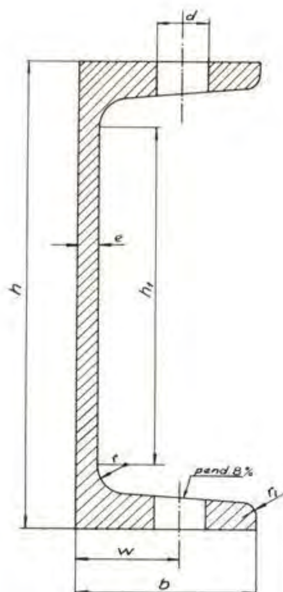
PERFILES ANGULARES. — Deben considerarse dos tipos distintos de perfil angular:



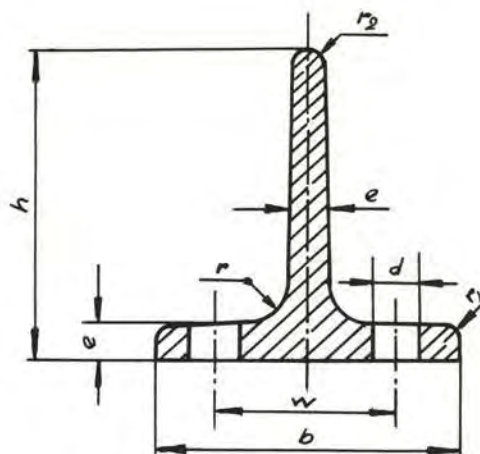
a) *Lados iguales.* Como su nombre indica, este tipo de perfil es una pieza cuya sección transversal tiene la forma de un ángulo recto de lados iguales.



b) *Lados desiguales.* Creo que con el título está todo dicho: ángulos cuya sección transversal es un ángulo de lados diferentes.



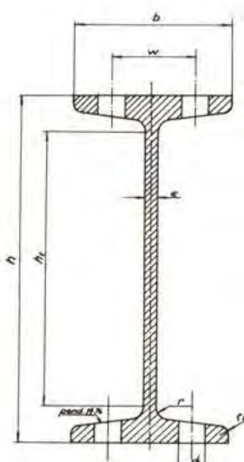
PERFILES U. — Este perfil es la mitad exacta, de uno de forma I partiendo del eje vertical de simetría. Esta circunstancia da la posibilidad de formar un perfil doble T uniendo dos perfiles U por el sistema más conveniente (soldadura, roblonado, atornillado...). Las características de estos perfiles quedan perfectamente aclaradas estudiando las cotas que marcan sus proporciones.



PERFIL T. — Su forma recuerda la de una mitad de un perfil doble T, partido por un eje horizontal de simetría. Uniendo dos ángulos por uno de sus lados también se obtiene un perfil T.

Debe advertir que la *pata* vertical de un perfil T no es de caras paralelas, sino que tienen una cierta pendiente respecto a la vertical. Por eso, conociendo cuál es esta inclinación, basta conocer la cota media *e* para determinar la totalidad de la parte vertical del perfil T.

A continuación incluímos unas tablas por las que puede dibujarse cualquier perfil normal si se conoce una de sus cotas. Su interpretación es tan directa y fácil que no creemos necesario añadir comentario alguno

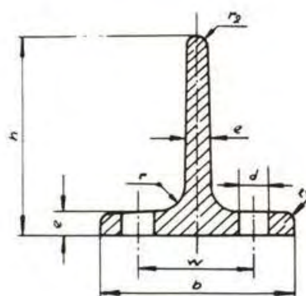


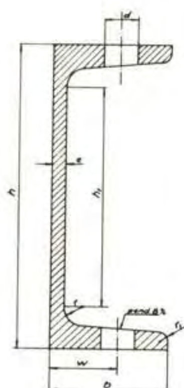
Perfil IPN	Dimensiones en mm.							Sección en cm²	Peso en Kg/m.
	h	b	e=r	r_1	h_1	w	d_1		
8	80	42	3,9	2,3	60	—	—	7,58	5,95
10	100	50	4,5	2,7	75	—	—	10,6	8,32
12	120	58	5,1	3,1	90	—	—	14,2	11,2
14	140	66	5,7	3,4	109	34	11	18,3	14,4
16	160	74	6,3	3,8	125	38	14	22,8	17,9
18	180	82	6,9	4,1	142	44	14	27,9	21,9
20	200	90	7,5	4,5	159	46	17	33,5	26,3
22	220	98	8,1	4,9	175	52	17	39,6	31,1
24	240	106	8,7	5,2	190	56	17	46,1	36,2
26	260	113	9,4	5,6	208	58	20	53,4	41,9
28	280	119	10,1	6,1	225	62	20	61,1	48,0
30	300	125	10,8	6,5	240	64	20	69,1	54,2
32	320	131	11,5	6,9	257	70	20	77,8	61,1
34	340	137	12,2	7,3	274	74	20	86,8	68,1
36	360	143	13,0	7,8	290	74	23	97,1	76,2
38	380	149	13,7	8,2	306	80	23	107,0	84,0
40	400	155	14,4	8,6	323	84	23	118	92,6
45	450	170	16,2	9,7	363	92	26	147	115
50	500	185	18,0	10,8	404	100	26	180	141

La Sección se considera sin tener en cuenta los taladros.

PN	Dimensiones en mm.								Sección en cm²	Peso en Kg/m.
	b	h	e	r	r_1	r_2	w	d_1		
20x20x3	20	20	3	3	1,5	1	—	—	1,12	0,88
25x25x3,5	25	25	3,5	3,5	2	1	—	—	1,64	1,29
30x30x4	30	30	4	4	2	1	—	—	2,26	1,77
35x35x4,5	35	35	4,5	4,5	2	1	—	—	2,97	2,33
40x40x5	40	40	5	5	2,5	1	24	6,5	3,77	2,96
45x45x5,5	45	45	5,5	5,5	3	1,5	26	6,5	4,67	3,67
50x50x6	50	50	6	6	3	1,5	30	6,5	5,66	4,44
60x60x7	60	60	7	7	3,5	2	34	8,5	7,94	6,23
70x70x8	70	70	8	8	4	2	40	11	10,6	8,32
90x90x10	90	90	10	10	5	2,5	50	14	17,1	13,42
100x100x10	100	100	10	10	5	2,5	60	14	19,2	15,20
100x100x11	100	100	11	11	5,5	3	60	14	20,9	16,41
100x100x13	100	100	13	13	6	3	60	14	24,3	19,20

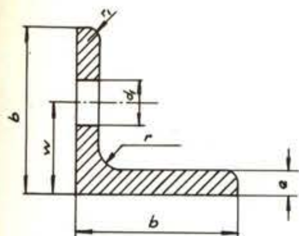
La Sección se considera sin tener en cuenta los taladros.





⊏PN	Dimensiones en mm.								Sección en cm²	Peso en Kg/m.
	h	b	e	r	r_1	h_1	w	d_1		
8	80	45	6	8	4	46	25	14	11,0	8,64
10	100	50	6	8,5	4,5	64	30	14	13,5	10,60
12	120	55	7	9	4,5	82	30	17	17	13,40
14	140	60	7	10	5	98	35	17	20,4	16,01
16	160	65	7,5	10,5	5,5	115	35	20	24,0	18,84
18	180	70	8	11	5,5	133	40	20	28,0	22,00
20	200	75	8,5	11,5	6	151	40	23	32,2	25,30
22	220	80	9	12,5	6,5	167	45	23	37,4	29,40
25/8	250	80	10	12,5	6,5	195	45	23	42,5	34,00
25/10	250	100	10	16	8	180	55	26	53,7	42,20
30	300	90	13	14	4	230	55	26	60,7	47,65

La Sección se considera sin tener en cuenta los taladros.



LPN	Dimensiones en mm.						Sección en cm²	Peso en Kg/m.
	b	e	r	r_1	w	d_1		
15x15	15	3 4	3,5	2	—	—	0,82 1,05	0,64 0,82
20x20	20	3 4	3,5	2	—	—	1,12 1,45	0,88 1,14
25x25	25	3 4	3,5	2	—	—	1,42 1,85	1,12 1,45
30x30	30	3 5	5	2,5	17	8,5	1,73 2,78	1,36 2,19
35x35	35	4 6	5	2,5	20	11	2,67 3,87	2,10 3,04
40x40	40	4 6 8	6	3	22	11	3,08 4,48 5,80	2,42 3,52 4,55
45x45	45	5 7 9	7	3,5	25	11	4,30 5,86 7,34	3,38 4,60 5,76
50x50	50	5 7 9	7	3,5	30	14	4,80 6,56 8,24	3,77 5,15 6,47
55x55	55	6 8 10	8	4	30	17	6,31 8,23 10,07	4,95 6,46 7,90
60x60	60	6 8 10	8	4	35	17	6,91 9,03 11,07	5,42 7,09 8,69
65x65	65	7 9 11	9	4,5	35	20	8,70 10,98 13,17	6,83 8,82 10,34
70x70	70	7 9 11	9	4,5	40	20	9,40 11,90 14,30	7,38 9,34 11,23
75x75	75	8 10 12	10	5	40	20 23 23	11,5 14,1 16,7	9,03 11,07 13,11
80x80	80	8 10 12	10	5	45	20 23 23	12,3 15,1 17,9	9,66 11,85 14,05
90x90	90	9 11 13	11	5,5	50	23 23 26	15,5 18,7 21,8	12,17 14,68 17,11
100x100	100	10 12 14	12	6	55	23 23 26	19,2 22,7 26,2	15,07 17,82 20,57
120x120	120	11 13 15	13	6,5	55	23 26 26	25,4 29,7 33,9	19,94 23,31 26,61
140x140	140	13 15 17	15	7,5	55	26	35,0 40,0 45,0	27,48 31,40 35,33
150x150	150	14 16 18	16	8	55	26	40,3 45,7 51,0	31,64 35,87 40,04

La Sección se considera sin tener en cuenta los taladros.

Nota: Los perfiles cuya cota **e** puede tener tres valores se encuentra normalmente con el valor **e** que queda en medio.

PRACTICAS 11

CASO PRACTICO DE APLICACION DE PERFILES LAMINADOS

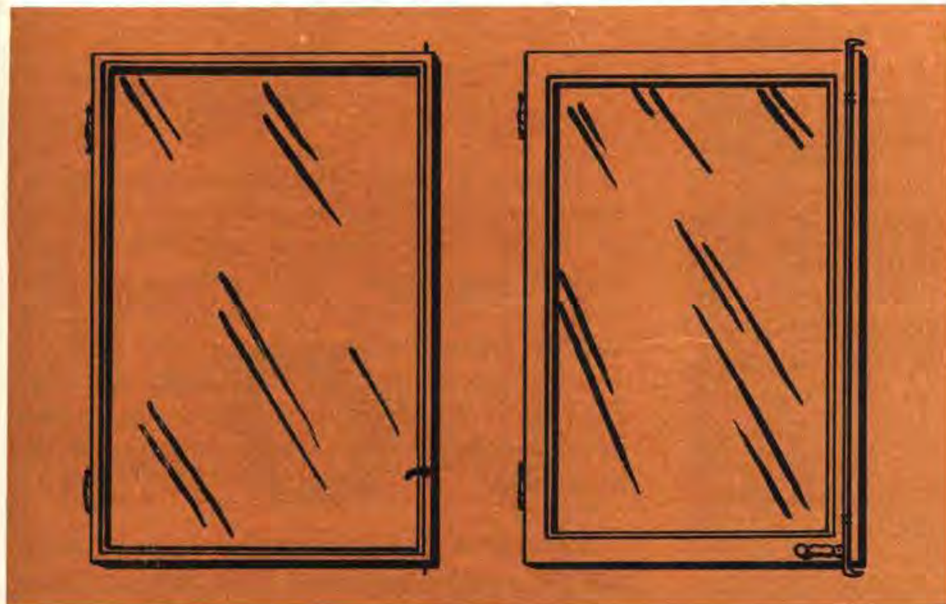
La tendencia actual a la estandarización de los elementos de construcción está produciendo un fenómeno que bien podemos calificar de revolución dentro de lo que hasta ahora se había considerado clásico e inmutable: la carpintería. El noble arte de trabajar la madera se ve sustituída, poco a poco, por lo que se ha dado en llamar la CARPINTERÍA METÁLICA. No queremos decir, ni mucho menos, que la carpintería clásica esté destinada a desaparecer, porque la nobleza de la madera (de ciertas maderas, claro) la hacen y harán insustituíble para la construcción de muebles de artesanía, para proporcionar el confort deseado en las estancias de decoración suntuosa. Lo que hemos querido indicar es que, dentro de la tendencia moderna que lleva a la simplificación de formas buscando una mayor esbeltez en los elementos decorativos, el hierro presentado en forma de perfil laminado está demostrando que puede sustituir con ventaja los materiales que han venido considerándose insustituíbles. Puertas, ventanas, muebles, etc., que hasta ahora se fabricaban de madera, se vienen fabricando, cada vez en mayor proporción, a base de elementos metálicos.

Vamos a dedicar estas páginas a un estudio concreto: vamos a proyectar una ventana de construcción metálica. Es decir: vamos a hacer un plano de carpintería metálica. Pero, claro; si decidimos sustituir la madera por hierro, será por algo, tendremos alguna razón para tomar esta decisión. Y la razón debe ser positiva. Es decir: que alguna ventaja debe tener la carpintería metálica aplicada a la fabricación de una ventana, que nos hace aconsejable su empleo en sustitución de la madera.

Una de las ventajas es la inmovilidad del hierro, su resistencia a los elementos atmosféricos. Es muy normal oír que la gente se queja de que aquella ventana del despacho... o de donde sea, no cierra bien, que deja pasar el aire helado en invierno, que cuando llueve parece un colador, etcétera, etc. La madera (y más las empleadas en construcciones baratas) se resiente mucho de la humedad y del calor. Se dice comúnmente que la madera «ha hecho movimiento». ¡Pues eso se evita con la carpintería metálica! Es una ventaja importante.

Pero hay otra cosa que quizás con mayor motivo ha contribuído al auge de este tipo de carpintería (vamos a seguir llamándola así para seguir la corriente). Es la posibilidad de reducir en gran manera los gruesos de los bastidores y de los elementos que sostienen el cristal, ganando con ello en superficie de abertura.

A título de comparación, vea estos dos alzados de ventana, la primera de las cuales está proyectada para carpintería normal (madera), mientras la segunda lo está para carpintería metálica. Es evidente la mayor superficie de luz (superficie destinada al paso de la luz, o sea superficie de cristal) en la construcción metálica. La madera necesita mayores gruesos para conseguir la solidez necesaria, ¿comprende?...



Y vamos ya a estudiar la aplicación que los perfiles laminados tienen en el caso de la construcción de una ventana. Lo haremos a través de una nueva serie técnica.

EJERCICIO N.° 14

Vamos a estudiar la construcción de una ventana por medio de un tipo de perfil laminado. El plano de conjunto lo encontrará en la última página de esta lección.

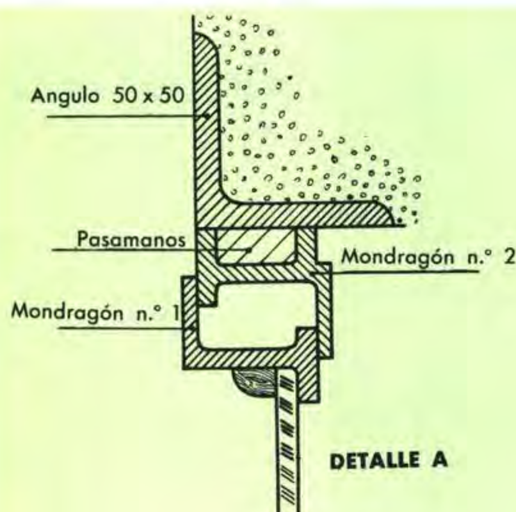
Se trata de una ventana de factura moderna que consta de una parte superior alargada según la horizontal, que se abre por un sistema basculante. Viene luego una parte central con dos *hojas* que se abren normalmente.

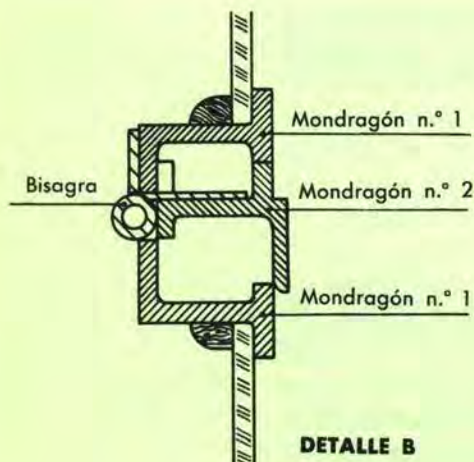
Los procedimientos empleados por la carpintería metálica para conseguir un cierre perfecto y los sistemas de trabazón entre los distintos perfiles, los listones y bisagras, es completamente distinto del empleado por la carpintería propiamente dicha. Es precisamente este aspecto lo que nos interesa estudiar. Realizaremos este estudio dibujando los distintos cortes que nos permitirán apreciar la exacta forma y situación de los perfiles laminados empleados.

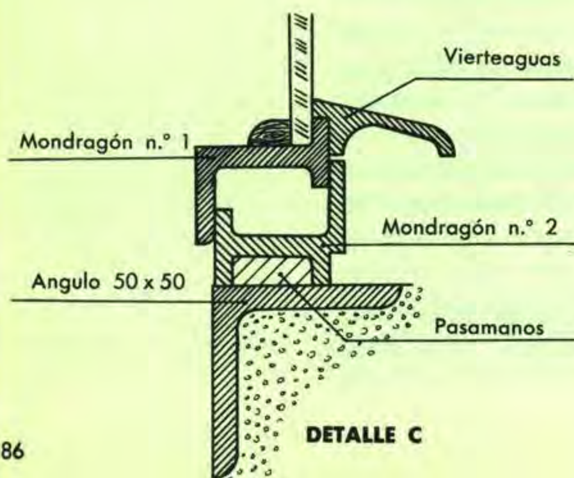
Digamos que se trata casi siempre de perfiles especiales, fabricados pensando específicamente en la solución de los problemas que puede presentar la construcción de una puerta o ventana.

Aquí hablaremos de perfiles especiales MONDRAGÓN. Es una marca... cualquiera, no vayamos a organizarnos un lío. Quiero aclarar esto para que no vaya a pensar que se trata de un nombre genérico.

Otra cosa: aunque nosotros seguimos dando las cotas en milímetros, debe saber que en los planos de carpintería es costumbre dar las medidas en centímetros. Lo advertimos porque, si alguna vez se encuentra con este caso, no piense que se trata de un error.





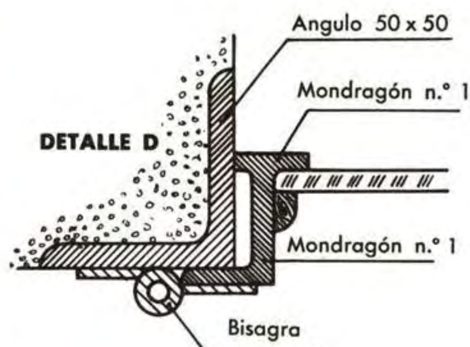


Veamos de forma detallada la construcción de esta ventana. Para ello, partiremos del plano de conjunto que consta de una vista frontal desde la parte interior de la ventana y de dos secciones: una vertical y otra horizontal. En estas secciones vienen indicados una serie de detalles, que son los que nos darán una idea clara de la situación de los distintos perfiles especiales empleados para la construcción de la ventana.

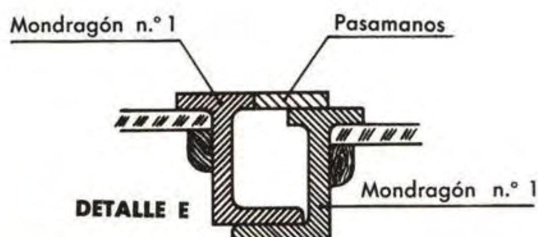
DETALLE A. — Corresponde a la parte superior de la parte basculante de la ventana. Consta de un L 50/50 que, como queda bien demostrado en el plano de conjunto, contorna toda la abertura de la ventana. A este ángulo viene debidamente soldado un perfil *Mondragón número 2* que forma el ajuste con la parte móvil basculante, constituída por un marco de perfil *Mondragón número 1*. Este marco queda perfectamente visible en el plano de conjunto. Su detalle se completa en el...

DETALLE B. — Abarca la sección vertical de la parte baja del elemento basculante y la parte superior del sector de ventana normal. El *Mondragón número 1* de la parte superior del detalle es el que pertenece a la parte inferior del marco de ventana basculante. El *Mondragón número 2* de este detalle forma el travesaño que separa la parte basculante de la de batiente normal, formando el ajuste entre ambas. Correría en sentido horizontal entregándose a los dos ángulos laterales del marco general de la ventana. El otro *Mondragón número 1*, es la parte superior del batiente normal.

DETALLE C. — La misma solución que en el detalle A, añadiendo el *vierte aguas Mondragón 16*.



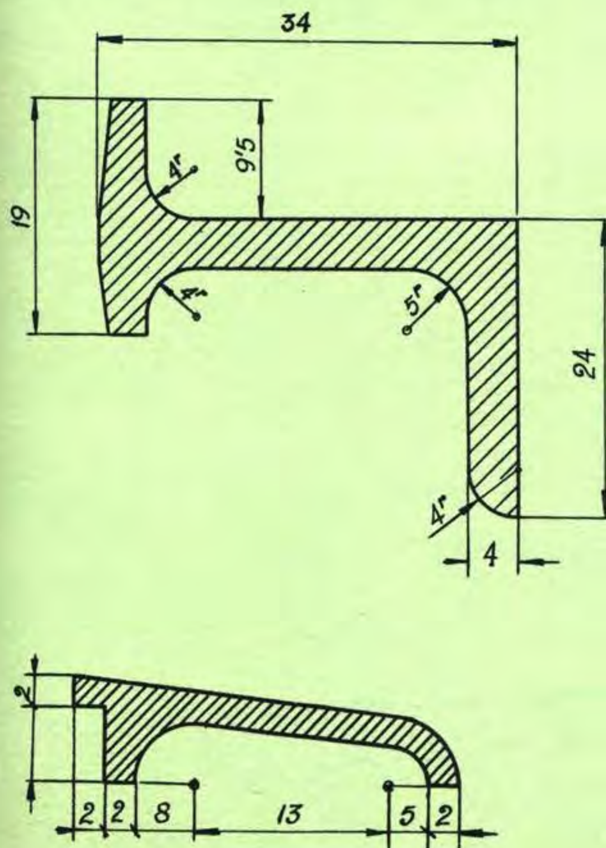
DETALLE D. — Pertenece a la sección horizontal y nos demuestra los dispositivos de ajuste y articulación de los dos batientes normales en las zonas de contacto con los ángulos aplicados a la obra y que contornean toda la ventana. En esta sección horizontal y en sus detalles, se advierte que los *Mondragones número 2* que aparecen en los detalles verticales quedan entregados al ángulo vertical de ambos lados de ventana, sin formar marco. Van de ángulo a ángulo sin contornear.

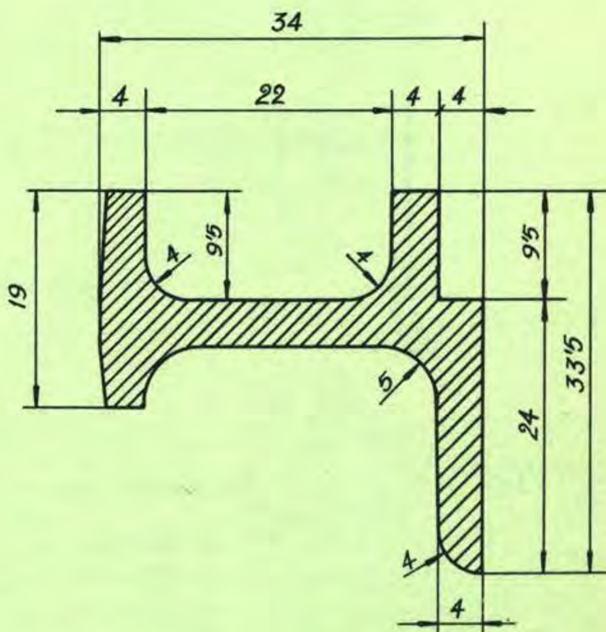


Nos queda el detalle E.

DETALLE E. — Es el ajuste central de la ventana. Observe que para completar el cierre, evitando la posible filtración de aguas pluviales, se ha soldado, por la parte exterior de uno de los *Mondragones*, un pequeño pasamano que cierra la ranura que existiría entre los dos perfiles centrales.

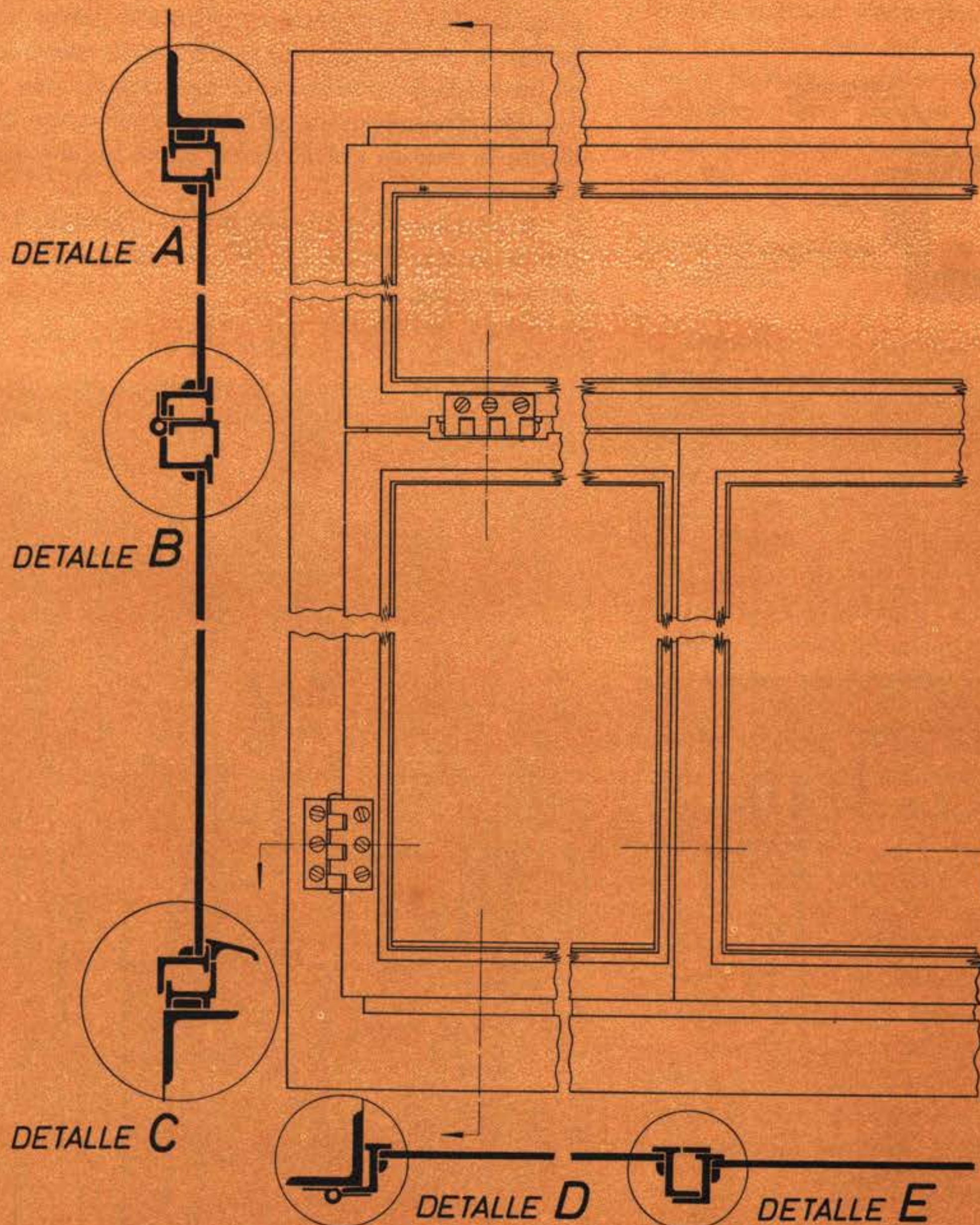
A continuación y para mayor claridad, añadimos la sección de los perfiles empleados en esta ventana.





Ventana metálica. Escala 1:5

NOTA: Omitimos las cotas, destacando únicamente la forma de aplicación de los perfiles laminados.



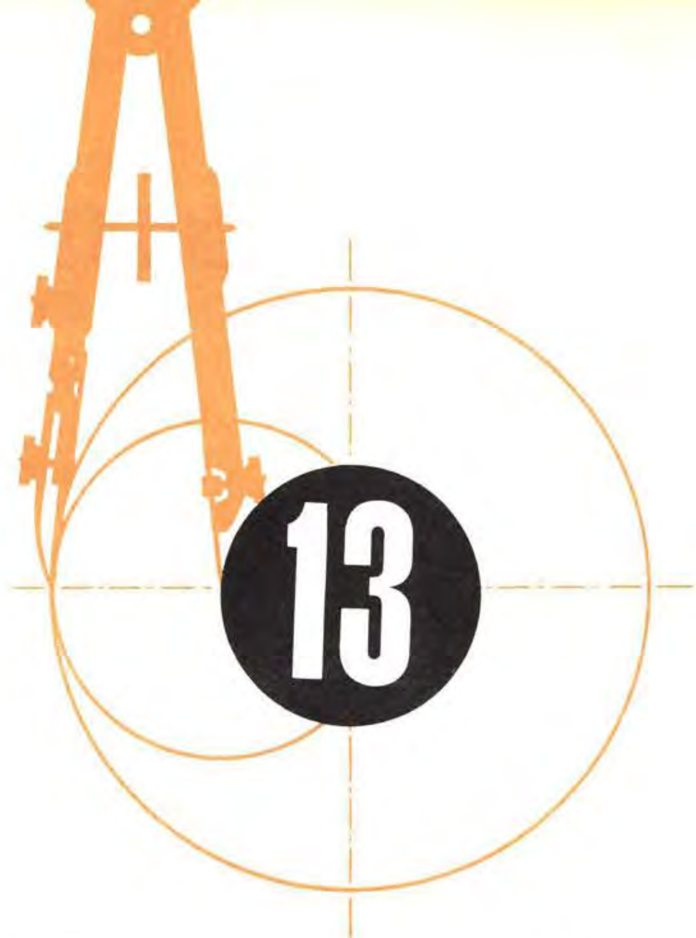

Traslatio Sedis


Traslatio
Sedis
EXPOSICIÓN
CONMEMORATIVA
750 ANIVERSARIO
CATEDRAL DE CÁDIZ
JUN-DIC
COMMEMORATIVE
EXHIBITION
750 ANNIVERSARY
CADIZ CATHEDRAL
JUN-DEC · 2018




TAXI

Proyectar es fácil





AFHA

DIBUJO TECNICO

Lección 1
GEOMETRIA DESCRIPTIVA
Poliedros: Descripción y representación
Idem. del cilindro
Secciones e intersecciones

Lección 8
FISICA
Calor y temperatura
Dilataciones

Lección 12
PRATICAS
Ejercicio 15

Geometría descriptiva 1

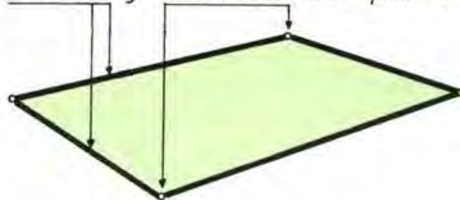
POLIEDROS:
DESCRIPCION Y REPRESENTACION
IDEM. DEL CILINDRO
SECCIONES E INTERSECCIONES

Bajo el título general de Geometría descriptiva, vamos a dedicar unas lecciones al estudio de esta parte de la Geometría. En este capítulo no entrará cálculo alguno (¡qué felicidad!): nos limitaremos a describir una serie de cuerpos llamados POLIEDROS. Se trata de dar una noción de su forma y de la manera de representarla en el plano del dibujo. Eso implica, por parte suya, el esfuerzo mental necesario para poder imaginarse, situado en el espacio, lo que irá viendo en forma de dibujo. Pensar que se trata de elementos de tres dimensiones, *que pueden cogerse con las manos.*

Esto, que a usted quizás le parecerá una bobada, es de las cosas que con más dificultad comprenden muchas personas: no tienen la suficiente imaginación para pasar del dibujo a la representación mental de elemento en el espacio. Usted, ante cada representación dibujada, cierre los ojos e intente *ver* la figura en el espacio. Si lo consigue, no encontrará dificultad alguna en el estudio de este capítulo.

EL PLANO EN EL ESPACIO. — Desde la lección primera que sabe usted lo que entendemos por plano geométrico. Sabe que teóricamente un plano es un elemento indefinido, sin límites en sus dos dimensiones (largo y ancho); pero ante la necesidad de representarlo gráficamente, lo hacemos mediante rectas que forman un polígono.

Puede considerarse que un plano, en el espacio, es algo similar a este papel que tiene encima de la mesa, con sus aristas y sus vértices.



La primera figura de este capítulo puede representar muy bien una hoja de papel... o un plano en el espacio. Interesa que observe qué es lo que llamamos aristas y qué lo que llamamos vértices. Serán aristas los límites del plano, representados por rectas; vértices, los puntos en que estas aristas se unen dos a dos.

Suponga ahora que no es un solo plano el que tiene en el espacio, sino dos, y de tal forma que estos planos se cortan con una cierta inclinación. Estos planos formarán lo que se llama un ángulo diedro. Es un ángulo, en efecto; pero en vez de lados, como ocurría en un ángulo lineal, tiene *caras* (los dos planos que lo forman), y en vez de vértice tiene *arista.*

La arista de un diedro es la que es común a las dos caras que lo forman.



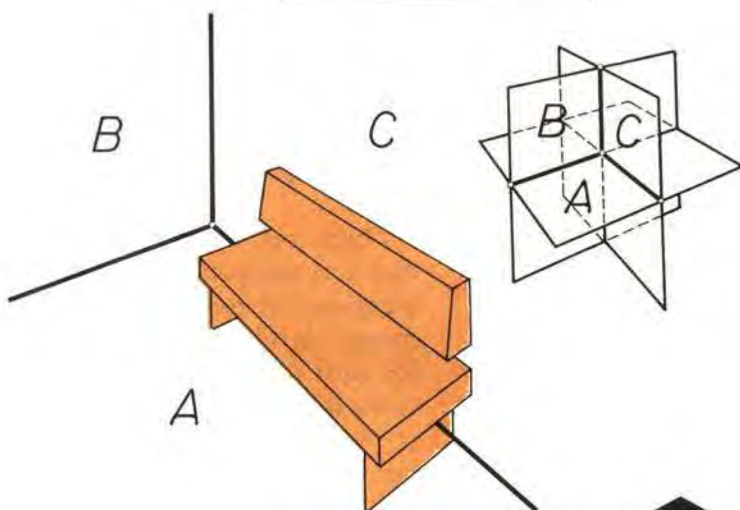




POLIEDRO. — Imagine que vamos uniendo ángulos diedros hasta formar una figura cerrada similar a la que representamos al margen. Estamos ante un POLIEDRO. En efecto: LLAMAMOS POLIEDRO A TODO CUERPO LIMITADO POR CARAS PLANAS. Estas caras son polígonos y los límites de las caras, o sea las líneas de separación de las caras, son las aristas del poliedro. Cada dos caras contiguas forman un ángulo diedro, y en cada vértice quedan formados ángulos poliedros (de varios planos).

Los poliedros pueden ser cóncavos o convexos. La figura inmediata representa dos poliedros en los que se ha prolongado una de sus caras. Observe el primero y verá cómo el poliedro queda exactamente igual, sin que la prolongación de la cara superior produzca ningún corte en las demás. Estamos ante un POLIEDRO CONVEXO. UN POLIEDRO ES CONVEXO CUANDO NINGUNA CARA, AL SER PROLONGADA, CORTA A OTRA DEL MISMO CUERPO.

En cambio, vea el otro poliedro. Hemos prolongado una de sus caras superiores y ha mutilado el cuerpo. Lo ha cortado de forma que queda suelto un nuevo poliedro desprendido del anterior. Es el que queda por encima del plano que es prolongación de la cara del POLIEDRO CÓNCAVO. Sí; LLAMAMOS POLIEDRO CÓNCAVO A AQUEL QUE AL SERLE PROLONGADA UNA CARA QUEDA SECCIONADO, SEPARANDO DEL CONJUNTO UN POLIEDRO MÁS PEQUEÑO.



ANGULO TRIEDRO. — Acabamos de decir que ángulo diedro es aquel que está formado por dos planos que se cortan. Bien; supongamos ahora que son tres los planos que se cortan: el plano A, el B y el C de la figura. Observe usted cómo, en nuestro caso concreto, el plano A es horizontal, siendo verticales los planos B y C. Esto quiere decir que estos planos se cortan formando diedros rectos.

Mediante una línea más gruesa, quedan indicadas las tres aristas que se forman al cortarse tres planos. A este ángulo de tres aristas se le llama ÁNGULO TRIEDRO. Y si, como en nuestro caso, los planos son perpendiculares entre sí, TRIEDRO TRIRRECTÁNGULO.

Tenemos casi siempre al alcance de nuestra vista un triedro trirrectángulo, Es el caso común de los rincones de las habitaciones normales de todas las casas. El plano A no es más que el suelo; las paredes que forman rincón, son los planos B y C.

POLIEDROS REGULARES

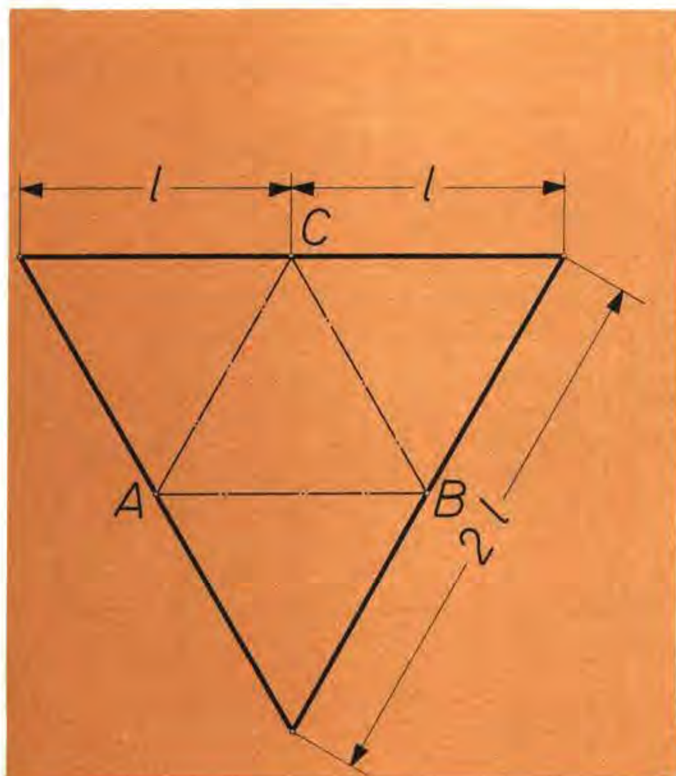
Llamaremos poliedro regular al que está formado por caras que son polígonos regulares. Cosa más lógica, no la hay.

Lo que ahora vamos a estudiar es la forma que tienen los principales poliedros formados por polígonos regulares. Los describiremos; los representaremos por medio de sus tres vistas principales y daremos su desarrollo.

Entendemos por desarrollo de un cuerpo geométrico a la figura que se forma sobre un plano, al desdoblar sus caras como si estuviesen articuladas por sus aristas.

En esta lección vienen unas láminas tituladas DESARROLLO DE LOS PRINCIPALES POLIEDROS REGULARES. Como ve, son unos clásicos *recortables*. Si recorta usted con unas tijeras los límites de estas figuras, si dobla las aristas y pega después por el procedimiento que sea las aristas que se corresponden, obtendrá en tres dimensiones el poliedro correspondiente.

Le recomiendo que, antes de proceder al estudio de cada uno de estos poliedros regulares, se entretenga en recortar su desarrollo y en montar el poliedro, pegando sus aristas correspondientes con papel *celo* o cualquier otro procedimiento. Así, teniendo la figura en tres dimensiones, le será mucho más fácil comprender todo lo que sigue.



EL TETRAEDRO

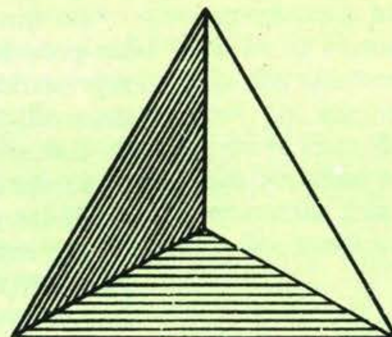
Es el poliedro de menor número de lados: cuatro. Estas tres caras son triángulos equiláteros iguales. O sea que se trata de una pirámide cuyas caras son triángulos equiláteros y cuya base también lo es.

El desarrollo de este poliedro tiene la forma de un triángulo equilátero, cuyo lado es dos veces la arista del poliedro. En el gráfico viene representado por 2l. Si dobla la figura por las líneas de trazo y punto que señalan la cuarta cara del poliedro, le será facilísimo montar el tetraedro.

Podemos considerar la cara A B C como la base de la pirámide; hemos tenido interés en nombrarla para que pueda relacionarla con la vista superior del tetraedro.

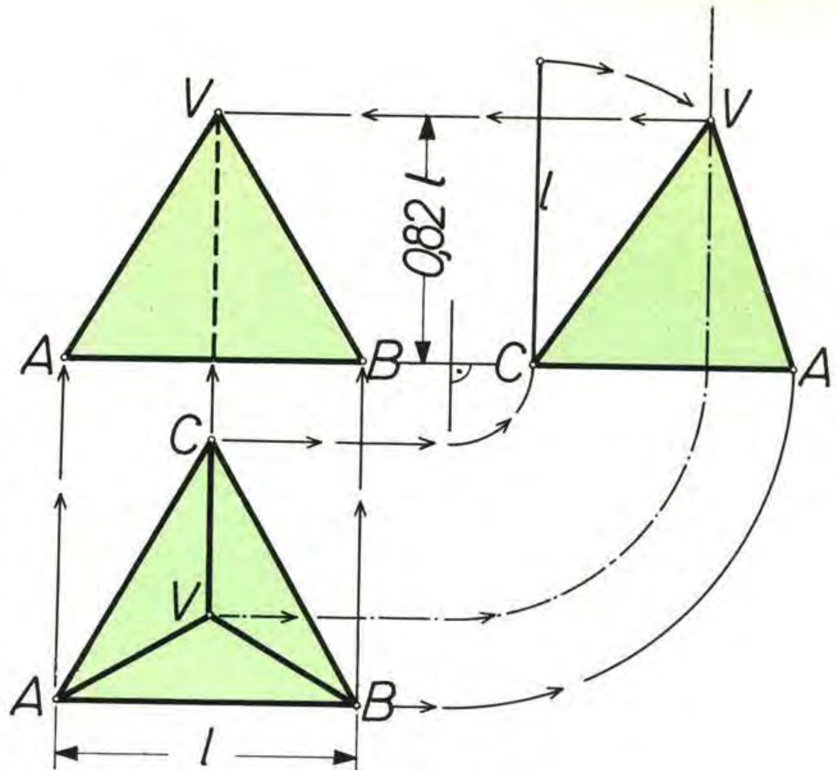
Vea a continuación la representación de este cuerpo geométrico por el sistema de las vistas. Hemos puesto letras a cada uno de sus vértices a fin de que pueda relacionarlos con facilidad en cada una de las vistas.

Desarrollo de los principales poliedros regulares - TETRAEDRO



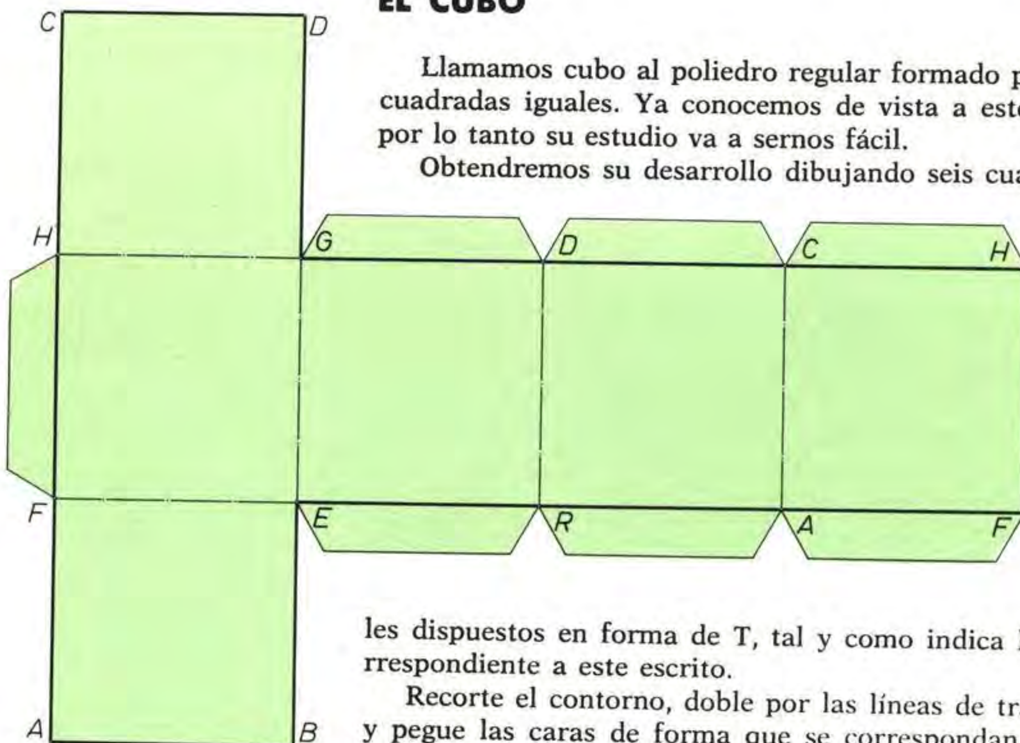
Conviene observar que las dos vistas en alzado no son triángulos equiláteros, como por intuición puede parecer. La vista frontal o principal es un triángulo isósceles, cuya altura tiene un valor muy aproximado a la cantidad 0'82 l. Dicho de otra manera: la altura de la vista principal es igual al valor de la arista del poliedro, multiplicado por 0'82.

Las flechas que aparecen en este gráfico no tienen más objeto que indicarle los giros por los que se han obtenido las vistas laterales. ¿Verdad que por este sistema la comprensión es muy fácil?



Observe en la vista lateral que demostramos gráficamente que la arista del poliedro no es la altura del mismo, con lo cual queda también demostrado que sería un disparate dibujar la vista principal en forma de triángulo equilátero.

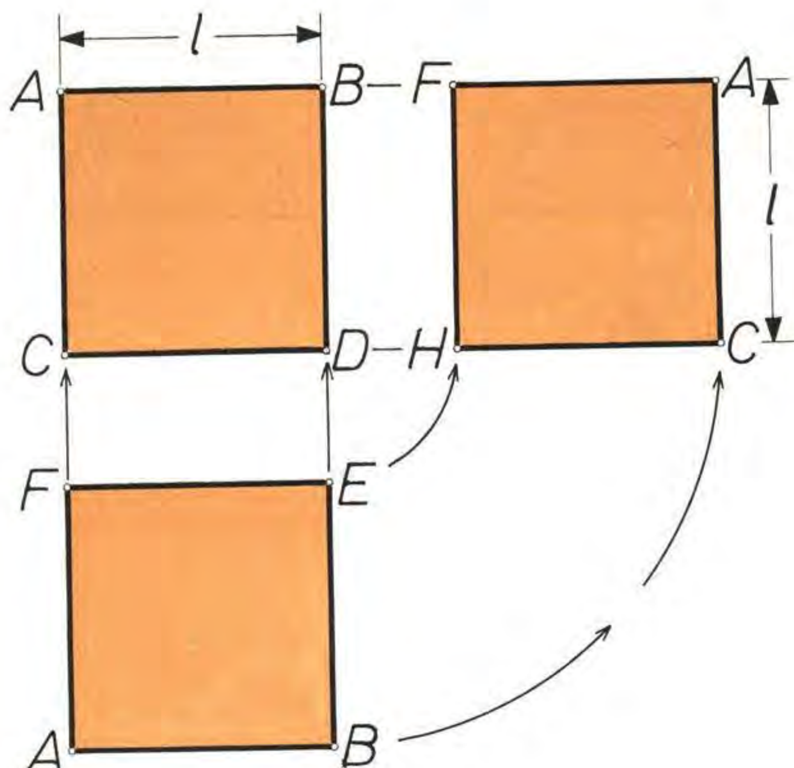
EL CUBO



Llamamos cubo al poliedro regular formado por seis caras cuadradas iguales. Ya conocemos de vista a este *caballero* y por lo tanto su estudio va a sernos fácil.

Obtendremos su desarrollo dibujando seis cuadrados iguales dispuestos en forma de T, tal y como indica la figura correspondiente a este escrito.

Recorte el contorno, doble por las líneas de trazo y punto y pegue las caras de forma que se correspondan las aristas. Para mayor comprensión, hemos añadido aquí las pestañas que sirven para pegar unas caras con otras.

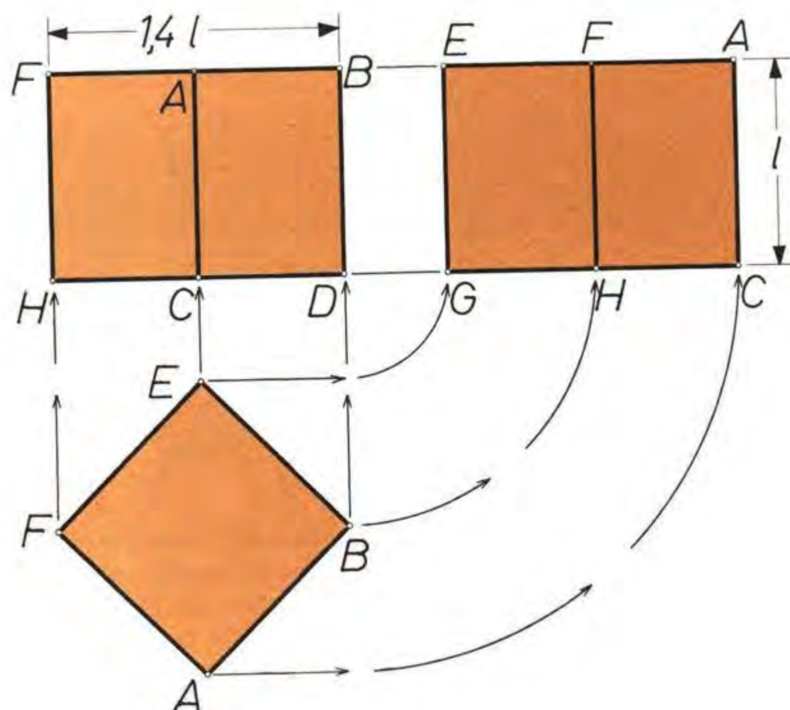


Veamos ahora su representación por vistas. Son dos los resultados admisibles.

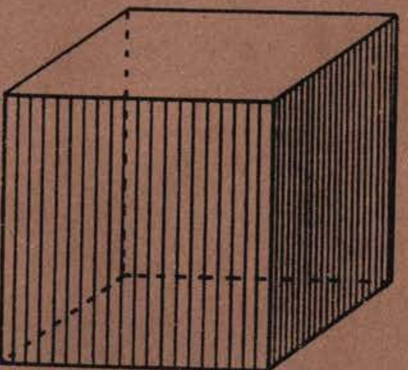
El primero se consigue considerando como vista principal aquella que nos da una de las caras completamente frontal; o sea, un cuadrado perfecto. Partiendo de esta premisa, resultará que la vista superior y la lateral son también dos cuadrados. Con estas tres vistas sólo aparecen tres caras del cubo.

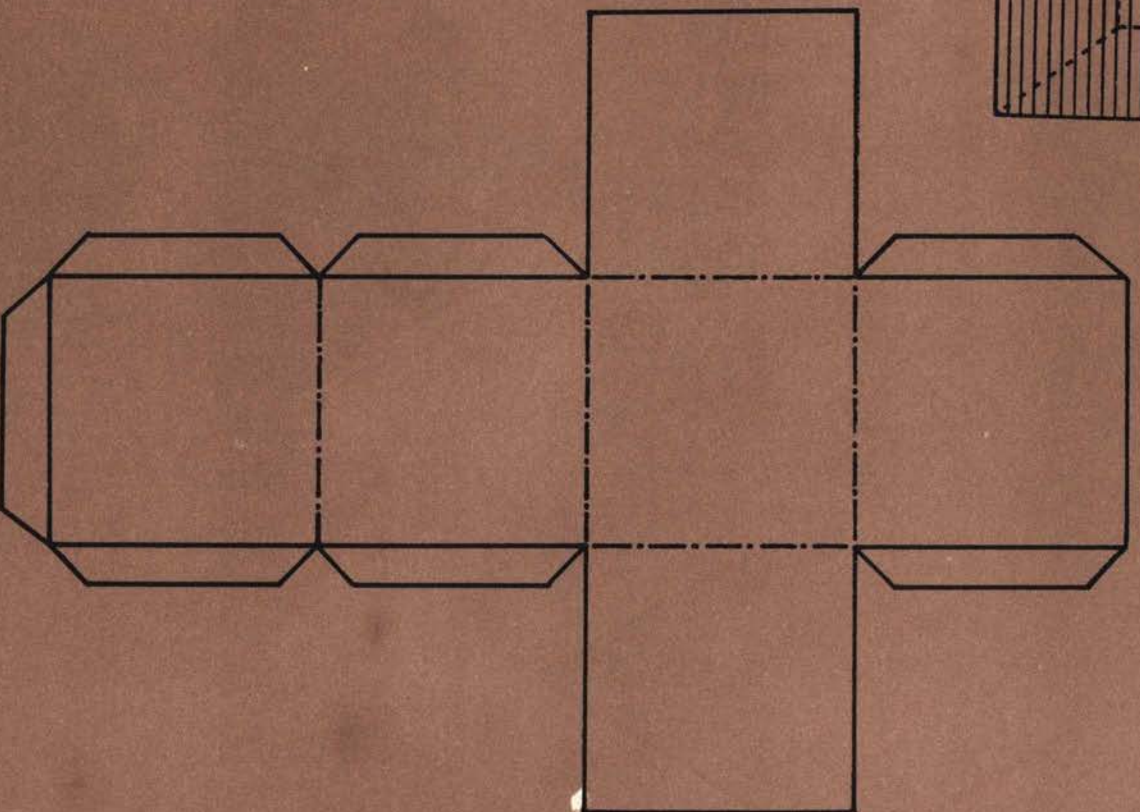
La otra representación por vistas la obtenemos tomando por vista principal la que corresponde a la anchura de la diagonal de la base del cubo. Una de las aristas (la A C) queda frontal. La vista superior sigue siendo un cuadrado perfecto; pero las vistas frontal y lateral toman la forma de un rectángulo cuya altura es igual a la arista del cubo y cuya base es igual a la diagonal de una de sus caras, o sea 1'4 l (1'4 veces la arista).

Como en el caso anterior, añadimos las flechas que relacionan la vista superior y la vista lateral y ponemos letra a cada uno de los vértices a fin de que resulte fácil descubrirlos en cada una de las vistas.



Desarrollo de los principales poliedros regulares - CUBO





EL OCTAEDRO

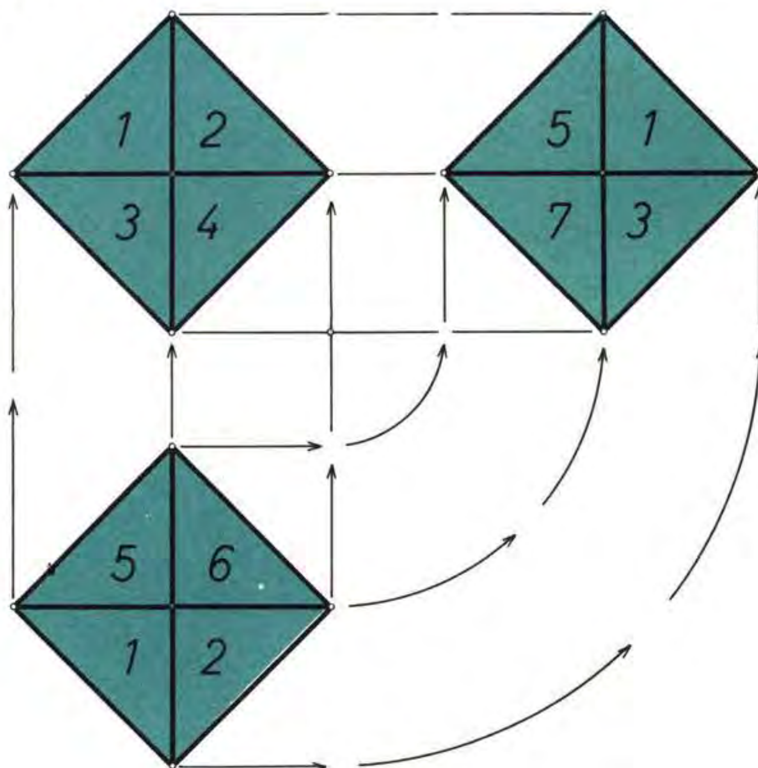
Es un poliedro de ocho caras, todas ellas triángulos equiláteros iguales. ¡Ocho caras...! La cosa se complica. Por lo tanto, siga mi primer consejo y monte el poliedro, recortando su desarrollo, antes de pasar a su representación por vistas. Es mejor que al emprender este estudio pueda manipular con un octaedro en las manos.

Veamos su desarrollo: ocho triángulos equiláteros situados como indica el gráfico. Lo decimos así, porque la mejor forma de entenderlo es verlo. La verdad es que sobran palabras.

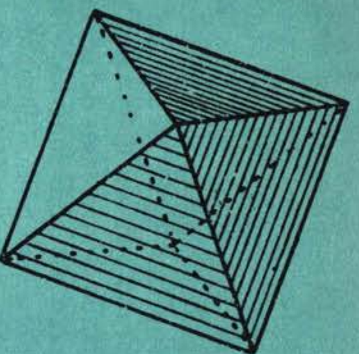
Como siempre, recorte el contorno, doble por las líneas de trazo y punto y haga coincidir las aristas que deban hacerlo. Observe que una vez montado el octaedro toma la forma de dos pirámides de base cuadrada, acopladas por su base. Las caras 1, 2, 3 y 4 forman una pirámide; las 8, 5, 6 y 7, otra.

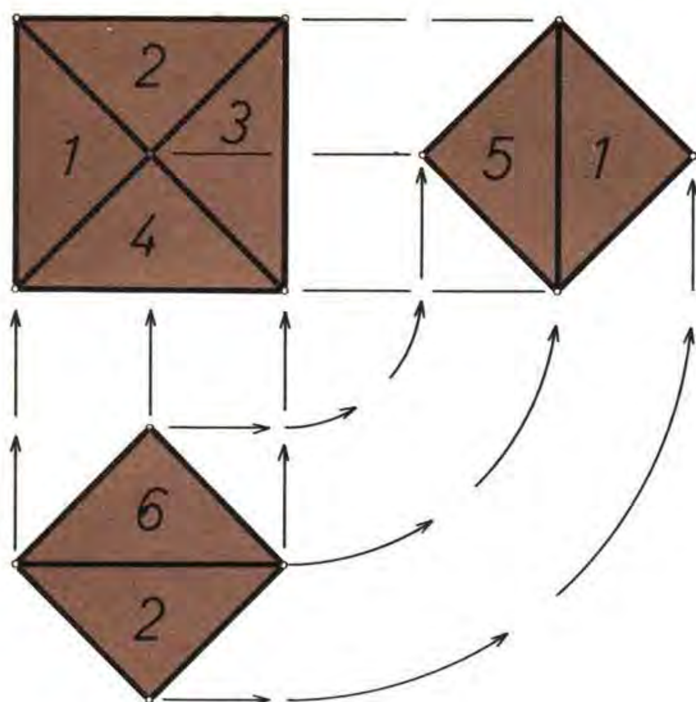
Podemos representar un octaedro de dos modos distintos por el sistema de las vistas.

El primero obtiene las vistas en el supuesto de que el poliedro está apoyado en uno de sus vértices. Resulta que de este modo las tres vistas son iguales (geométricamente hablando) aunque representan caras distintas. Por la numeración que damos en el gráfico, puede ver qué caras quedan representadas en cada una de estas vistas del octaedro. Las flechas relacionan perfectamente los vértices en cada vista.



Desarrollo de los principales poliedros regulares - OCTAEDRO





El segundo sistema de representación por vistas supone al poliedro apoyado por una arista. Vea cómo, aquí, las vistas ya dejan de ser iguales. La vista superior sigue siendo un cuadrado con sus diagonales señalando cuatro caras del octaedro, pero las vistas superior y lateral presentan las dos pirámides que al principio hemos dicho que formaban este poliedro, vistas de lado, por decirlo así.

Relacione los distintos vértices en cada una de las vistas. Las flechas le ayudarán a ello. Verá cómo comprende estas vistas sin ninguna dificultad, máxime si ha seguido mi consejo y ha montado el poliedro a partir de su desarrollo.

EL DODECAEDRO

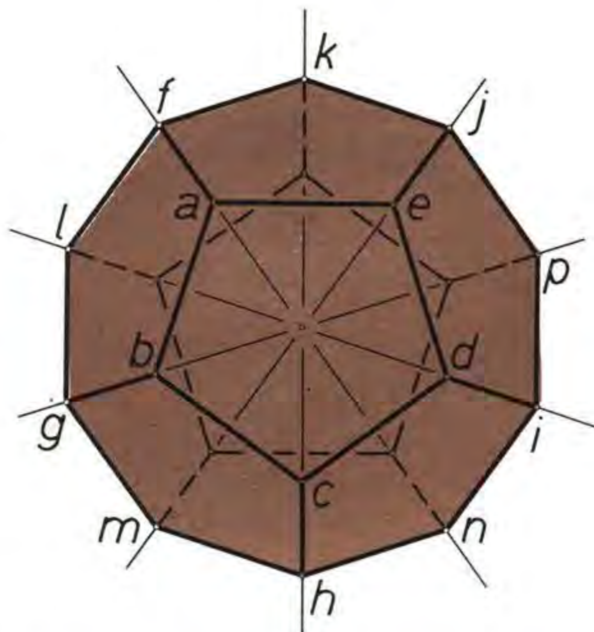
Es un poliedro de doce caras, cada una de las cuales es un pentágono regular. Naturalmente, estas caras son todas iguales, concurriendo tres pentágonos en cada vértice.

Se considera que la posición normal del dodecaedro es aquella que supone la figura apoyada en uno de sus lados. Según esta posición, veamos la forma de dibujar la vista en planta de este poliedro regular... del que conocemos los datos precisos para dibujar una de sus caras.

Empezaremos por dibujar un pentágono regular, que será la cara del poliedro. Es imprescindible que señalemos el centro del pentágono, puesto que a partir de él trazaremos rectas que pasen por cada uno de los vértices del polígono. Serán las rectas O a, O b, O c, O d, O e.

Estas rectas, no quedan limitadas en el centro O, sino que lo atraviesan.

Ahora deberemos calcular la apotema del pentágono regular que es la cara del poliedro. Conociendo este polígono nada más fácil que encontrar el valor de la apotema, bien sea por un sistema analítico o simplemente trazándola gráficamente. Pues bien; se trata ahora de tomar por radio una magnitud igual a dos veces esta apotema y, con centro en O, trazar una circunferencia que, naturalmente, cortará las rectas anteriormente trazadas en los puntos k, f, l, g, m, h, n, i, p y j.



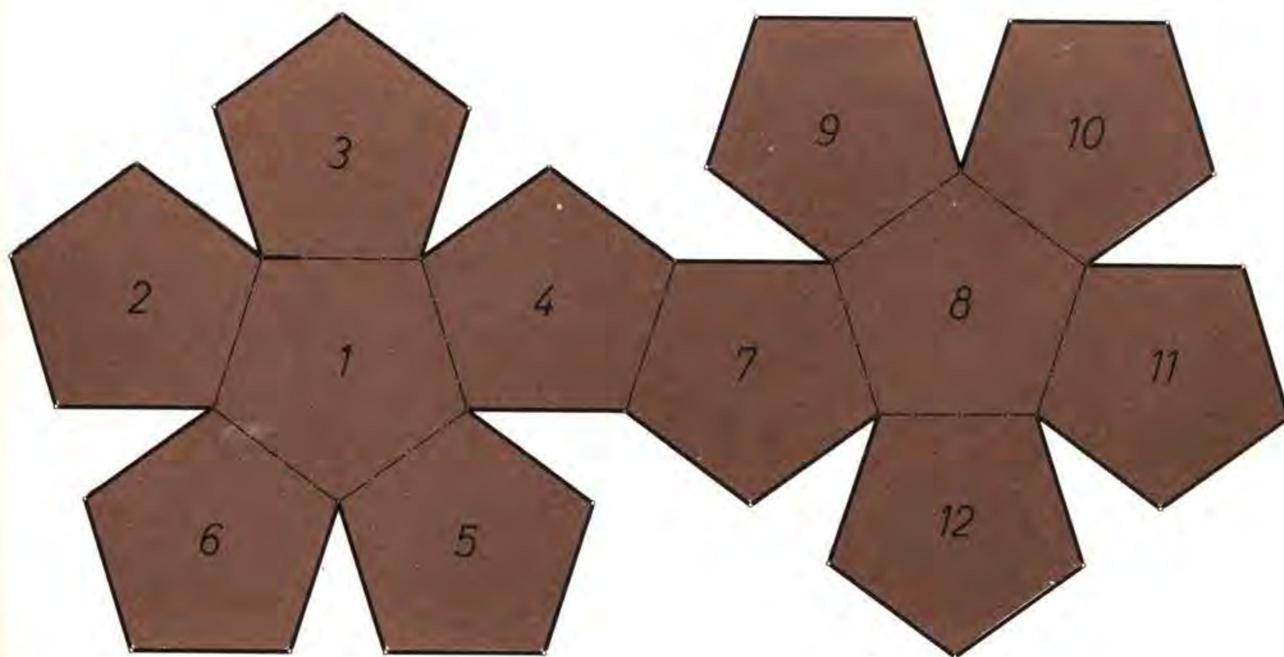
Uniendo estos puntos en la forma que indica la figura, habremos obtenido la vista en planta del dodecaedro.

Siguiendo el orden establecido en los casos anteriores, deberíamos estudiar la representación de las otras dos vistas principales de este poliedro. Pero no le sorprenda que no lo hagamos. Voy a darle la razón:

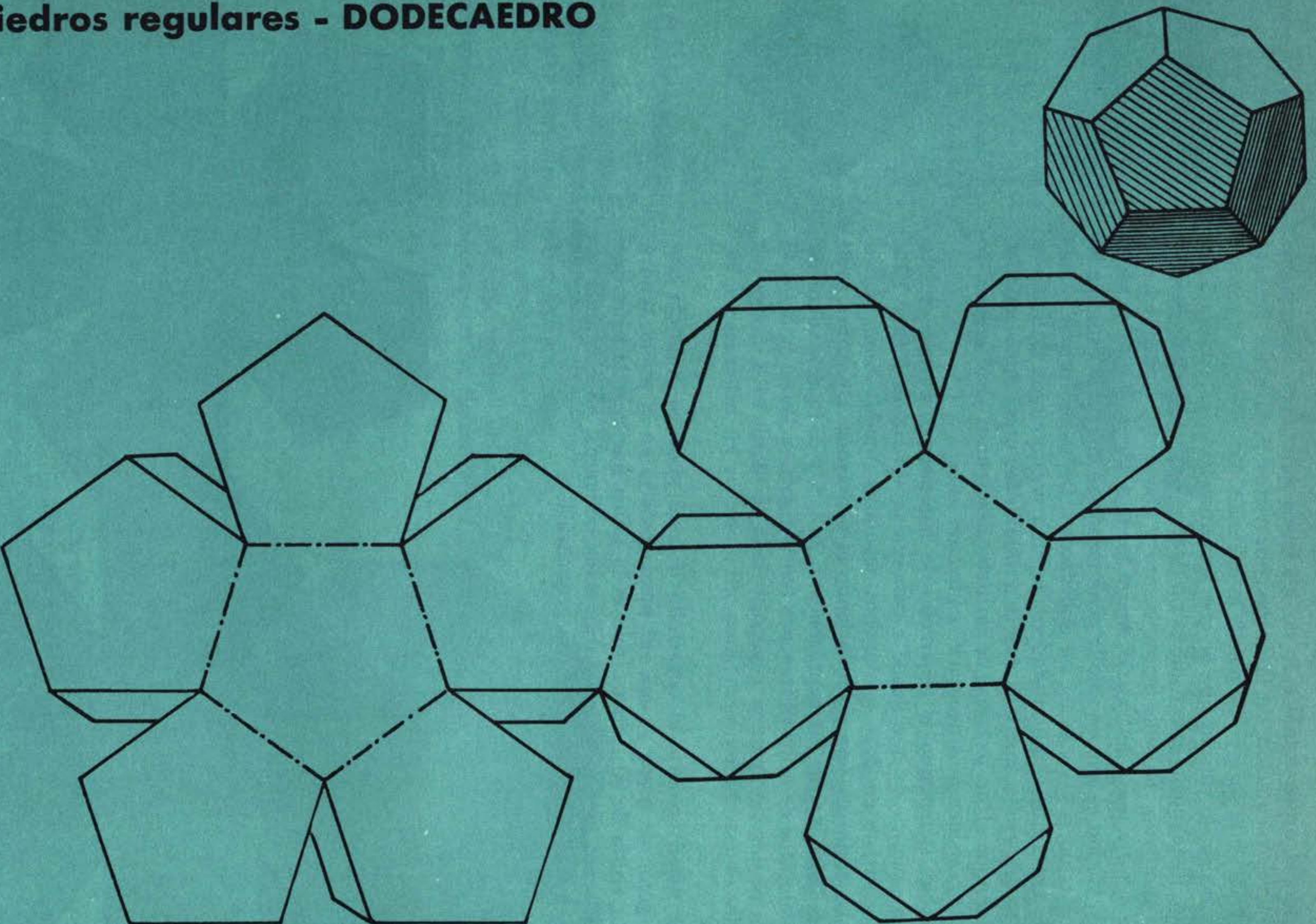
Este poliedro, lo mismo que el que a continuación se estudiará, es muy bonito. Viste mucho saber qué es un dodecaedro, tener su desarrollo y haberlo montado. Es una figura bonita y muy útil... para tenerla encima de nuestra mesa de trabajo. Ahora bien: desde un punto de vista práctico, la verdad es que no vale la pena romperse la cabeza estudiando la representación por vistas de un dodecaedro. De todas formas, y advirtiéndole antes que es un verdadero lío, una vez montada la figura a partir de su desarrollo, puede atreverse a dibujar las otras dos vistas del poliedro, aunque si no lo consigue no debe desesperar. Esté seguro de que si no lo consideramos necesario, es que no lo es.

En cambio, sí daremos el desarrollo de este cuerpo, porque será la forma más práctica de que llegue a conocer su verdadera forma. Este desarrollo consiste en doce pentágonos regulares, unidos como indica la figura. Lo mejor es empezar dibujando el pentágono 1 y, sobre cada uno de sus lados, trazar los pentágonos 2, 3, 4, 5 y 6. Luego, sobre un lado de cualquiera de estos pentágonos (en la figura se ha escogido el 4) se traza el pentágono 7, sobre cuyo otro lado se dibuja el 8. Sobre los demás lados de este último pentágono, dibujaremos los restantes: 9, 10, 11, 12.

Créame usted; recorte el desarrollo de este poliedro, móntelo con cualquier goma de pegar y, una vez pueda tenerlo en la mano, tendrá una exacta visión de su forma... que es lo único que vale la pena que conozca. El caso es que, ante uno de estos poliedros, no confunda su nombre y, menos aún, su estructura geométrica.



Desarrollo de los principales poliedros regulares - DODECAEDRO



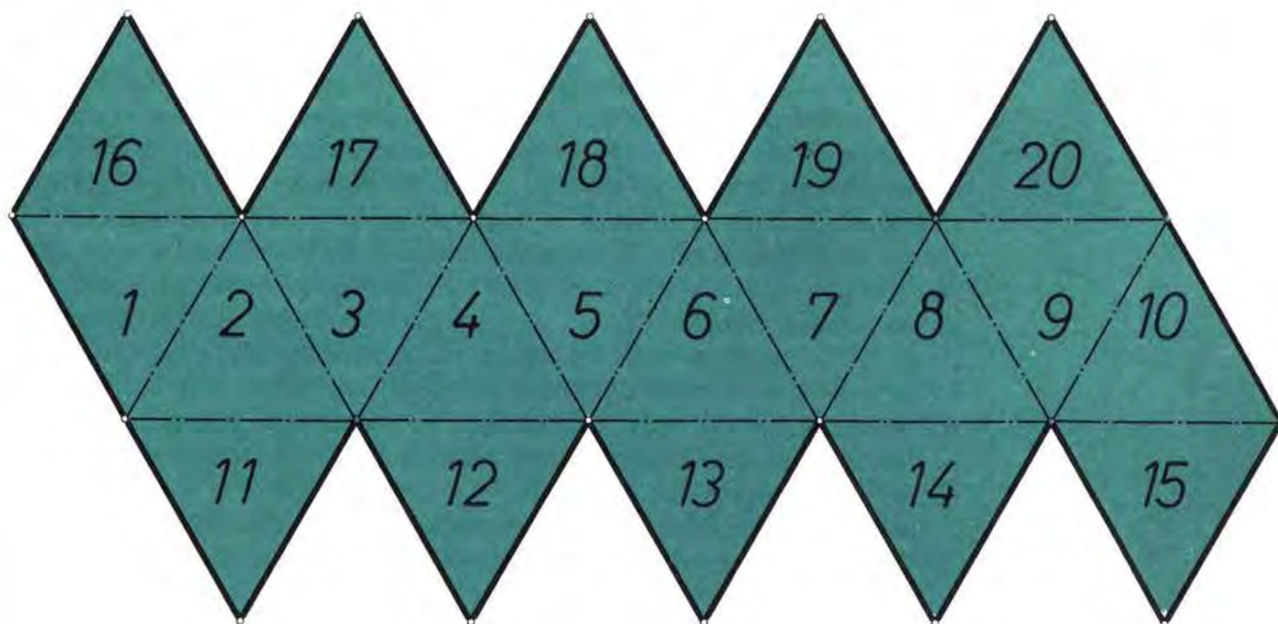


EL ICOSAEDRO

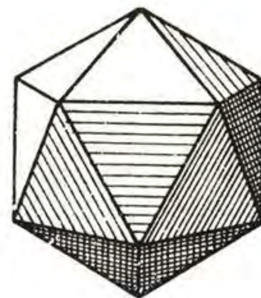
Este es ya el *non-plus-ultra* de los poliedros regulares. Nada menos que veinte caras, todas ellas triángulos equiláteros iguales. La verdad es que cuando uno intenta dibujar este poliedro, se organiza un hermoso lío. Nos guardaremos como de quemarnos de dar la representación por vistas de este poliedro regular; pero para que no se diga que lo dejamos todo en blanco, al margen tiene la vista en planta de la figura llamada icosaedro, o poliedro de veinte caras.

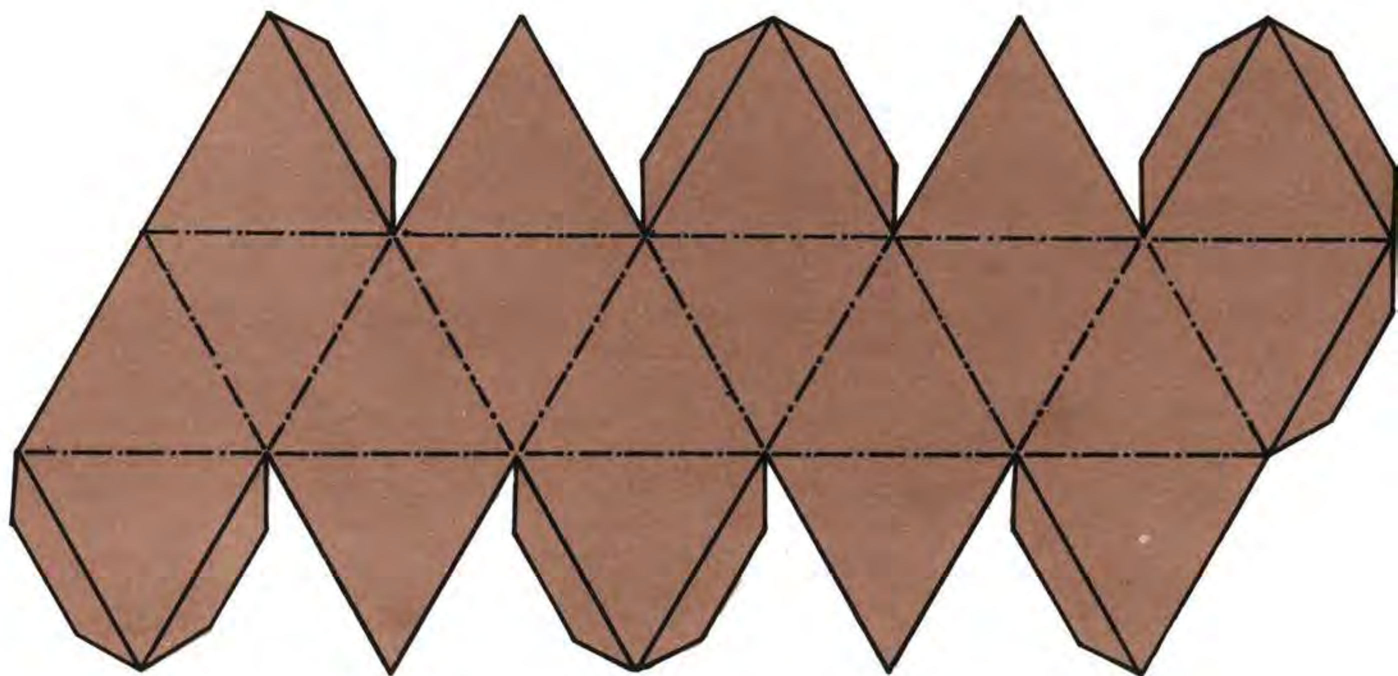
Como en el caso anterior, pero con más motivo aún, diremos que la mejor manera de conocer tan complicado poliedro es tener su desarrollo y poderlo montar a fin de verlo tangible en el espacio. Y, ¡lo que son las cosas!, resulta que el desarrollo de este recién conocido amigo nuestro llamado don Icosaedro es muy fácil de conseguir, en contra de lo que parece, dada la cantidad de caras a representar. La ventaja que tienen estas caras es la de ser triángulos equiláteros. Verá:

Si dibuja un paralelogramo no rectángulo, cuya altura sea la misma que la del triángulo equilátero que es cara del icosaedro, sabiendo que los ángulos del triángulo equilátero valen 60°, le será muy fácil dibujar hasta diez triángulos dentro de paralelogramo, cuyas bases mayores serán cinco veces el lado del triángulo. Lo demás salta a la vista. Prolongando los lados de los triángulos, resulta sencillísimo conseguir los diez que nos faltan para completar los veinte de que consta el icosaedro.



Desarrollo de los principales poliedros regulares - ICOSAEDRO



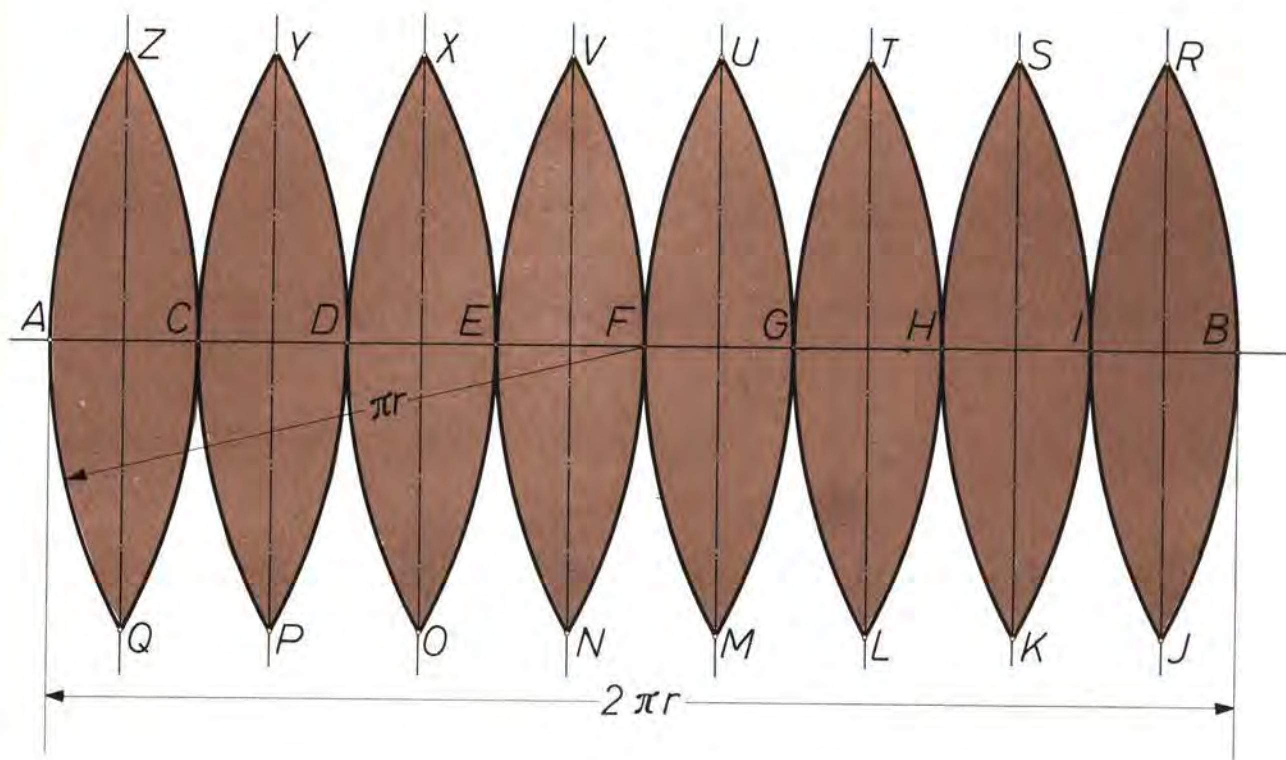


ESFERA

Digamos, para terminar, que incluímos la esfera dentro del estudio de los poliedros regulares por la misma razón que incluíamos el círculo en el estudio de los polígonos regulares también. En efecto: la esfera es el poliedro de infinito número de caras. Es evidente que, a medida que hemos aumentado el número de caras de estos poliedros estudiados, su forma total se ha acercado, cada vez más, a la de la esfera. La semejanza del icosaedro con la esfera es evidente; si consiguiésemos un poliedro de cien caras, visto desde una cierta separación, lo confundiríamos, sin duda, con una esfera real. En teoría, pues, podemos decir que la esfera es un poliedro de infinito número de caras, repitiendo que entendemos por número infinito aquel que siempre es mayor que cualquier número por grande que sea. Imagine cifras astronómicas. El número infinito (∞) siempre es mayor.

No dibujaremos ninguna vista, porque ya sabemos que una esfera siempre vendrá representada por medio de una sola vista, que es una circunferencia, en la que, al indicar el radio o el diámetro, añadimos la indicación *esf*.

El hecho de que la esfera esté formada por infinito número de caras nos impide conseguir su desarrollo auténtico. Pero, aún así, daremos un desarrollo aproximado, que es el que tiene a continuación:



Para conseguir una esfera de radio R, la distancia A B debe ser, evidentemente, igual a 2 π r, o sea igual a 6'28 r. Dividiremos esta distancia (2 π r en ocho partes iguales: A C, C D, D E, E F, F G, G H, H I, I B. Luego deberemos trazar los arcos de circunferencia del modo siguiente:

El arco Z A Q se consigue con centro en F, punto medio de A B, o sea R. Lo repetimos con otras palabras: con centro en F y radio igual a R (3'14 r) trazamos el arco Z A Q. Con el mismo radio (siempre con el mismo) trazaremos el arco Y C P con centro en G. El arco X D O, con centro en H..., etc., etc. Es decir: todos los arcos lo son de una circunferencia de radio R, mitad de A B, ya que es A B igual a 2 r.

Y ¡sanseacabó! Espero que esta lección le haya parecido, por lo menos, distraída. Recuerdo que en mis tiempos de estudiante me divertía mucho la geometría descriptiva, sobre todo la cuestión de los desarrollos. Eso de conseguir cuerpos geométricos reales siempre resulta curioso, ¿verdad?

PRISMA Y CILINDRO
REPRESENTACION
DESARROLLO
SECCIONES
INTERSECCIONES





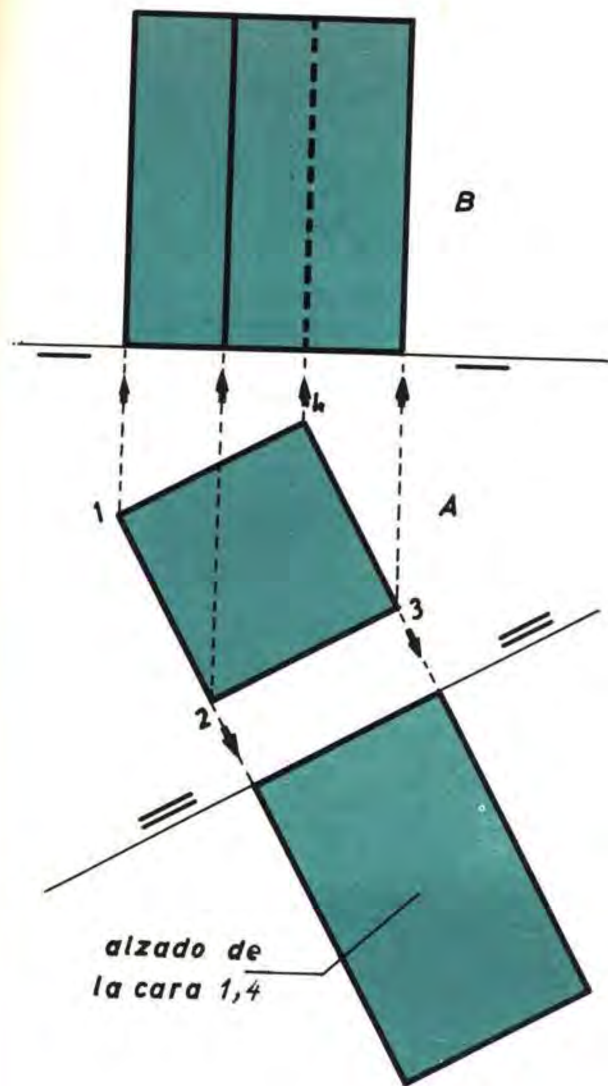






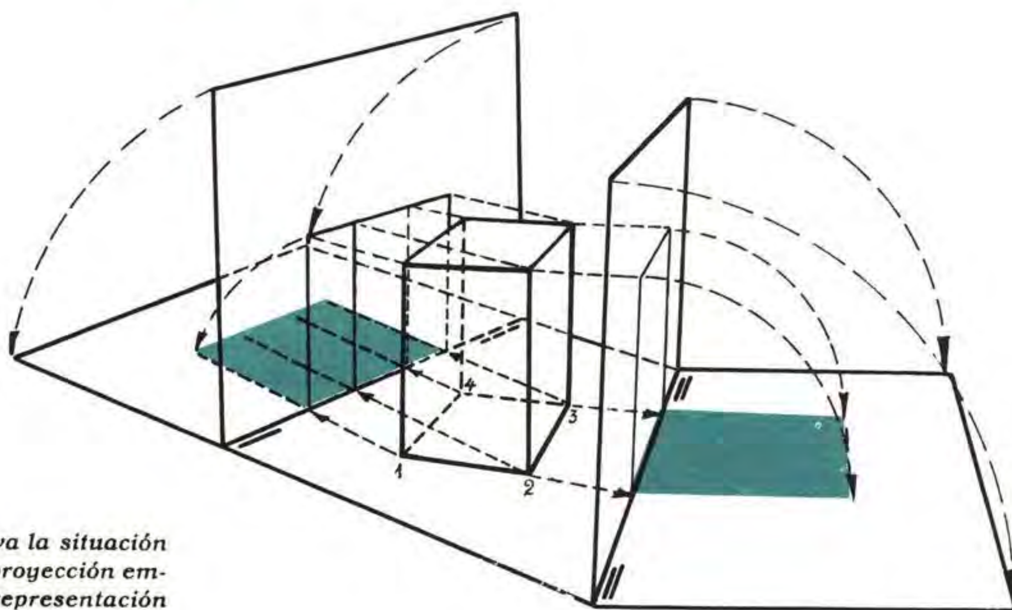
PRISMA

REPRESENTACIÓN. — Supongamos un prisma de base cuadrada. Según hemos dicho antes, esta base debemos suponerla asentada sobre un plano horizontal. Por tanto, tendremos el alzado en un plano vertical, formando en conjunto una proyección diédrica. Recuerde la lección tercera, que es en donde dimos la idea de lo que se entiende por proyección diédrica: Era aquella proyección obtenida en dos planos al mismo tiempo. La proyección horizontal, que no es otra cosa que la planta, y la vertical, que no es más que el alzado. Eso es lo que tenemos en la figura. Observe que debajo de la línea horizontal están los dos trazos que indican que tal línea representa el plano de tierra. El cuadrado 1, 2, 3, 4, es la planta del prisma, a la que llamaremos A, siendo B el alzado.



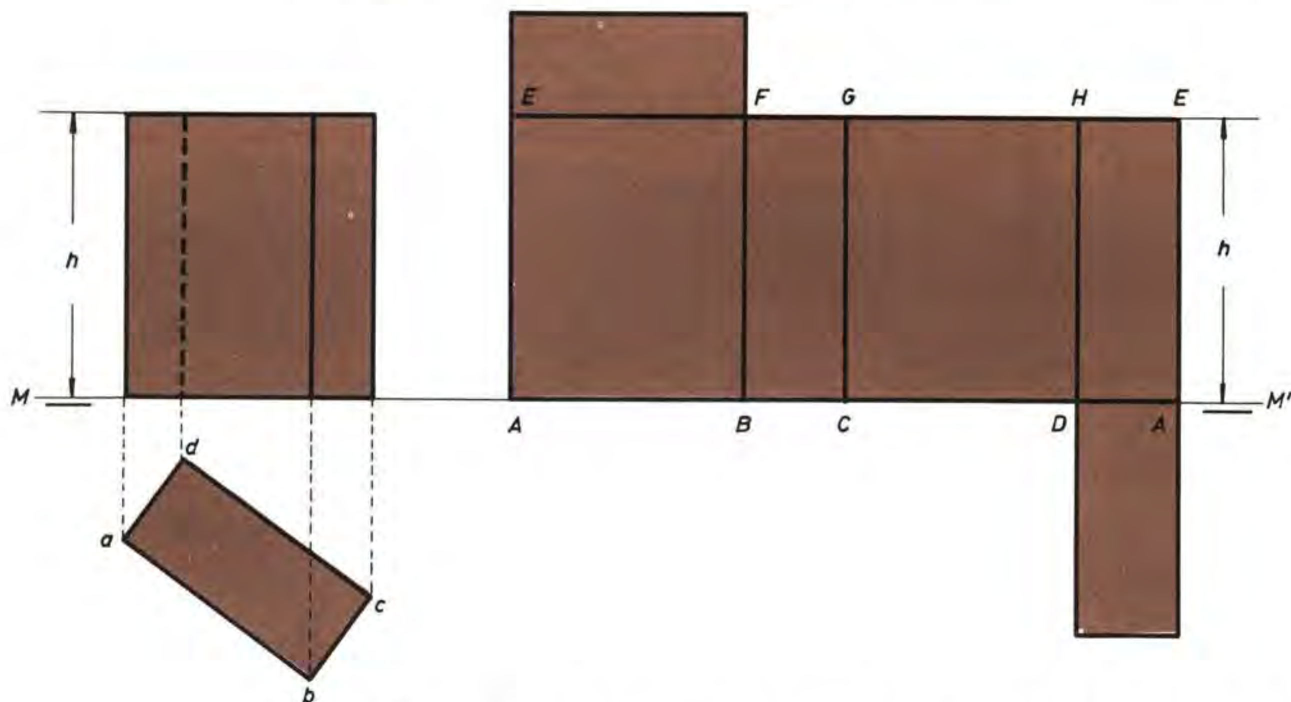
Pero en esta figura hay algo más. ¿Qué?... Ni más ni menos que otra línea de tierra (véala señalado con dos trazos por lado) indicando la existencia de un nuevo plano de proyección, en el que tenemos un nuevo alzado del prisma. Todo eso, ¿por qué lo hemos hecho? En la primera proyección diédrica, la que corresponde a la planta A y al alzado B, por la posición del prisma, no tenemos ninguna cara en verdadera magnitud. En el alzado quedan todas algo *de lado*. Para tener una cara en verdadera magnitud, hemos añadido un plano paralelo a la cara del prisma que en planta nos viene señalada por la arista 1 y 4, y sobre este plano, cuya línea de tierra es la señalada por dos trazos, hemos proyectado el alzado del prisma según la dirección que indican las flechas que parten de 2 y 3.

¿Está claro?... Posiblemente no. Pero vea este dibujo en perspectiva demostrativo de las operaciones llevadas a cabo sobre el plano del dibujo. Observe cómo el alzado de la cara 1-4 está situado sobre un plano paralelo a ella. Vea claramente los tres planos en que hemos trabajado y cómo, una vez rebatidos todos sobre el plano vertical, se convierten en el plano del dibujo, o sea, en lo que hemos visto hasta aquí.



Vea en perspectiva la situación de los planos de proyección empleados en esta representación de un prisma.

DESARROLLO DE UN PRISMA. — En la lección anterior vimos lo que era el desarrollo de un poliedro. Ahora vamos a efectuar las operaciones pertinentes para obtener el desarrollo de un prisma de base rectangular y de aristas verticales.



De este prisma tenemos la planta y el alzado: una proyección diédrica. Empezaremos por prolongar la línea de tierra, con lo que tendremos la horizontal M M'. A una distancia prudencial del alzado, señalaremos el punto A y diremos con toda tranquilidad que este punto corresponde al *a* de la planta. ¿Ve qué fácil? Tomaremos la distancia *a b* de la planta y la llevaremos sobre la línea de tierra partiendo de A. Tendremos el punto B, perteneciente al *b* de la planta. Y, así por el estilo: tomamos *b c* y partiendo de B conseguimos el punto C. Con *c d*, conseguiremos D, y con *d a*, llegaremos al nuevo punto A.

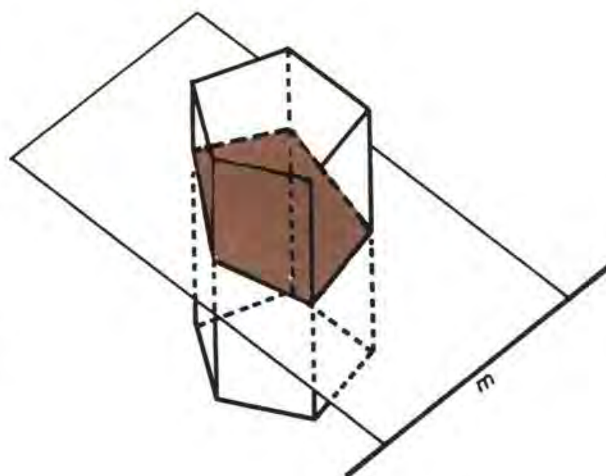
Desde estos puntos encontrados sobre la prolongación de la línea de tierra, levantaremos perpendiculares y las limitaremos por medio de una paralela a la línea de tierra, separada de ella en la magnitud *h*, que es la altura del prisma. Con los puntos E, F, G, H, E hemos completado el desarrollo lateral del prisma en cuestión. Sólo nos falta añadir, sobre E F y debajo de D A, dos caras exactamente iguales a la planta que nos da la proyección diédrica de que disponemos.

Y si me dice que se trata de un problema difícil... ¡no voy a creerlo, vaya!

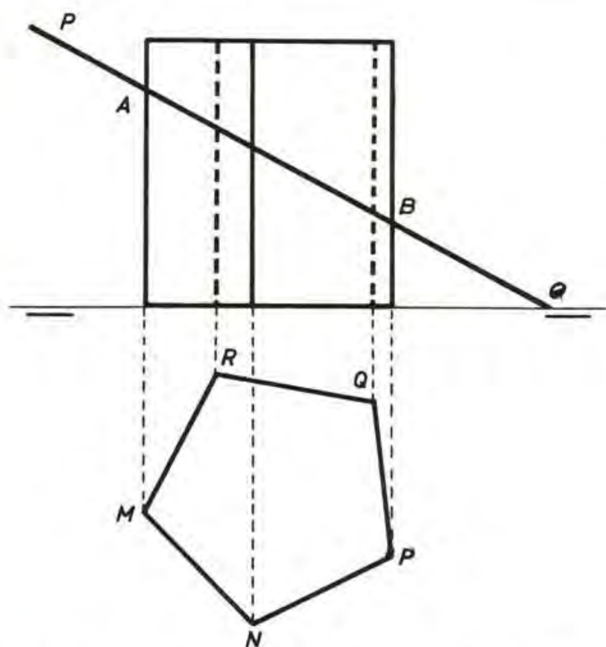
SECCIONES. — LLAMAMOS SECCIÓN DE UN PRISMA A LA SUPERFICIE QUE RESULTA DE CORTARLO POR UN PLANO CUALQUIERA.

En muchas ocasiones nos será necesario conocer la sección originada por un plano en un prisma, y a ello vamos a encaminar nuestros esfuerzos.

Supongamos un prisma cualquiera cortado por un plano. Este plano forma una sección que queda demostrada en la figura: es la zona rayada. Le damos primero una visión en perspectiva del conjunto prisma-plano, para que tenga una primera idea de la operación en el espacio. Se trata de obtener esta sección en su verdadera magnitud, o sea, con sus auténticas proporciones.



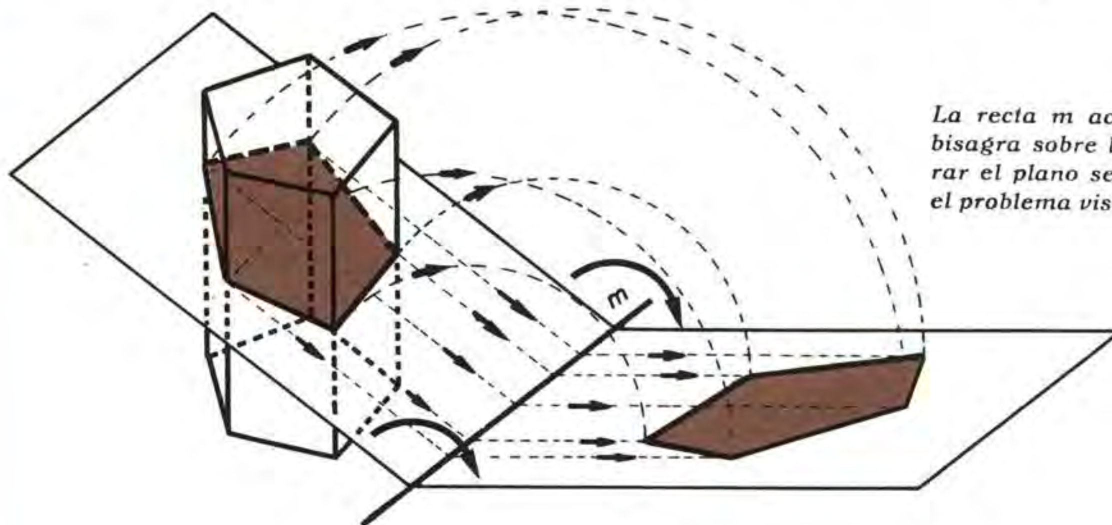
Veamos en la siguiente figura el mismo prisma y su plano seccional, proyectados en el plano del dibujo en forma de proyección diédrica:



El plano se nos ha convertido en la inclinación P O que secciona todas las aristas verticales del prisma. Es evidente que la planta M N P Q R del prisma será al mismo tiempo la proyección sobre el plano horizontal de la sección comprendida entre A y B, pero también es evidente que esta proyección horizontal no puede tener la forma auténtica de la sección. Vea que la sección se produce por un plano inclinado, por lo que entre A y B habrá más distancia que entre los puntos M y P que les corresponden en planta.

En fin: ¿cómo nos las apañaremos para conocer la forma real de la sección?... Lo conseguiremos mediante lo que llamamos un rebatimiento. Rebatir un plano sobre otro es poner el primero sobre el segundo.

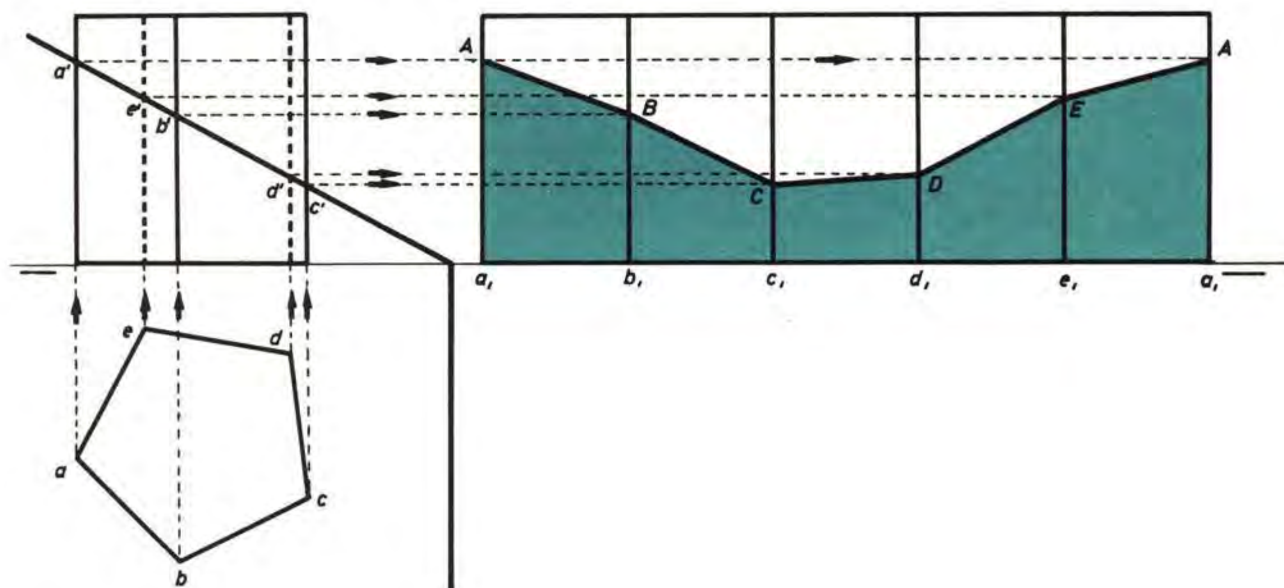
Pues esta operación tan sencilla es lo que vamos a hacer con nuestro plano seccional. Vea que, en el alzado de la proyección diédrica, el plano seccional corta al de tierra en O. Este punto no es más que la representación en el alzado de la recta *m* del primer dibujo.



La recta m actúa a modo de bisagra sobre la que puede girar el plano seccional. Este es el problema visto en el espacio.

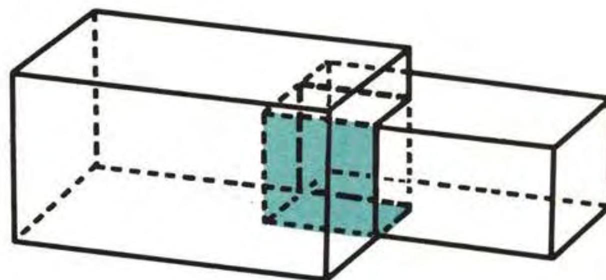
Esta es la solución sobre el plano del dibujo. El polígono rayado es la sección en verdadera magnitud.

Y espero que con sólo mirar la figura siguiente habrá suficiente para que comprenda que se trata del desarrollo de las caras laterales del prisma una vez seccionado. La quebrada A B C D E A es el desarrollo de la sección.

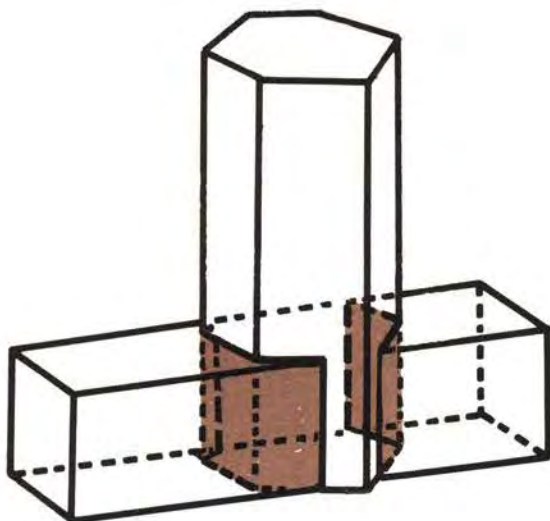


INTERSECCIÓN ENTRE DOS PRISMAS. — Hemos visto la intersección de un prisma y un plano. Pero ¿y si los que se cortan son dos prismas?... Cuando dos prismas se cortan, eso es, si parte del volumen de uno también forma parte del volumen del otro, se forman unas intersecciones que muchas veces deberemos conocer. Tanto en mecánica como en elementos de construcción, el caso de la intersección de dos prismas se da con mucha frecuencia.

El caso que presentamos es muy sencillo. Se trata de dos prismas verticales, uno de los cuales (el más pequeño) penetra en el mayor.



Veamos en proyección la figura anterior. Una planta y un alzado (línea de tierra ———), y dos proyecciones más: una, paralela a la vista lateral (línea de tierra ═══), y otra (línea de tierra ≡≡≡), que son suficientes para demostrarnos las dimensiones de la sección producida por la intersección de los dos prismas.

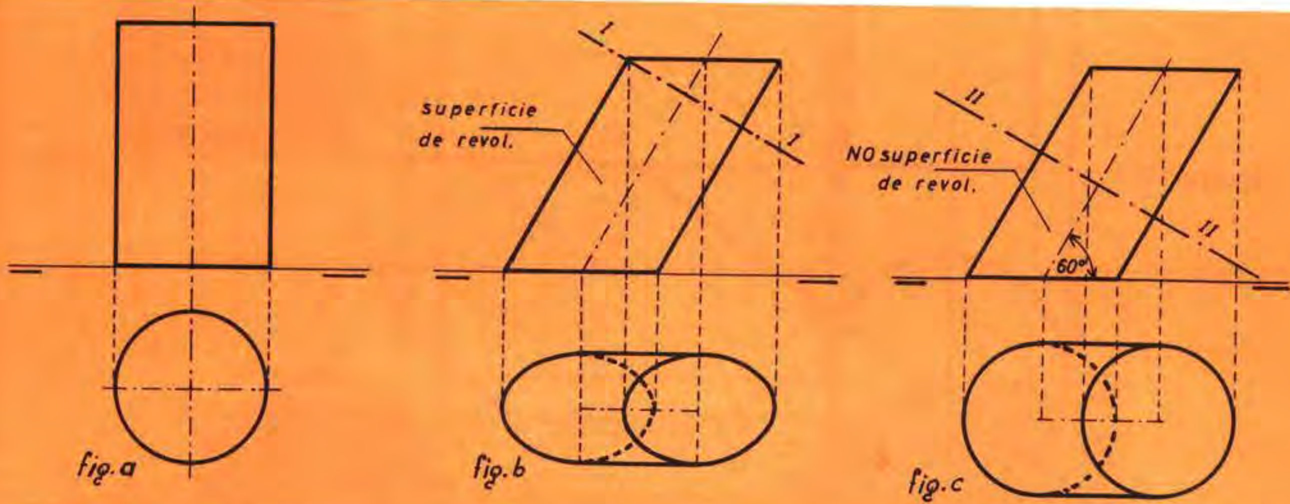


A continuación representamos la perspectiva de un paralelepípedo *tendido* sobre un plano horizontal que secciona a un prisma hexagonal de aristas verticales. Estas perspectivas sólo tienen un valor descriptivo, conste. Desde el punto de vista de la delineación no nos sirven para nada, puesto que no nos dan las secciones en su verdadera magnitud, que es lo que necesitamos. Si añadimos las perspectivas es para dar una visión completa del problema en el espacio.

Vea a continuación la planta y alzado de estos dos prismas que se seccionan y la representación en desarrollo de las secciones producidas sobre el prisma hexagonal. Estas secciones quedan impresas, por decirlo así, en las caras laterales de este prisma. Las anchuras de estas secciones, a partir de las aristas del prisma, las encontramos en la planta. La altura (que será la misma que la del paralelepípedo tendido en el suelo) la encontramos en el alzado. La mecánica es siempre la misma.

EL CILINDRO. — Sabemos que es un cuerpo de revolución que, por este hecho, carecerá de aristas. En consecuencia, la proyección diédrica de un cilindro dará una planta que será un círculo y un alzado cuya forma será la de un paralelogramo.

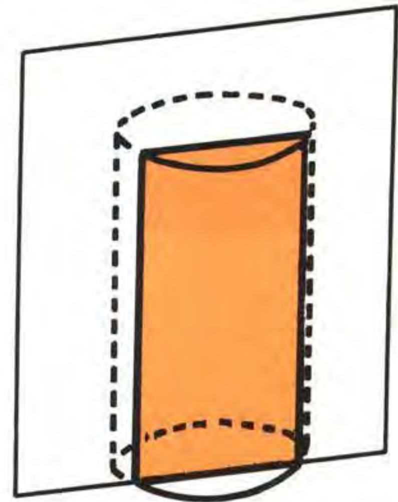
Existen también dos tipos de cilindro (que tienen el eje inclinado).

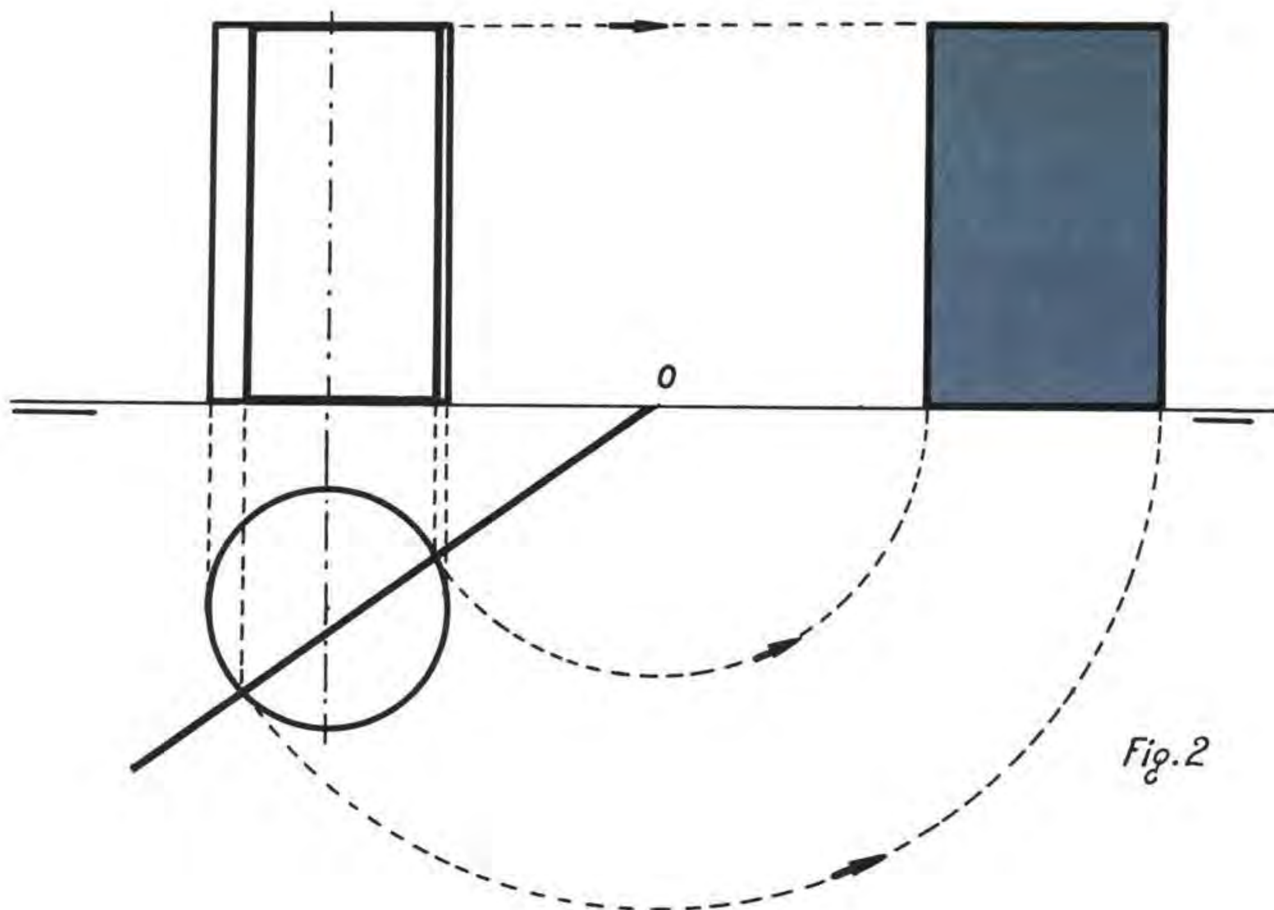


Uno de ellos tiene la sección recta (sección producida por un plano perpendicular al eje) que es un círculo. Este cilindro inclinado es de revolución y sus bases resultan ser elipses, ya que vienen a ser secciones producidas por un plano horizontal. Vea en la figura *b* la representación en planta y alzado de este prisma. La sección I-I sería un círculo. El otro cilindro inclinado, el de figura *c*, tiene sus dos bases circulares, pero no es un cuerpo de revolución, sino que debe considerarse formado por el desplazamiento de un círculo paralelamente a sí mismo, según un eje que, pasando por su centro, es inclinado respecto al plano de tierra. La sección recta de este cilindro (II-II) sería una elipse.

SECCIONES PRODUCIDAS POR UN PLANO. — Un plano puede cortar a un cilindro de muy diversas maneras; según sea la dirección en que este plano seccione al cilindro, la forma de la sección resultante también será distinta.

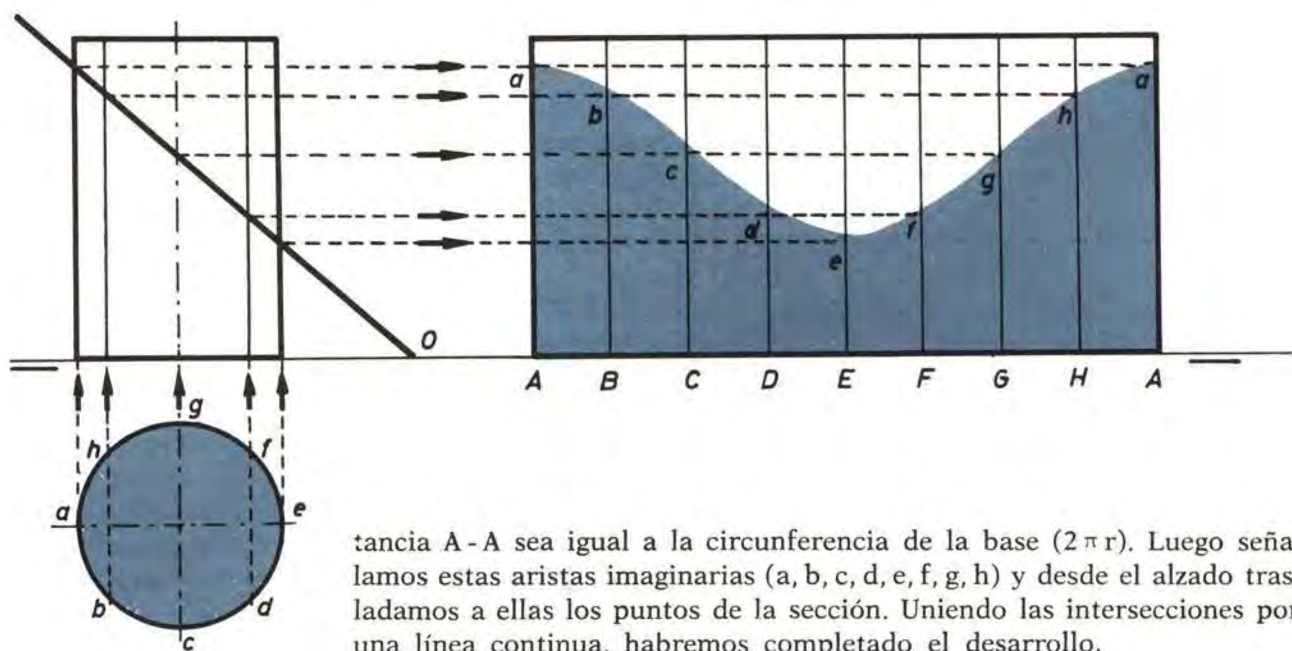
Veamos primero el caso de un cilindro seccionado por un plano paralelo a su generatriz. En este caso la sección tiene la forma de un rectángulo. Vea primero el problema en perspectiva (figura 1) y después en proyección diédrica (figura 2). Observe cómo el plano sector en planta está en contacto con la línea de tierra en el punto O. Si tomando por centro este punto procedemos a dar un giro a la sección producida en el cilindro (vea la dirección que indican las flechas), podremos tener en el alzado la verdadera magnitud de dicha sección.


Fig. 1



A continuación tiene usted el caso de un cilindro seccionado por un plano inclinado respecto a su eje. Estamos en un caso similar al del primer prisma que hemos encontrado en este capítulo, pero con la diferencia de que el cilindro carece de aristas. Eso, sin embargo, es fácil de solucionar. Si no tenemos aristas, las inventamos. Dividimos la planta del cilindro en ocho partes iguales, con lo que tendremos los puntos *a, b, c, d, e, f, g, h;* y como si se tratase de aristas, pasaremos estos puntos al alzado. En él tendremos las aristas imaginarias *a, b, c, d, e.* Las otras tres no podemos verlas, puesto que quedan tapadas por las mencionadas. Vea que el punto *b* corresponde también al *h* del otro lado del cilindro; que el *c* corresponde al *g* y que el *e* corresponde al *f.* El plano sector P toca a la línea de tierra en el punto O, y haciendo centro en este punto podemos rebatir sobre la línea de tierra los puntos de la sección dados por el alzado. Trazando horizontales desde los puntos de la planta y verticales desde estos puntos encontrados en la línea de tierra por rebatimiento del plano P, obtendremos los puntos A, B, C, D, E, F, G, H, que unidos por una línea continua nos darán la sección en verdadera magnitud, sección que no es otra cosa que una elipse. (Vea la figura *a*).

Para encontrar el desarrollo de esta sección, basta que mire la figura siguiente. Desarrollamos el cilindro normalmente, haciendo que la dis-



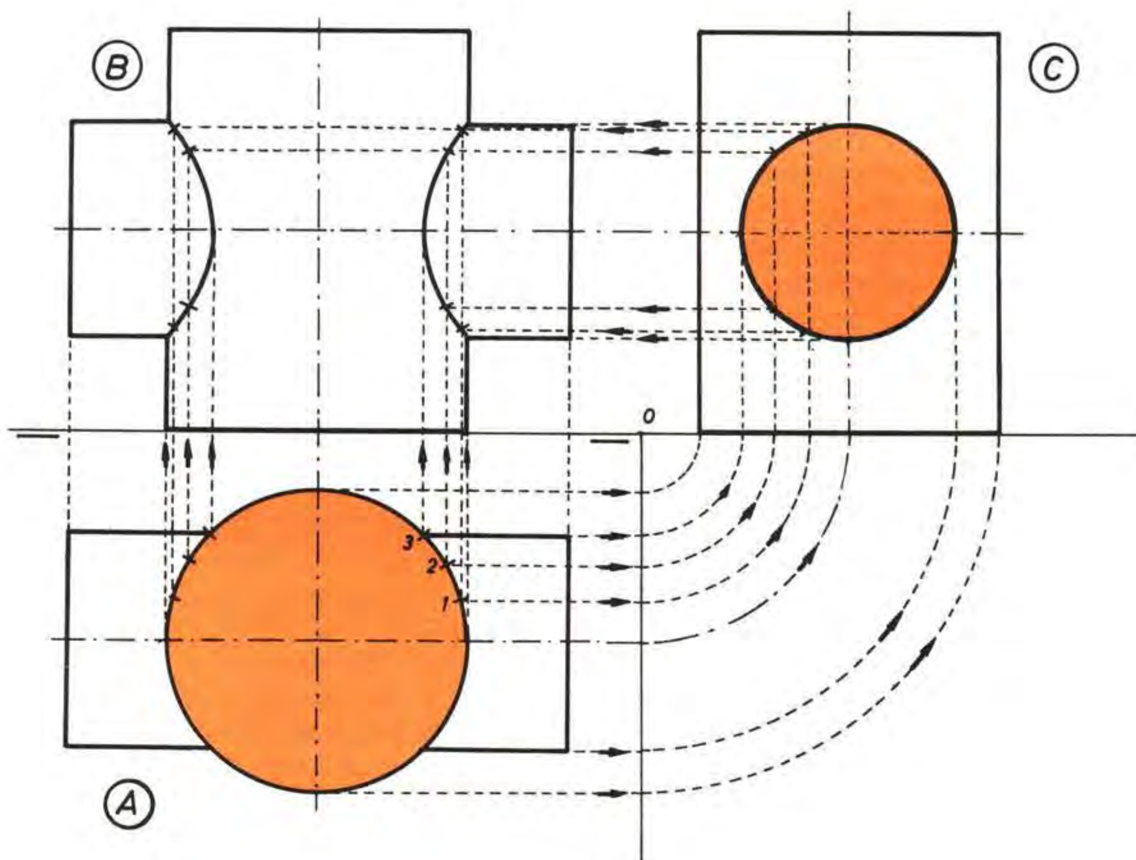
tancia A - A sea igual a la circunferencia de la base ($2 \pi r$). Luego señalamos estas aristas imaginarias (a, b, c, d, e, f, g, h) y desde el alzado trasladamos a ellas los puntos de la sección. Uniendo las intersecciones por una línea continua, habremos completado el desarrollo.



INTERSECCIÓN DE DOS CILINDROS RECTOS. — Vamos a finalizar el capítulo buscando la intersección de dos cilindros de distinto diámetro que se cortan de modo que sus ejes quedan perpendiculares entre sí. Es un caso muy común en la delineación de tuberías.

Como siempre, vea primero el problema en el espacio. Para ello le damos la perspectiva. Convénzase que, más que leer, se trata de ver y entender lo que se ve.

Veamos ahora la representación en proyección ortogonal diédrica de estos dos cilindros. Tenemos una planta A y un alzado B. Observe que para encontrar la línea de unión de los dos cilindros en el alzado hemos empezado por señalar varios puntos en la planta (1, 2, 3), que hemos proyectado hacia el alzado (vea las flechas que van de abajo hacia arriba), cosa que me parece perfectamente demostrada en el dibujo. Para encontrar la sección en verdadera magnitud, ¡pues como siempre! Efectuamos un giro desde O (punto que podría estar más separado de las dos proyecciones A y B según las disponibilidades de espacio) llevando los puntos 1, 2, 3 a la línea de tierra... Me parece que más vale no añadir nada, porque el gráfico es mucho más elocuente que las palabras.



FISICA 8

CALOR Y TEMPERATURA

Hace pocas lecciones que dejamos a un obrero sudando a mares porque al pobre le obligábamos a una serie de trabajos como para dejar pulverizado al mismísimo Hércules. Nuestro hombre sudaba porque tenía *calor;* y tenía calor porque ponía a contribución una fuente de energía que provocaba en su cuerpo un aumento de *temperatura.* Sí; como dijimos, el calor es una de las manifestaciones de la energía, cuya primera consecuencia es un aumento en la temperatura de los cuerpos.

Vamos a ponernos de acuerdo sobre estos dos conceptos que hemos mencionado: calor y temperatura. El calor es una liberación de energía; la temperatura es el efecto que el calor produce en la materia. Cualquier objeto expuesto a las llamas de un fuego, sabemos que se calienta. Si el tiempo que ha pasado al fuego es muy corto, podremos tocar nuestro objeto con la mano sin ninguna dificultad; apreciaremos que ya *no está frío* y nada más. Pero si prolongamos el tiempo de permanencia en contacto con el fuego, llegará un momento en que nos será imposible tocar el objeto con las manos... a menos que queramos chamuscarnos los dedos. ¿Qué ha pasado?... Pues simplemente que el calor producido por el fuego ha aumentado la temperatura de lo que estaba en contacto con él, tanto más cuanto mayor haya sido la cantidad de calor recibido.

Sabemos que la fuente de energía por la que se hace posible la existencia en nuestro planeta es el calor y luz que nos llegan del SOL. El Sol es la principal fuente de energía (manifestada en forma de calor y luz), que nos llega en cantidades tan extraordinarias, que se ha calculado que para obtener el calor que el Sol nos manda en sólo medio día sería preciso poner en combustión todas las reservas de petróleo existentes en el globo, que se cifran en un trillón de barriles. Para que tenga una más justa idea de lo exorbitante de esta cantidad (trillón) vamos a escribirla. Serían 1.000.000.000.000.000.000 de barriles. La verdad es que nuestra imaginación no alcanza para cantidades tan fabulosas.

Esta energía calorífica que nos llega del Sol produce una serie de efectos en los cuerpos que calienta, el primero de los cuales (lo hemos dicho) es proporcionarles una cierta temperatura, que nos será imprescindible medir.



Una medición directa es la que hemos glosado antes: tocar los objetos con las manos. Si nos quemamos, no hay duda de que la temperatura es elevada. Si sentimos una sensación de frío, es evidente que el cuerpo tiene una temperatura baja. Pero, claro, eso es muy rudimentario y, como siempre, la necesidad ha agudizado el ingenio del hombre

y le ha llevado a inventar los termómetros y otros aparatos (los pirómetros), destinados a medir la temperatura de la materia. Naturalmente, construir un termómetro, representa tener unos puntos de referencia, unos datos en que apoyarse. Estos datos son dos: la temperatura a que funde el hielo (aquella en que el hielo se convierte en agua) y la temperatura en que el agua empieza a hervir (aquella en que el agua se transforma en vapor). Tomando por referencia estos datos, han salido los termómetros.

Pero ¿cómo?... Porque es evidente que hasta aquí sabemos que el hielo funde (a una cierta temperatura, claro) y que el agua hierve. Se ha contado con otro dato: que los cuerpos se dilatan con el calor. Concretamente, los líquidos experimentan una dilatación muy notable con el aumento de la temperatura (excepto el agua que, como veremos más adelante, es aficionada a llevar la contraria). ¡Ahora ya tenemos por dónde empezar! Tome usted un líquido que no sea agua (alcohol, por ejemplo) y llene con él parte de un tubo de cristal. Ponga este tubo en contacto con el agua que vierte una barra de hielo al fundirse y verá cómo la columna contenida en el tubo baja de nivel; se contrae por efecto del frío. Cuando deje de bajar, haga una señal en el tubo indicando el nivel alcanzado por el líquido. ¡Esta señal le indicará la temperatura de fusión del hielo! Luego, ponga un poco de agua a hervir y en cuanto empiecen a aparecer las burbujas características de la ebullición, introduzca su tubo en el agua. Inmediatamente el nivel del líquido aumentará hasta alcanzar un determinado nivel. Señale este nivel en el tubo y tendrá el punto de referencia que le faltaba.

Pero, claro, entre la señal que indica la temperatura de fusión del hielo y la que indica la de ebullición del agua, habrá un espacio, una distancia que pertenecerá a otras temperaturas, eso es pura lógica. No hay más que dividir este espacio en un número determinado de partes iguales y decir que la temperatura capaz de elevar el nivel del líquido de una indicación a la inmediata superior tiene el valor de UN GRADO. Efectivamente, la temperatura se mide por grados; el GRADO DE TEMPERATURA es la unidad establecida.

Usted ya comprende que el valor del grado dependerá de la cantidad de divisiones que se efectúan entre el punto de deshielo y el de ebullición del agua. De ahí la existencia de tres tipos básicos de termómetros... o de unidades de temperatura. Todas ellas se llaman grados, pero pueden ser:

Grados centígrados.
Grados Réaumur
Grados Fahrenheit

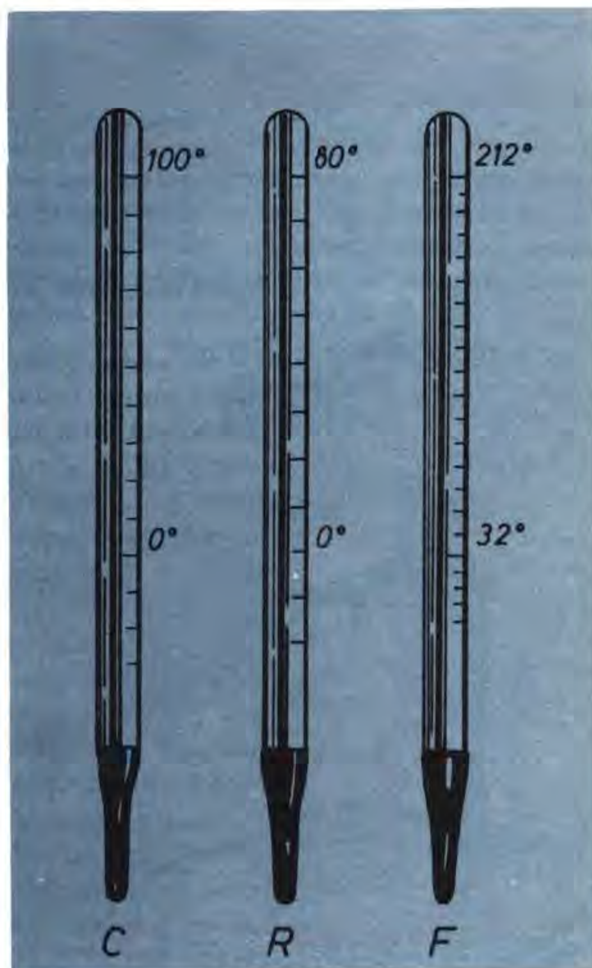
El termómetro más empleado es el centígrado (entre los países que lo han adoptado están todos los de habla hispana), el cual establece que el punto de deshielo corresponde a los *cero grados*, dando al punto de

ebullición el valor de 100 grados. O sea que entre el punto de fusión del hielo y el de ebullición del agua en el termómetro, se han establecido cien divisiones iguales, cada una de las cuales corresponde a 1° C.

Así se escribe un grado centígrado: 1° C.
Así se escribe un grado Réamur:1° R.
Así se escribe un grado Fahrenheit: 1° F.

Veamos ahora qué graduación establece Réaumur y qué graduación establece Fahrenheit para los puntos de deshielo y de ebullición del agua.

En el Réaumur: 0° para el deshielo y 80° para la ebullición.
En el Fahrenheit: 32° para el deshielo y 212° para la ebullición.



Observe en este grabado cómo un grado C es la centésima parte de la distancia comprendida entre el punto de deshielo y el de ebullición, siendo el grado Réaumur la ochentaava parte y el grado Fahrenheit la cientoochentaava parte (212 — 32 = 180).

Es importante tener presente estas diferencias cuando deben efectuarse cálculos para máquinas hidráulicas, hornos, refractarios, soláriums, etc.; trabajando con datos en escalas distintas de la centígrada.

Si le dan, por ejemplo R grados Réaumur, tradúzcalos a centesimales mediante la siguiente fórmula:

$$C = 1'25 . R$$

C es el resultado en grados centesimales y R los grados Réaumur dados. Por ejemplo: 12°R serán: 1'25 . 12 = 15° C.

Si le dan F grados Fahrenheit, puede traducirlos a centesimales con esta sencilla fórmula:

$$C = 0'555 . F - 17'76$$

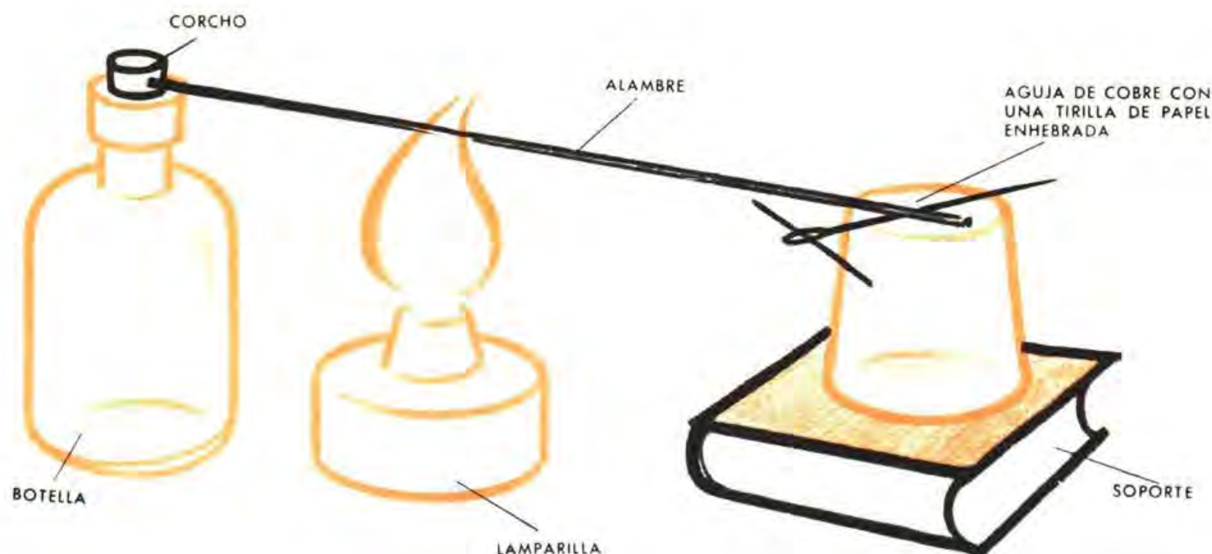
Ejemplo: 60° F, serán...

$$C = 0'555 . 60 - 17'76 = 15'54° C$$

DILATACION

LLAMAMOS DILATACIÓN AL FENÓMENO POR EL CUAL UN CUERPO, SÓLIDO, LÍQUIDO O GASEOSO, EXPERIMENTA UN AUMENTO DE VOLUMEN.

Las causas de una dilatación pueden ser varias, pero una de ellas es el calor. EL CALOR DILATA LOS CUERPOS. Es algo que todos sabemos: cuando un cuerpo aumenta de temperatura, lleva parejo un aumento en su volumen; y cuando el cuerpo se enfría, disminuye de volumen. Decimos entonces que *se contrae.*



Experimento para demostrar la dilatación lineal de una varilla metálica. A medida que el calor provoque un aumento de longitud en la varilla, la aguja se desplazará en el sentido de la dilatación, circunstancia que apreciaremos por las distintas posiciones que irá adoptando un alambre muy fino con el cual habremos enhebrado la aguja.

DILATACION LINEAL DE LOS SOLIDOS

Los cuerpos sólidos son los que en las mismas condiciones de temperatura sufren menos dilatación. O sea, que a una misma temperatura se dilatará más un líquido que un sólido.

Un sólido, al tener tres dimensiones, tendrá también tres tipos de dilatación: la lineal, que será la que afecte al aumento de longitud experimentado por un aumento de temperatura; la superficial, relativa al aumento de superficie; y la cúbica, que será el aumento de volumen experimentado.

De estos tres tipos de dilataciones tiene una mayor importancia la primera: la dilatación lineal. Se entiende por tal el aumento de longitud que experimenta un sólido (generalmente de forma alargada, como una barra de metal, una viga, una vía de tren, etc.) al pasar de una temperatura a otra superior.

Para calcular estas dilataciones — a eso vamos — empezaremos por advertir que no todos los materiales tienen la misma facilidad para dilatarse, de tal modo que si, por ejemplo, tomamos dos barras del mismo calibre y longitud, una de cobre y otra de plata, que están a una temperatura de 15° y las calentamos hasta que lleguen a una temperatura de 60°, midiéndolas después, veremos que la barra de plata se habrá alargado más que la de cobre.

La dilatación que experimenta un material al calentarlo depende de un factor propio, característicos de cada material, al que se llama COEFICIENTE DE DILATACIÓN. Este coeficiente de dilatación no es otra cosa que el aumento de longitud que experimenta un metro del material de que se trate, cuando su temperatura aumenta en 1° C.

He ahí una pequeña tabla de coeficientes de dilatación lineal, con los de los materiales más comúnmente utilizados.

Material	Lambda
Cinc	0'000029
Plomo	0'000029
Latón	0'000019
Cobre	0'000017
Hierro	0'000012
Acero	0'000010
Platino	0'000009
Aluminio	0'000023
Bronce	0'000017
Estaño	0'000020
Níquel	0'000013
Oro	0'000013
Plata	0'000018
Goma dura	0'000077
Mármol	0'000012
Mica	0'000077
Vidrio Jena	0'000008

Y veamos ya cómo podremos calcular la dilatación que ha experimentado en longitud un elemento que ha aumentado de temperatura. Llamaremos L la longitud que deseamos calcular, L_0 (ele subcero) la longitud que ya conocemos. La letra griega λ (lambda) representará el coeficiente de dilatación, y *t* será los grados de temperatura aumentados. Con estos datos, aplicaremos esta fórmula:

$$L = L_0 (1 + \lambda t)$$

Así, una viga de hierro de 5 metros de longitud, al pasar de 20° a 50°, habrá aumentado una longitud de:

$$L = 5_0 (1 + 0'0000120 . 30) = 5'00180 \text{ m}$$

Para el caso de una dilatación en dos sentidos (dilatación superficial) aplicaremos la misma fórmula (cambiando longitud por superficie), pero teniendo en cuenta que el coeficiente de dilatación será doble del de dilatación lineal.

$$S = S_0 (1 + 2 \lambda t)$$

Sea el mismo ejemplo anterior, pero en vez de tratarse de una viga vamos a suponer que es una plancha de 5 m de longitud por 2 m de ancho.

$$S = 5 . 2 (1 + 2 . 0'000012 . 30) = 10'0072 \text{ m}^2$$

Y si se trata de una dilatación cúbica, pues lo mismo, pero multiplicando por 3 el coeficiente de dilatación lineal.

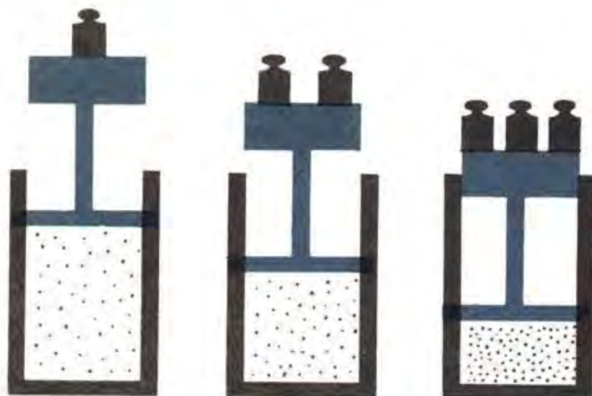
$$V = V_0 (1 + 3 \lambda t)$$

Volvamos al ejemplo que nos ocupa, pero considerando ahora las tres dimensiones. La plancha de hierro que hemos supuesto tenía 5 m de longitud y 2 m de ancho, imaginaremos, asimismo, que su grosor es de 10 mm.

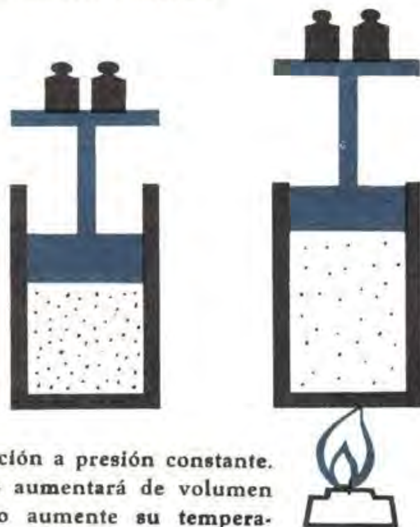
$$V = 5 . 2 . 0'01 (1 + 3 . 0'000012 . 30) =$$
$$= 0'100108 \text{ m}^3$$



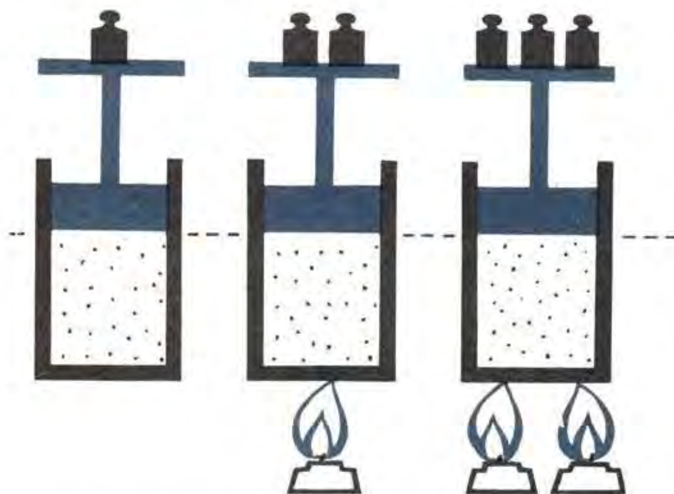
Demostración de la dilatación cúbica de una esfera de metal. Antes de calentarla, la esfera pasaba por el aro del soporte. Una vez caliente, queda retenida por el soporte hasta que al perder calor se contrae de nuevo.



Los gases se comprimen cuando aumenta la presión a que se encuentran sometidos.



Dilatación a presión constante. El gas aumentará de volumen cuando aumente su temperatura.



Dilatación a volumen constante. No hay dilatación, sino aumento de presión. Si aumenta el calor, el volumen permanecerá constante si la presión aumenta proporcionalmente.

DILATACION DE LIQUIDOS

En los líquidos, naturalmente, sólo será factible tener en cuenta la dilatación cúbica, que obtendremos por la misma fórmula anterior, variando, claro, el coeficiente de dilatación, que para los líquidos es directamente el de dilatación cúbica. He ahí algunos coeficientes:

Aceite de oliva	0.00074
Aguarrás	0.00094
Glicerina	0.00053
Mercurio	0.00018
Alcohol	0.00110
Éter	0.00163

Puede ver que estos coeficientes son bastante superiores a los lineales para sólidos. Ya hemos dicho que los líquidos se dilatan mucho más que los sólidos.

DILATACION DE GASES

Llegamos al estado físico de mayor dilatación: el estado gaseoso. Pero con los gases ocurre algo especial y es que, según demostró Gay-Lussac, el coeficiente de dilatación de los gases es una cantidad constante sea cual fuere el gas considerado. Este coeficiente único para todos los gases es igual a:

$$\frac{1}{273}$$

Con esto, la fórmula general que nos sirve para calcular la dilatación cúbica, referida a los gases, queda del modo siguiente:

$$V = V\ (1 + \frac{1}{273})$$

Esta fórmula se conoce por LEY DE GAY-LUSSAC con la que cumplen todos los gases.

Hasta aquí hemos hablado exclusivamente de dilatación producida por un aumento de temperatura, pero hemos dicho que si en vez de aumento hay disminución no hay dilatación, sino contracción. Tratándose, por tanto de gases, en este último caso su volumen no aumentará, sino que disminuirá.

La fórmula que permite calcular una contracción es la misma que calcula una dilatación, pero cambiando el signo más por el signo menos. No puede ser otra cosa, si son operaciones diametralmente opuestas. Primero sumábamos volumen; ahora lo restamos. Luego, en el caso de una contracción, tendremos:

$$V = V_0 \left(1 - \frac{t}{273}\right)$$

Observe una cosa curiosa: si vamos disminuyendo la temperatura, la fracción $\frac{t}{273}$ tenderá a acercarse a la unidad, cosa que llegará en cuanto la temperatura sea de 273° bajo cero, o sea, una temperatura de 273° (las temperaturas *bajo cero* se indican en forma negativa), en cuyo caso la fórmula de Gay-Lussac tiene esta expresión:

$$V = V_0 \left(1 - \frac{273}{273}\right) = V_0 \ (1 - 1) = V_0 . 0 = 0$$

¡Mire qué bien! Resulta que en cuanto llegamos a una temperatura de —273°, podemos hacer desaparecer un gas del mapa. Si el volumen final después de la contracción es igual a cero, eso quiere decir que no queda nada, que hemos destruído la materia.

Eso es una paradoja que está en oposición con la ley de la conservación de la materia, según la cual la materia ni se crea ni se destruye. ¿Cómo se explica eso?... No podemos llegar a la destrucción de un gas, porque mucho antes de llegar a la temperatura extrema de —273° ya ha pasado al estado líquido. Y para los líquidos ya no es válida la ley de Gay-Lussac.

Esta temperatura de —273° C es el llamado *cero absoluto* y es la más baja temperatura que se ha podido alcanzar (en realidad —273'16° C).

Estudie con mucho interés, se lo ruego, estos fenómenos de dilatación, tanto si piensa dedicarse a la mecánica como si piensa dedicarse a la construcción, puesto que se encontrará con una serie de problemas en los que deberá tenerlos en cuenta.

No hay máquina en la que no deban resolverse algunos problemas planteados por la dilatación de alguna de sus partes (ejes, por ejemplo, o émbolos, si se trata de un motor de explosión o vapor). En las construcciones metálicas debe tenerse en cuenta el coeficiente de dilatación de las vigas. En construcción es un error de novato, que puede pagarse muy caro, proyectar un pavimento, una pared, cualquier estructura de más de 30 m, de un solo tramo. Debe construirse por partes, cada una de las cuales queda separada por una de las llamadas *juntas de dilatación*, precisamente para evitar las deformaciones que con el calor podrían producirse al dilatarse el material de construcción. De todo ello debemos hablar con detalle en las lecciones especializadas. De momento, queda al tanto de la cuestión.

PRACTICAS 12

DISEÑO Y PLANIFICACION DE MUEBLES

EJERCICIO N.° 15

Una de las ramas de la industria en que el proyectista tiene un gran campo de acción es el de la decoración y dentro de ella, el diseño y planificación de muebles. Por lo tanto, vale la pena que antes de dar por terminadas estas lecciones de Prácticas dediquemos uno de sus capítulos a estudiar el desarrollo de un posible encargo formulado por un industrial del mueble. En la actualidad la industria del mueble ha adquirido una gran importancia por la sencilla razón de que las condiciones de vida modernas han condicionado la vivienda hacia directrices de simplicidad, exigidas por un fatal funcionalismo condicionado a su vez por la reducción de espacio en las viviendas de moderna construcción. La ebanistería, como rama de la artesanía, ha pasado a un segundo plano de importancia dentro de la fabricación del mueble. El mueble de encargo, la pieza única, es un lujo que no está al alcance de todos los bolsillos. La tendencia actual es abastecer el mercado mediante la producción en serie de unos modelos que puedan interesar al mayor número posible de clientes.

La industria del mueble ha llegado a pagar cantidades realmente fabulosas por un buen diseño. Se han establecido concursos con premios del orden de las 200.000 ptas. al mejor diseño de una simple silla. Eso da idea de la importancia del tema que vamos a tratar. Es cuestión de proponernos cosas sencillas para terminar en proyectos de envergadura: problemas que respondan a la realidad de un encargo. Debemos familiarizarnos con estas *papeletas* que es de esperar debamos resolver un día u otro.

Hoy, el encargo será sencillo. Pero no crea que las cosas sencillas son las más fáciles de solucionar. Precisamente, diseñar cosas (concretamente muebles) que respondan a una tónica de simplicidad no exenta de buen gusto y cuyo coste resulte bajo, es todo un problema.

Imagine que una empresa dedicada a la construcción de muebles, nos encarga el diseño de un mueble auxiliar de estos que no tienen función específica, pero que pueden servir para varios menesteres. Estos señores quieren un mueble de superficie (o sea, para apoyar en el suelo) que en forma de pequeña estantería sirva para solucionar la colocación de distintas cosas. Por ejemplo: que pueda sostener un aparato de radio... o un tocadiscos, libros, los utensilios de *labor* de una ama de casa, un servicio de repostería en caso de necesitar servir un refresco, etc., etc.

Las condiciones sobre las que debemos fundamentar nuestro diseño son estas: Tipo estantería. Que ocupe poco espacio. De poco peso. Para múltiples aplicaciones. Que pueda trasladarse con facilidad.

El cerebro del diseñador empieza a trabajar a todo gas. Quien tiene una experiencia en estas cosas sabe perfectamente que la mejor solución es siempre aquella que responde a una idea más simple; querer complicar la forma y construcción, siempre repercute en un resultado menos agradable y, al ser más complicado, en un producto más caro.

NECESITAMOS IDEAS

Tener ideas es lo primero que necesitamos para empezar a trabajar, pero, estas ideas deben estar condicionadas a una base funcional. Si repasamos el condicionado del encargo, vemos que lo primero que se nos exige es que sea un mueble tipo estantería. Por lo tanto, necesitamos de un soporte para estas estanterías del cual dependerá la altura que tenga el mueble. ¡Altura! He ahí un detalle importante. Debemos conseguir un mueble de dimensiones reducidas y si partimos de la base de que todas sus funciones posibles (radio, tocadiscos, labor, bandejas para pastas de té...), nos las imaginamos desarrolladas cuando uno está cómodamente sentado, llegaremos a la conclusión de que la altura totàl de este mueble no puede sobrepasar la altura que alcanza la mano de un hombre cuando extiende el brazo estando sentado en un sillón de altura normal. Esta altura, por término medio es de unos 90 cm. ¡Ya tenemos un dato! Dibujaremos un mueble de 90 cm de alto. ¿Y la anchura?... Hemos quedado más arriba en que el mueble debe ser fácilmente trasladable de un lugar a otro, pero, este traslado, no se nos ha dicho que deba efectuarse sobre ruedas. Por lo tanto, dejaremos esta solución al arbitrio del fabricante... puesto que nada nos ha dicho al respecto.



Luego: el mueble debe ser de fácil manejo. Y nos imaginamos que es de fácil manejo aquello que puede cogerse sin esfuerzo con las dos manos. Coger un mueble debiendo separar las manos más de un metro la una de la otra, representa hacerlo en posición muy forzada. Según esto, la anchura del mueble no excederá de los 100 cm.

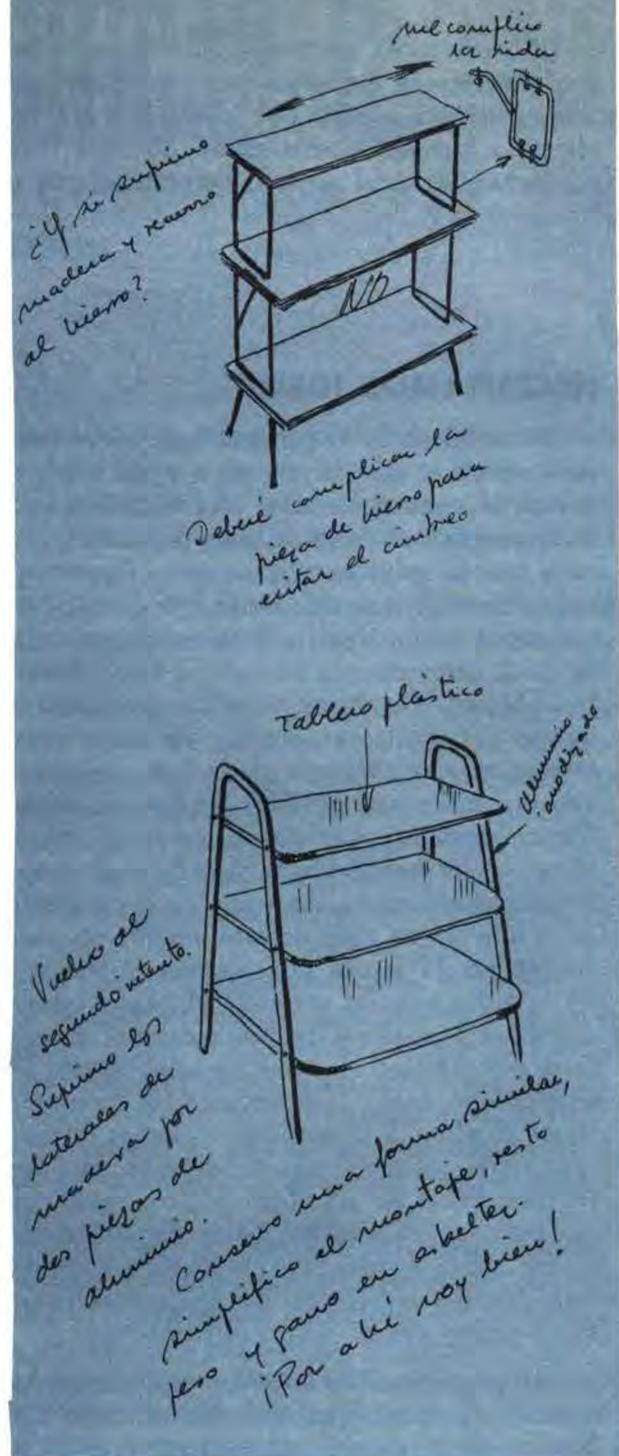
Ahora bien: un mueble de un metro de anchura, no puede decirse que sea un mueble pequeño. Piense que una mesa normal de co-

medor, tiene un metro de lado. ¡No nos apartemos de la condición de mueble reducido! Pensemos en el aparato de radio que posiblemente deberá sostener este futuro mueble. Lo normal es que un aparato de radio no exceda de unos 60 cm de anchura. Es más: un aparato con esta medida máxima, debe considerarse grande... y no es de suponer que en un mueble del tipo que nos han propuesto se pretenda situar un aparato de radio de dimensiones mastodónticas. No; lo normal es que en él se coloque un aparato de dimensiones más reducidas; más normales.

Menos de 60 cm de anchura, pero, resultaría ridículo ya que tampoco vamos a diseñar un mueble auxiliar que no sirva para otra cosa que para tener en él una colección de libros de bolsillo. ¿Quedamos en 60 cm de anchura?... vamos a quedar en ello. Noventa por sesenta centímetros me parecen unas proporciones muy acertadas.

¿Y la profundidad de los estantes?... Meditaremos a partir de las mismas premisas. Si suponemos que en el estante superior será donde se coloque el aparato de radio (eso es lo más lógico) la profundidad de este estante deberá ser suficiente para ello, pero no exceder en mucho para que la tendencia natural que tiene la gente a dejar las cosas en el primer sitio que se presenta, sea causa de deterioro en el mueble del aparato. Sí; debe pensarse en estos detalles; la suma de todos ellos hace que un diseño sea o no acertado. Total: un aparato de radio de dimensiones normales no tendrá una profundidad mayor de 30 cm y esta profundidad será conveniente para los estantes... por lo menos para el primero. Y digo para el primero, porque debemos pensar que la misión del mueble no es únicamente sostener un aparato de radio de dimensiones regulares. Y para auxiliar en otros menesteres, 30 cm de profundidad es muy poco. En el caso de tener que situar en una de estas superficies una bandeja con repostería, necesitaríamos ya una profundidad aproximada de unos 50 cm. Esto nos hace concebir la idea de estructurar un mueble con tres estanterías de distinta profundidad...

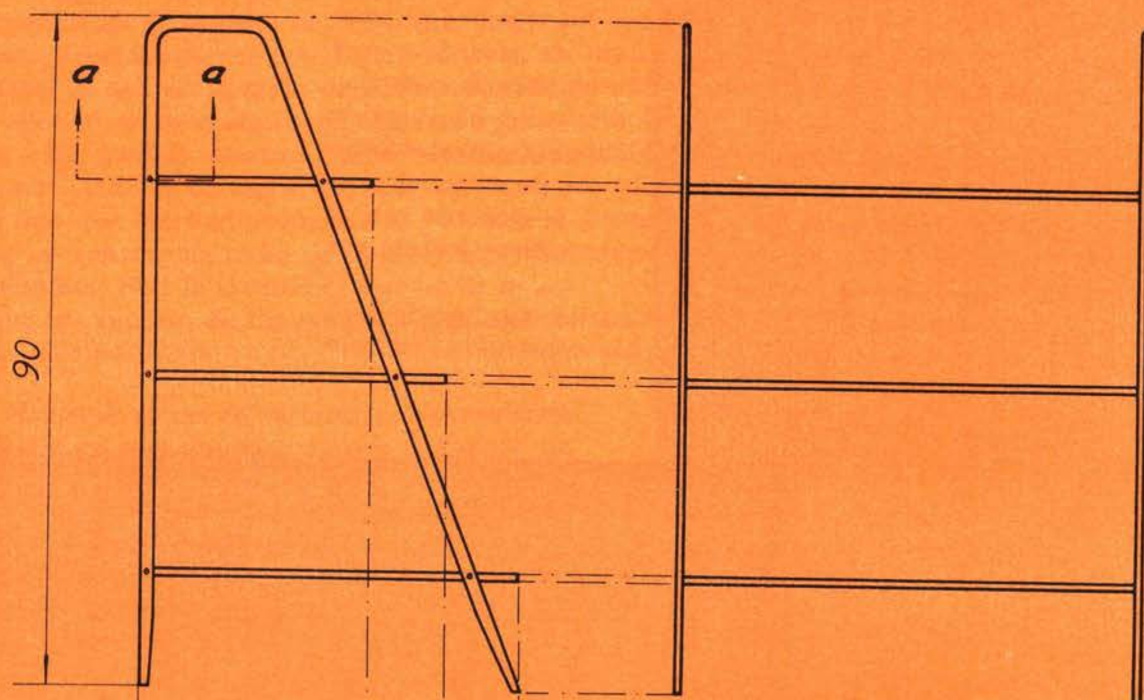
Vea al margen de estas consideraciones, los bocetos que nos han sugerido. Se trata de bocetos dibujados a mano alzada, a fin de tener una idea gráfica de lo que nuestra inteligencia ha ido barruntando. De puño y letra del diseñador tiene las anotaciones que en forma de autocrítica ha añadido a cada boceto. Razonamiento tras razonamiento ha llegado a un resultado que le satisface.



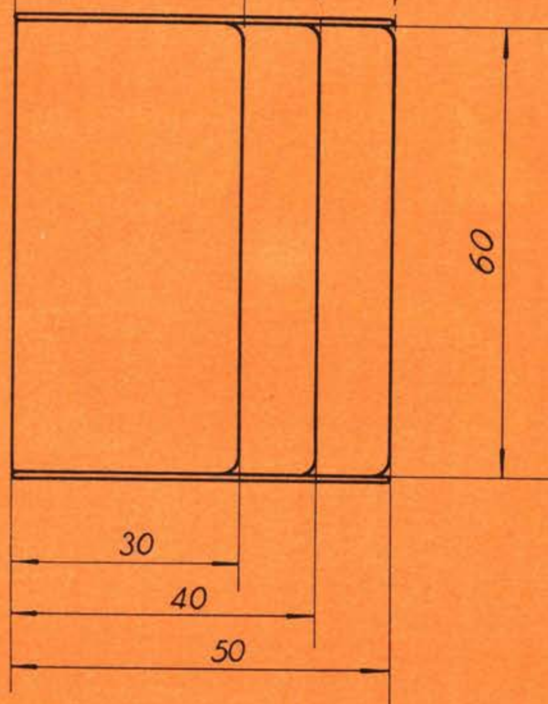
En la página 517 puede ver una reproducción del plano de conjunto. del mueble pedido. Este plano, téngalo en cuenta, responde sólo a la idea de forma y proporciones, al tiempo que indica la simplicidad del montaje del mueble (simples tornillos que sujetan los estantes al montante metálico). A partir de este plano sería cuando, de acuerdo con el fabricante, se estudiarían los materiales más idóneos para la construcción del mueble. En el boceto que adjunta, el diseñador ha sugerido algunas ideas: que el montante metálico sea de aluminio anonizado en negro... que la superficie de los estantes se recubra con un material plástico, por ejemplo. Pero, la decisión final, se tomará de acuerdo con el criterio del fabricante. El precio de venta dependerá directamente del material empleado; es un detalle ¿verdad?...

Y para que vea que esta vez diseñador y constructor han llegado a un perfecto acuerdo, ahí va la fotografía del mueble construido. Sencillo y elegante que es de lo que se trataba.

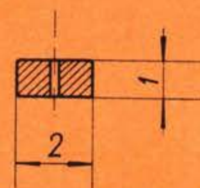




Escala 1:10



Sección a = a



Escala 1:2


Bongó
FEC
IVECO






PLAZA
DE



Proyectar es fácil

14

AFHA

DIBUJO TECNICO

Lección 2
GEOMETRIA DESCRIPTIVA
Estudio descriptivo de la pirámide y cono
Desarrollos
Representación y secciones

Lección 12
DIBUJO TECNICO
Diagramas y ábacos

Lección 9
FISICA
Resistencia de materiales

Lección 13
PRACTICAS
Ejercicios 16, 17 y 18

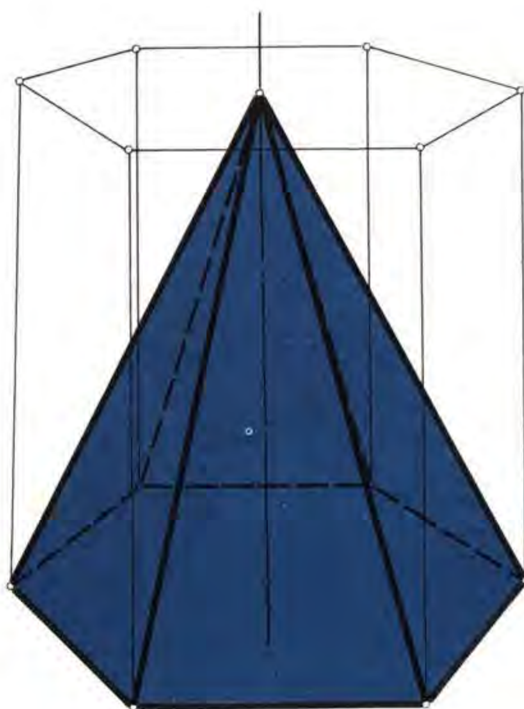
geometría 2
descriptiva

ESTUDIO DESCRIPTIVO DE LA PIRAMIDE Y DEL CONO

Dedicaremos estas páginas al estudio de los cuerpos puntiagudos, o sea, de aquellos cuerpos que no podemos considerar con dos bases, por la sencilla razón de que una de ellas ha quedado reducida a un punto. Pero advierta que como título general de este capítulo decimos que se trata de un estudio *descriptivo*.

Los cuerpos puntiagudos cuyo estudio descriptivo emprendemos son dos: la pirámide y el cono, a los que ya fuimos presentados con todos los honores. De estos cuerpos ya sabemos muchas cosas de tipo analítico: calcular su área y su volumen, por ejemplo. Este conocimiento va a ayudarnos mucho ahora que estudiaremos la pirámide y el cono con un enfoque distinto.

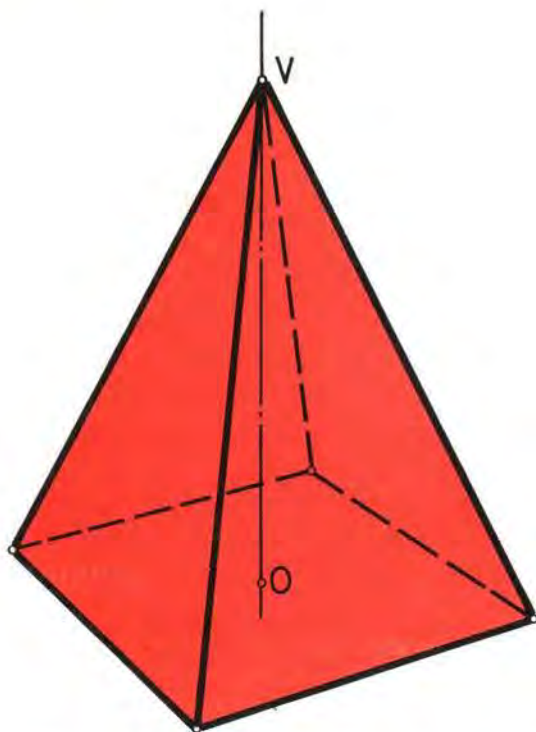
PIRÁMIDE. — La primera figura de este capítulo presenta un prisma cuya base superior ha quedado reducida a un punto. Las aristas que antes eran perpendiculares a la base se han inclinado hasta coincidir todas en un punto al que llamamos vértice.

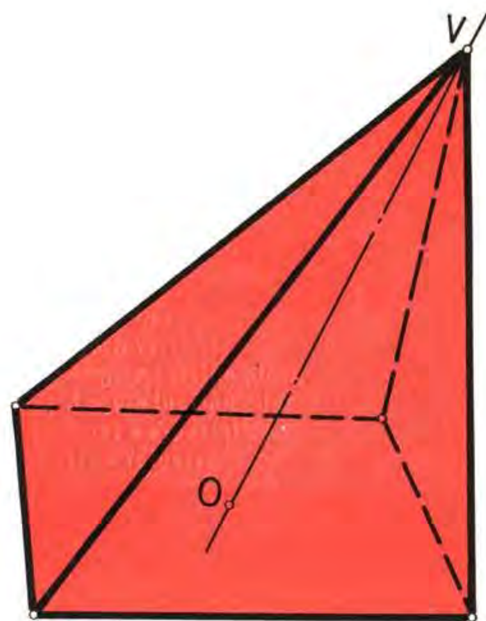


Si la base de la pirámide es un polígono regular, también será regular la pirámide. Y viceversa, llamaremos pirámide irregular a la que tenga una base en forma de polígono irregular. Hablaremos de pirámides triangulares, cuadrangulares, pentagonales, etc., etc., regulares o irregulares, según la base sea un triángulo, cuadrado, pentágono, etc., regular o irregular.

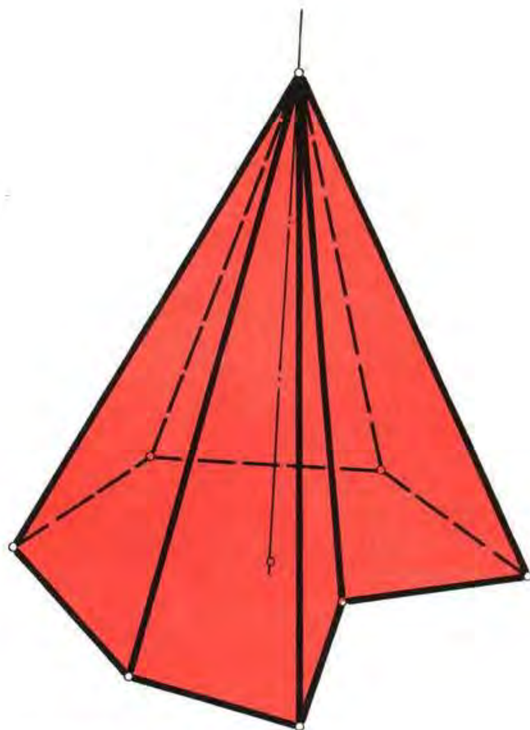
Como elementos de la pirámide debemos señalar, además del vértice y la base, las caras laterales, que serán triángulos iguales en el caso de una pirámide regular. Habrá tantas caras laterales como lados tenga el polígono de la base. Quedan las aristas, que son las rectas que partiendo de un vértice de la base se unen en el vértice de la pirámide. Todo eso no es nuevo para usted.

Pero queda un elemento que tiene importancia y del que nada hemos dicho hasta ahora: el eje. LLAMAMOS EJE DE UNA PIRÁMIDE REGULAR A LA RECTA QUE, PARTIENDO DE SU VÉRTICE, PASA POR EL CENTRO DE LA BASE.





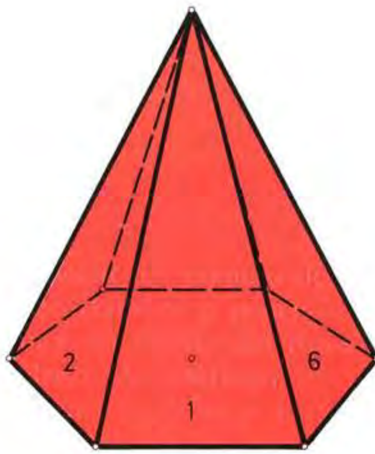
Si el eje de una pirámide es perpendicular a la base, se hablará de una *pirámide recta.* Pero si el eje queda inclinado al plano de la base, estaremos ante una pirámide inclinada.

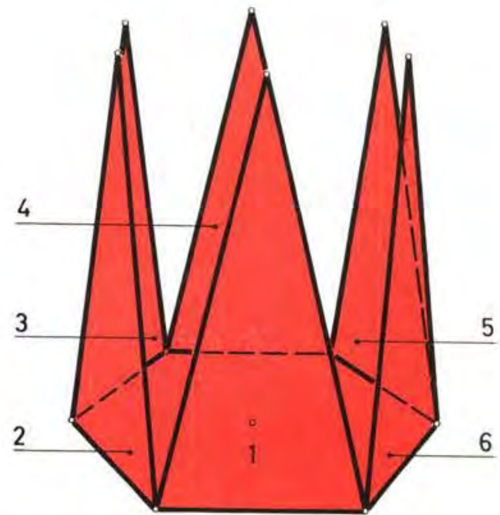


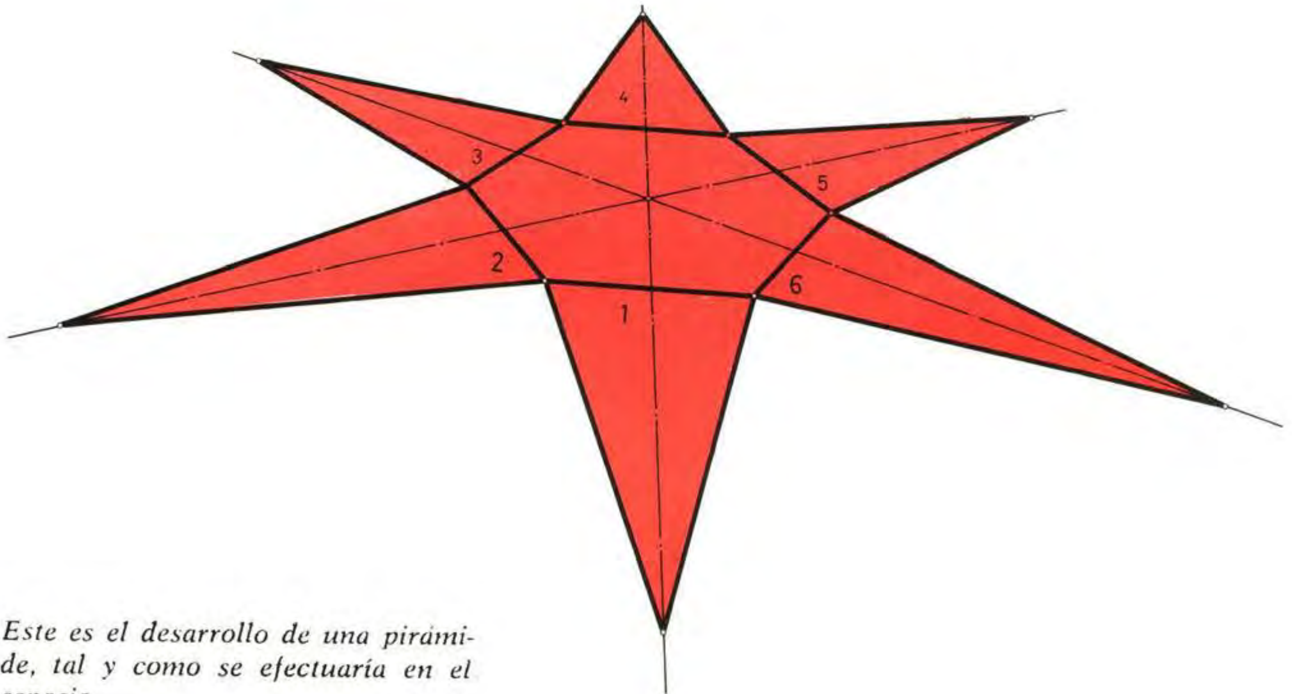
Y, para acabar con esta revista a los distintos tipos de pirámides, digamos que también pueden ser cóncavas o convexas. Será una pirámide cóncava aquella que presente algunas caras que *penetren* en el cuerpo de la pirámide, por decirlo así. Si no se presenta esta circunstancia (que es lo normal) la pirámide será convexa.

Los gráficos que rodean este texto son suficientemente explícitos para que añadamos nada más. Bueno; a mí me lo parecen. ¿A usted también?...

DESARROLLO DE LA PIRÁMIDE. — Para desarrollar una pirámide, seguiremos el camino más lógico. Imaginaremos que las aristas de la base actúan a modo de bisagras que permiten el giro de las caras laterales de la pirámide. Valiéndonos de esta supuesta facilidad, abatiremos los triángulos que forman las caras laterales sobre el plano de la base y tendremos una figura en forma de estrella que será el desarrollo de la pirámide. Vea aquí este proceso tal y como se efectuaría en el espacio:







Este es el desarrollo de una pirámide, tal y como se efectuaría en el espacio.

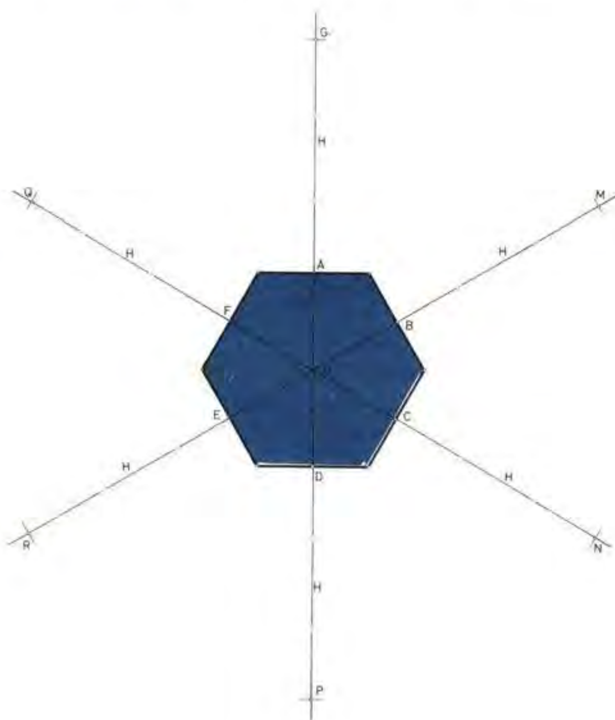
Pero aquí no se trata de desdoblar ninguna pirámide de papel ya construída, sino de dibujar el desarrollo de una pirámide de la cual se nos dan unos datos, pero que no tenemos ante nuestras narices. ¿Comprende la cuestión?... Se trata de poder construir una pirámide que aun no tenemos. Es por ello por lo que precisamos dibujar el desarrollo.

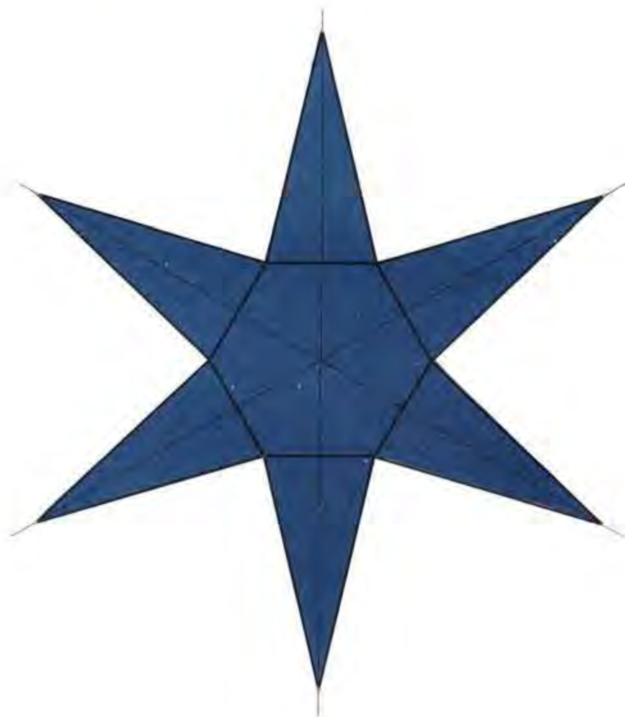
Los datos conocidos acostumbran ser los necesarios para dibujar la base y la altura de la pirámide.

¡No se confunda en este punto! Se nos da la altura de la pirámide, no la altura de una de sus caras laterales. Son dos valores distintos, usted ya lo comprende. Pero es indiscutible que para dibujar el desarrollo necesitaremos conocer la altura de los triángulos laterales de la pirámide, por lo cual empezaremos dibujando un triángulo rectángulo o, mejor dicho, los dos catetos de este triángulo, uno de los cuales será la apotema de la base de la pirámide (hemos dicho que tenemos los datos para trazar esta base), siendo el otro la altura de la pirámide. El cateto A B es la apotema del polígono base, y el cateto B C es la altura de la pirámide. Uniendo A con C tendremos un segmento que será precisamente la altura de los triángulos laterales. Con este dato ya podemos emprender el dibuyo del desarrollo de la pirámide.



Nota: La distancia H es la misma que figura en los dos gráficos inferiores, si bien en ellos se ha reducido por necesidades de compaginación.





Se empieza por trazar el polígono de la base (cosa que usted ya sabe hacer); y a continuación se trazan perpendiculares a todos los lados del polígono, desde su centro O. Sobre estas perpendiculares, y partiendo del punto que señalan sobre los lados de la base dibujada, se toman las distancias A G, B M, C N, D P, E R, y F Q, iguales todas a la altura de la cara lateral de la pirámide... que es el dato que hemos encontrado anteriormente.

Uniendo los puntos G, M, N, P, R y Q con los vértices correspondientes de la base, tendremos el desarrollo pedido.

En muchos libros de geometría puede verse otro tipo de desarrollo de la pirámide. Es el que damos a continuación. Ambos sistemas son válidos, aunque nos parece más lógico y fácil de conseguir el que hemos detallado.



El cono. — De la misma forma en que hemos supuesto la formación de la pirámide, diremos ahora que un cono se forma al quedar reducida a un punto una de las bases de un cilindro. Usted ya sabe que el cono es un cuerpo de revolución y muchas cosas más, porque de esta figura se ha hablado extensamente.

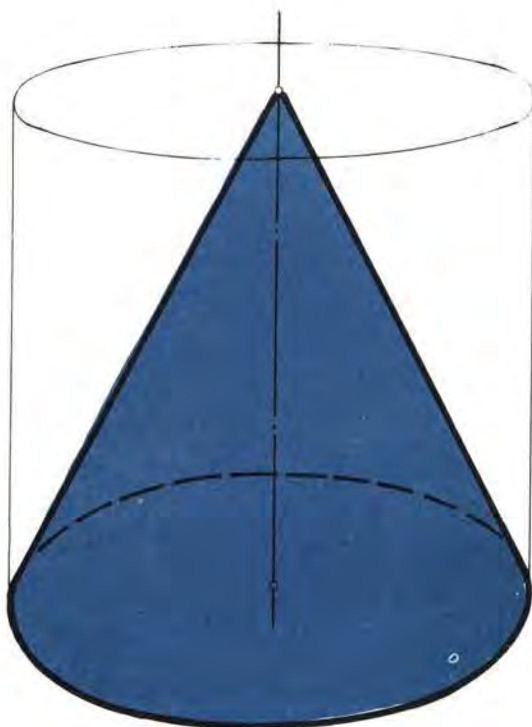
Lo que no hemos dicho es que un cono puede tener la base circular o elíptica. ¡Sí, señor! También hay conos cuya base es una elipse, con lo cual, de buenas a primeras, ya podemos establecer dos tipos de conos: cono circular y cono elíptico.

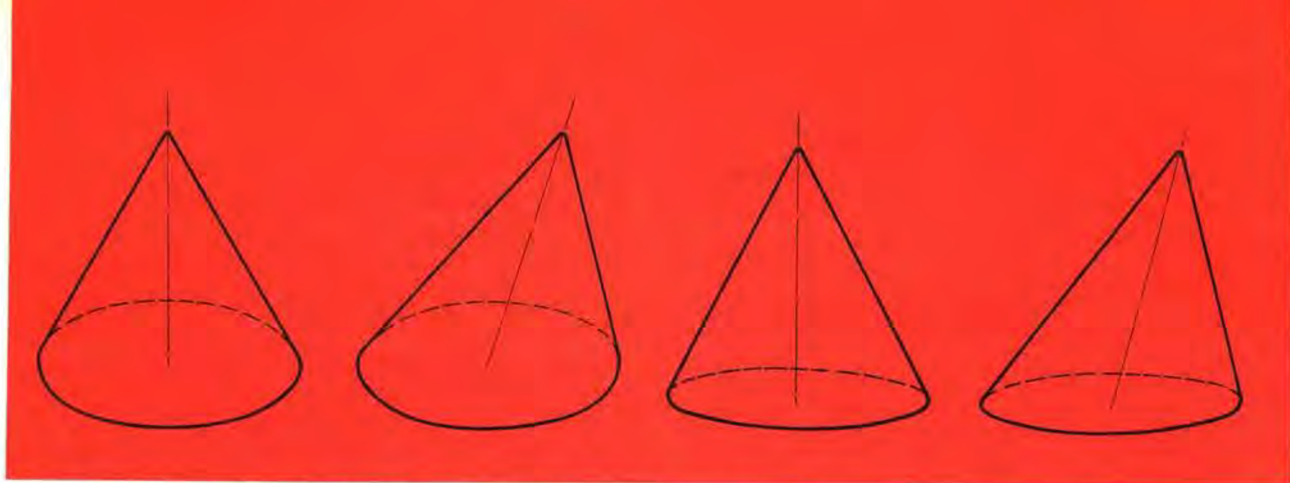
También el cono tiene eje (no iba a ser menos que la pirámide), eje que será la recta que partiendo del vértice pase por el centro de la base. Y también este eje puede o no ser perpendicular a la base de la figura, con lo cual tendremos dos nuevos tipos de cono: el recto y el oblicuo.

Combinando las cuatro modalidades de cono descritas, podemos decir que los conos pueden ser:

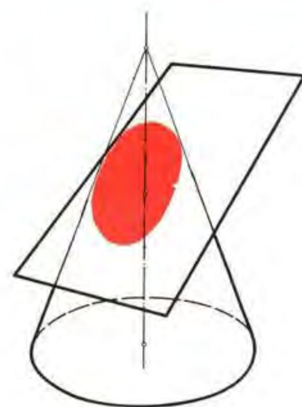
a) Cono circular recto
b) Cono circular oblicuo
c) Cono elíptico recto
d) Cono elíptico oblicuo

El caso *a* es el más común. Cuando hablamos de un cono, así en general, se supone que se trata de un cono circular recto. En caso contrario, deberemos especificar el tipo de cono de que se trate.





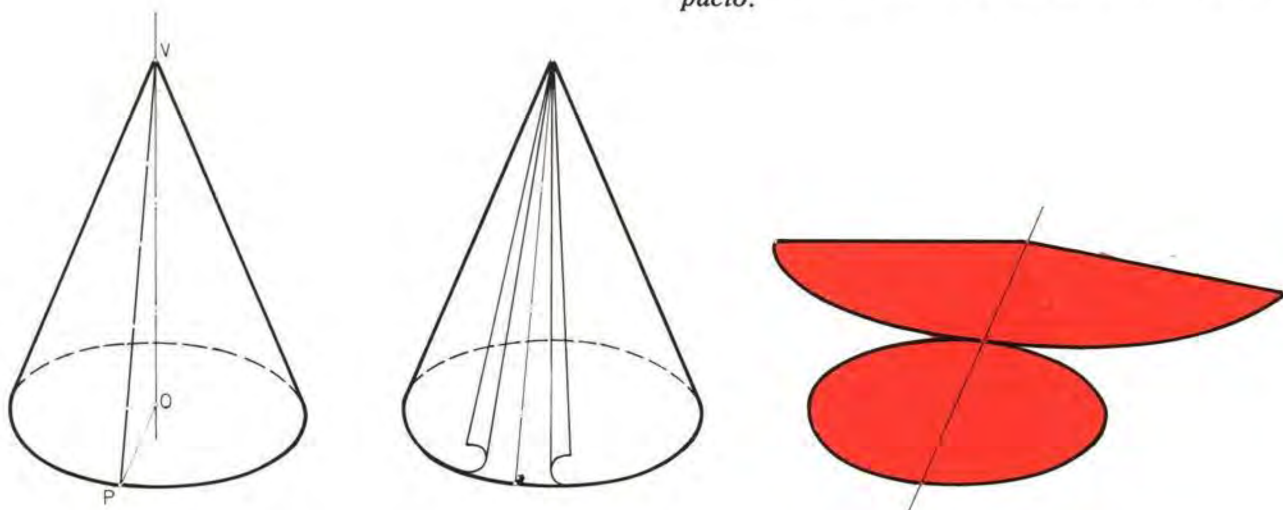
Es interesante ver de dónde procede el tipo de cono elíptico oblicuo. Es muy fácil de adivinar.



Hemos dicho que la base de este cono debe ser una elipse. Pues bien, recuerde usted cuál es el origen de esta curva cónica y habrá dado en el blanco. Si un cono circular recto queda seccionado por un plano P, no paralelo a su base, sabemos que la intersección es una elipse. Por otra parte, el eje del nuevo cono formado queda oblicuo a la nueva base, ya que así hemos establecido el plano seccional. Resumiendo: un cono elíptico oblicuo se forma al seccionarse un cono circular recto por un plano no paralelo a su base.

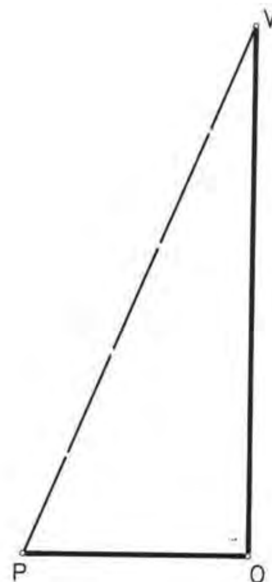
DESARROLLO DEL CONO. — Veamos primero el problema en el espacio. Suponga que disponemos de un cono al que podemos mondar como si fuese una naranja. Digamos que es un cono *con piel*. Si hacemos un corte a este imaginario cono en el sentido de una generatriz (vea la segunda figura de las tres que tiene más abajo) y vamos abriendo su *piel* hasta dejarlo completamente mondado, esta piel, extendida sobre un plano, tendría la apariencia de la tercera figura. Sería el desarrollo del cono.

Este es el desarrollo de un cono visto en el espacio.



Pero, clâro, eso no nos sirve. En la práctica necesitamos dibujar el desarrollo, precisamente para poder construir el cono.

Deberemos empezar por encontrar el valor de la generatriz del cono, cosa que conseguiremos al considerar dicha generatriz como la hipotenusa del triángulo rectángulo O V P, en el cual son catetos el radio de la base del cono, O P, y su altura V O, siendo su hipotenusa la generatriz V P.



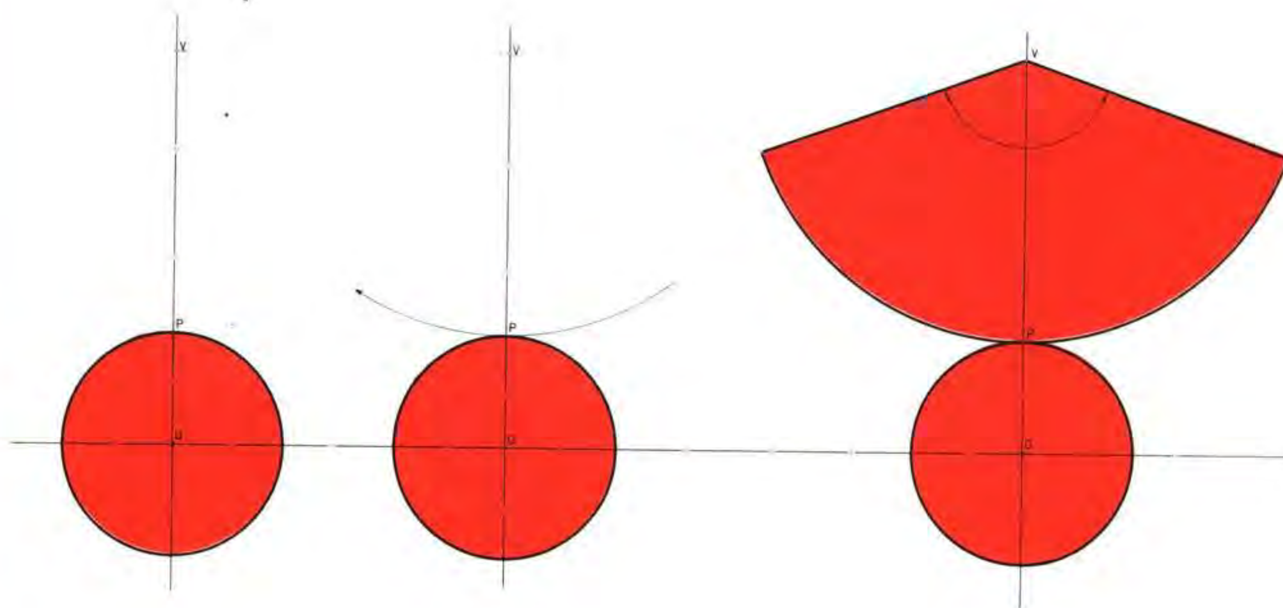
Por lo tanto, si trazamos un triángulo rectángulo cuyos catetos C V y O P son conocidos, obtendremos automáticamente la longitud de la generatriz V P.

Habida cuenta la generatriz, empezaremos por trazar el círculo de la base, cuyo radio conocemos. Prolongaremos uno de los diámetros sobre el cual señalaremos un punto V de modo que V P resulte igual a la generatriz del cono (que es lo que hemos hallado anteriormente por medio del triángulo rectángulo construído).

Ahora, con centro en V, trazaremos un arco de circunferencia tangente al círculo de la base. Nos falta limitar el sector circular que es el desarrollo lateral del cono. El ángulo viene dado por una fórmula concreta y fácil de recordar. Es ésta:

$$A = \frac{360 . r}{l}$$

En esta fórmula, r es el valor del radio de la base y l el valor de la generatriz del cono.

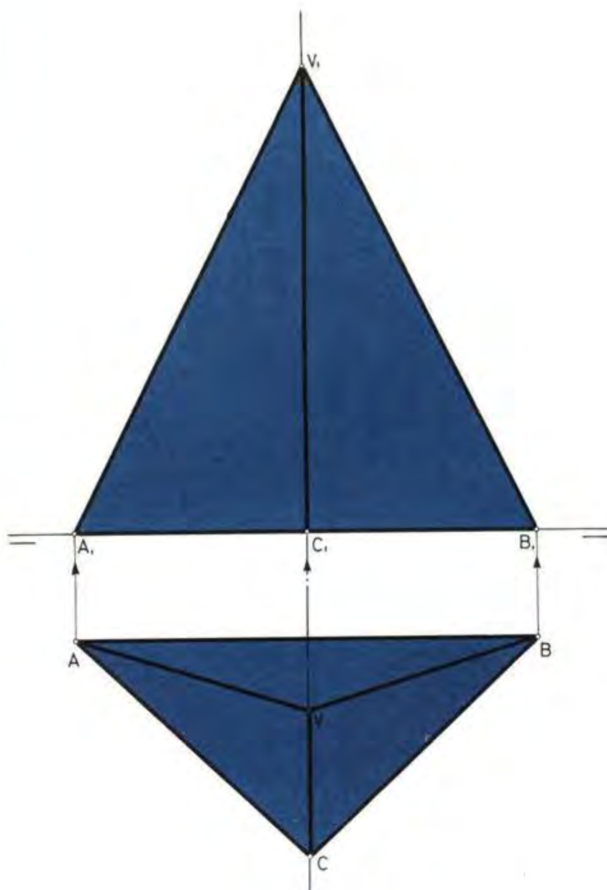


REPRESENTACION DE PIRAMIDES Y CONOS SECCIONES EN PIRAMIDES Y CONOS

CORRECTA REPRESENTACION DE UNA PIRAMIDE



Vista en el espacio, tiene al margen la proyección diédrica de una pirámide. Esta es, sin duda, la mejor manera de representar este cuerpo puntiagudo. Estamos, pues, ante la misma solución adoptada al tratar de la representación de un prisma. Así, pues, con una proyección en alzado (plano vertical) y otra en planta (plano horizontal) quedará determinada una pirámide.



La base de la pirámide se considera paralela al plano horizontal, bien se trate de una pirámide recta, bien se trate de una pirámide oblicua.

En el dibujo en perspectiva tenemos el caso de una pirámide de base cuadrada, con una arista paralela al plano vertical. Esta misma circunstancia se da en la pirámide triangular que también damos dibujada, si bien ya no vista en el espacio, sino proyectada sobre el plano del dibujo en forma de proyección diédrica. La arista A B de la base es paralela al

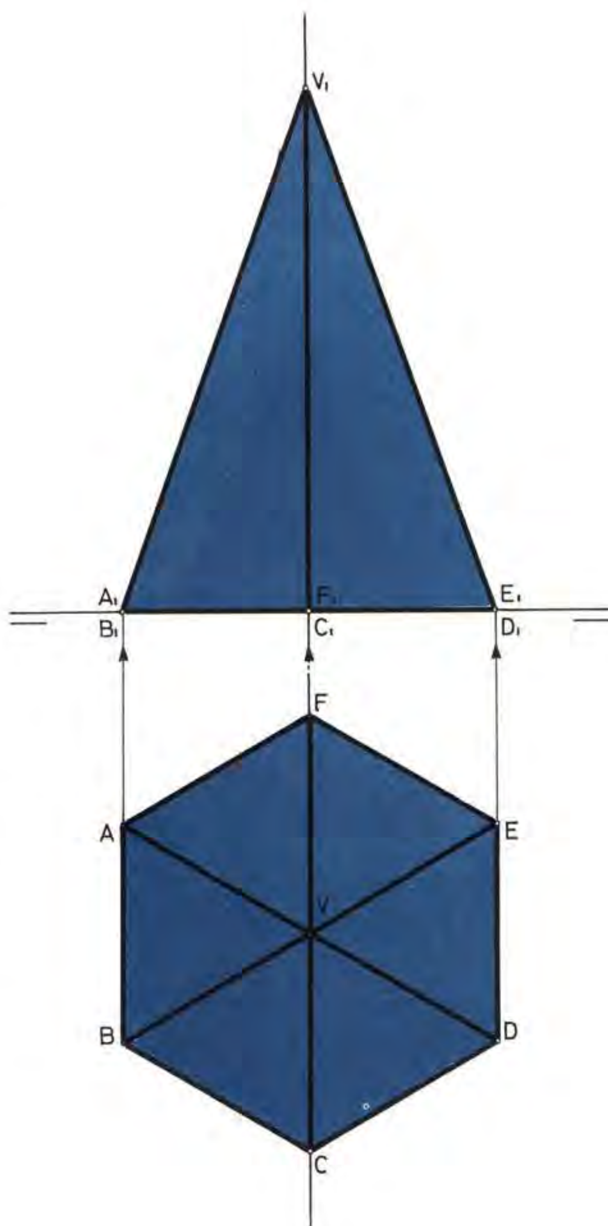
plano vertical y, en consecuencia, a la línea de tierra. A continuación puede ver una pirámide exagonal, cuya caracteríctica es la contraria a la que ha caracterizado las dos pirámides anteriores: ninguna arista de la base es paralela a la línea de tierra.

Cabe preguntar: ¿qué es más conveniente? ¿Que aparezca una arista de la base paralela a la línea de tierra o que no aparezca este paralelismo? La contestación depende de las características de la pirámide; pero puede decirse que siempre será conveniente que en la vista en alzado aparezca el mayor número posible de aristas laterales.

Vea el caso concreto de la pirámide cuadrangular que figura en la página siguiente, según dos posiciones que dibujamos. En la primera representación, en la que la planta no mantiene paralelismo alguno con la línea de tierra, aparece un alzado en el que se ven perfectamente las aristas AV, BV y CV de la planta, quedando oculta sólo la arista DV. Pero si dibujamos esta misma pirámide con una arista paralela a la línea de tierra, las aristas AV y BV se confunden en el alzado, puesto que, como demuestra el gráfico con toda claridad, los puntos A y B de la planta tienen la misma proyección en el alzado. Un solo punto representa a los A y B (vea A_1B_1). Por lo tanto, será mucho más clara —y por lo mismo más conveniente— la representación conseguida con una planta que no tenga aristas paralelas a la línea de tierra.

Pero, sin embargo, algunas veces puede interesarnos este paralelismo, como en el caso de la pirámide triangular que hemos dibujado. Allí sí es conveniente, puesto que aparecen perfectamente representadas las tres aristas laterales.

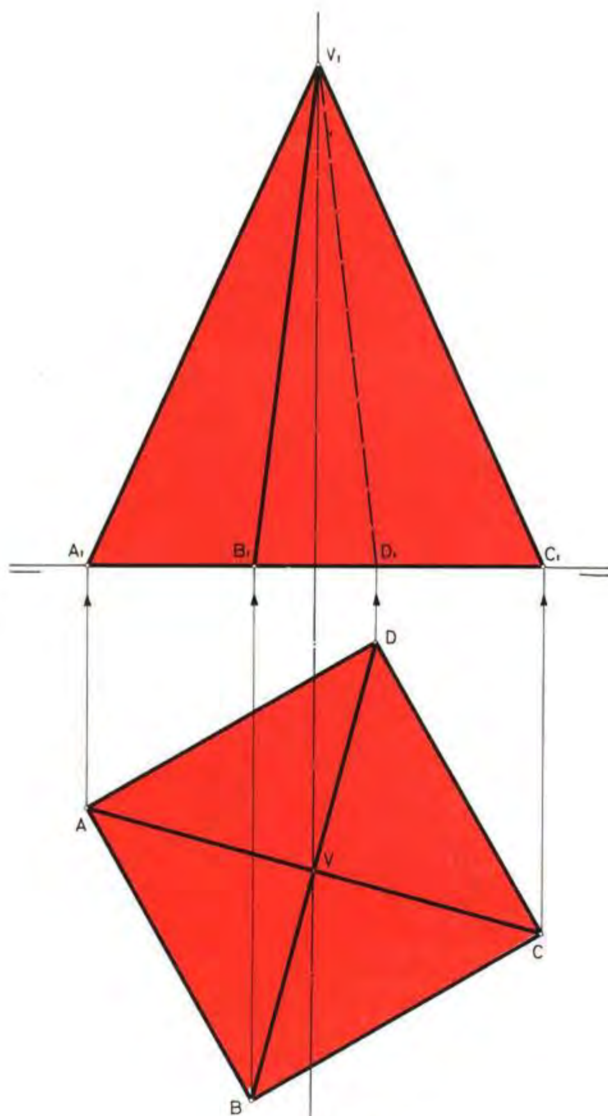
En el caso de la pirámide hexagonal tampoco es conveniente la posición de la planta, puesto que sólo aparecen en el alzado tres de las seis aristas laterales. La representación saldría ganando haciendo que V F de la planta deje de ser perpendicular a la línea de tierra. Haga la prueba usted mismo y verá cómo se consigue un mayor número de aristas laterales visibles y un menor número de ocultas.



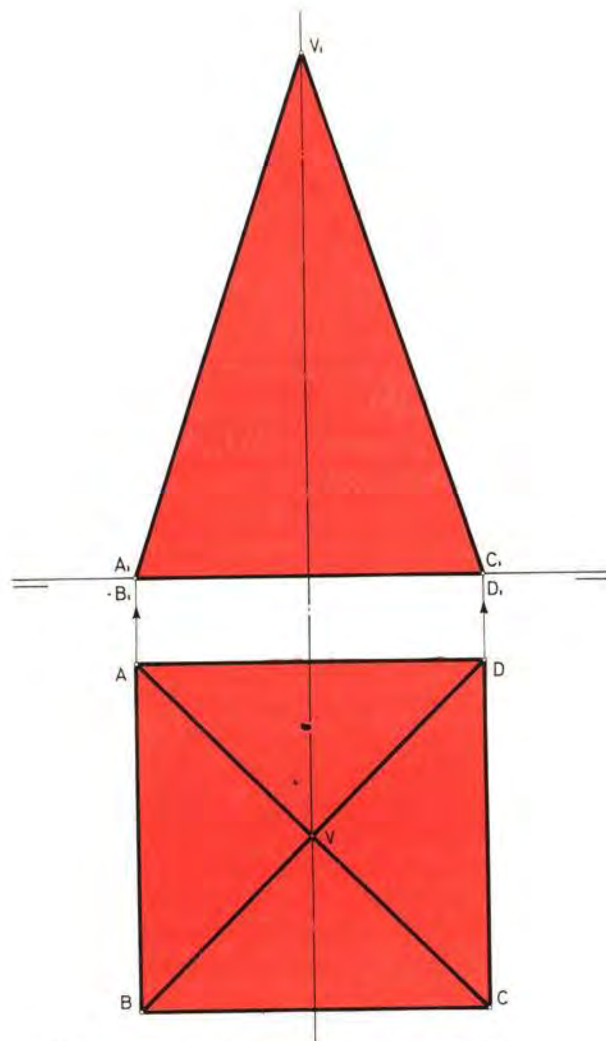
POSICION INCONVENIENTE RESPECTO A LA L.T.
(produce una proyección ambigua en el P.V.)

La situación conveniente de la planta de una pirámide respecto a la línea de tierra es cosa que sólo requiere un poco de vista por parte del delineante. Y terminamos estas instrucciones haciendo notar algo

que ya es sabido: que las aristas que quedan delante del dibujante resultan vistas y las representaremos por un trazo continuo. Las aristas que quedan detrás deberemos representarlas por una línea de trazos, como ocultas que son.



POSICION CONVENIENTE



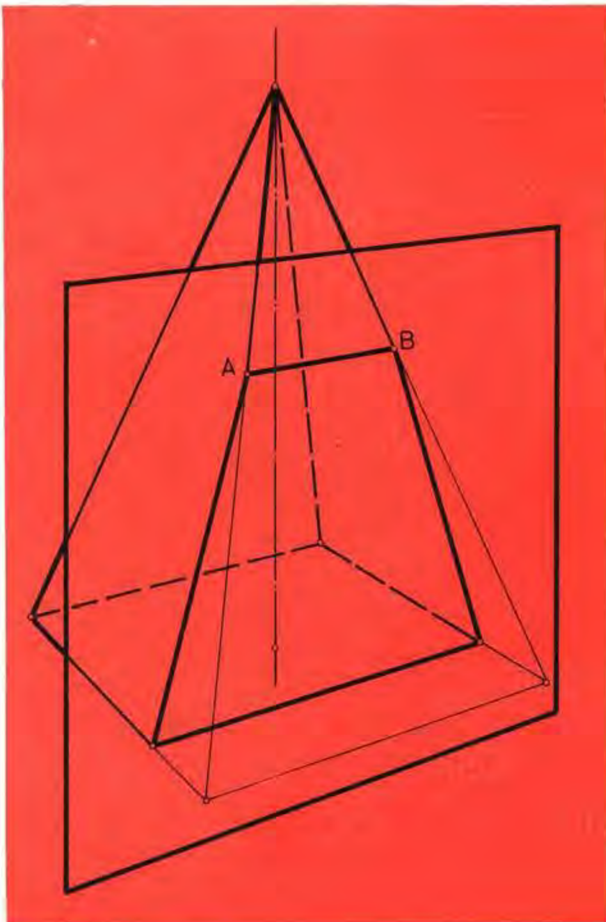
POSICION INCONVENIENTE RESPECTO A LA L.T.
(produce una proyección ambigua en el P.V.)

Vea la misma pirámide cuadrangular proyectada según dos posiciones distintas respecto a la línea de tierra. Comprenda la conveniencia de una de estas posiciones y la inconveniencia de la otra.

SECCIONES EN PIRAMIDES Y CONOS



En el cuadro sinóptico adjunto quedan resumidas. las posibilidades de sección debidas a la intersección de un plano con una pirámide y con un cono.

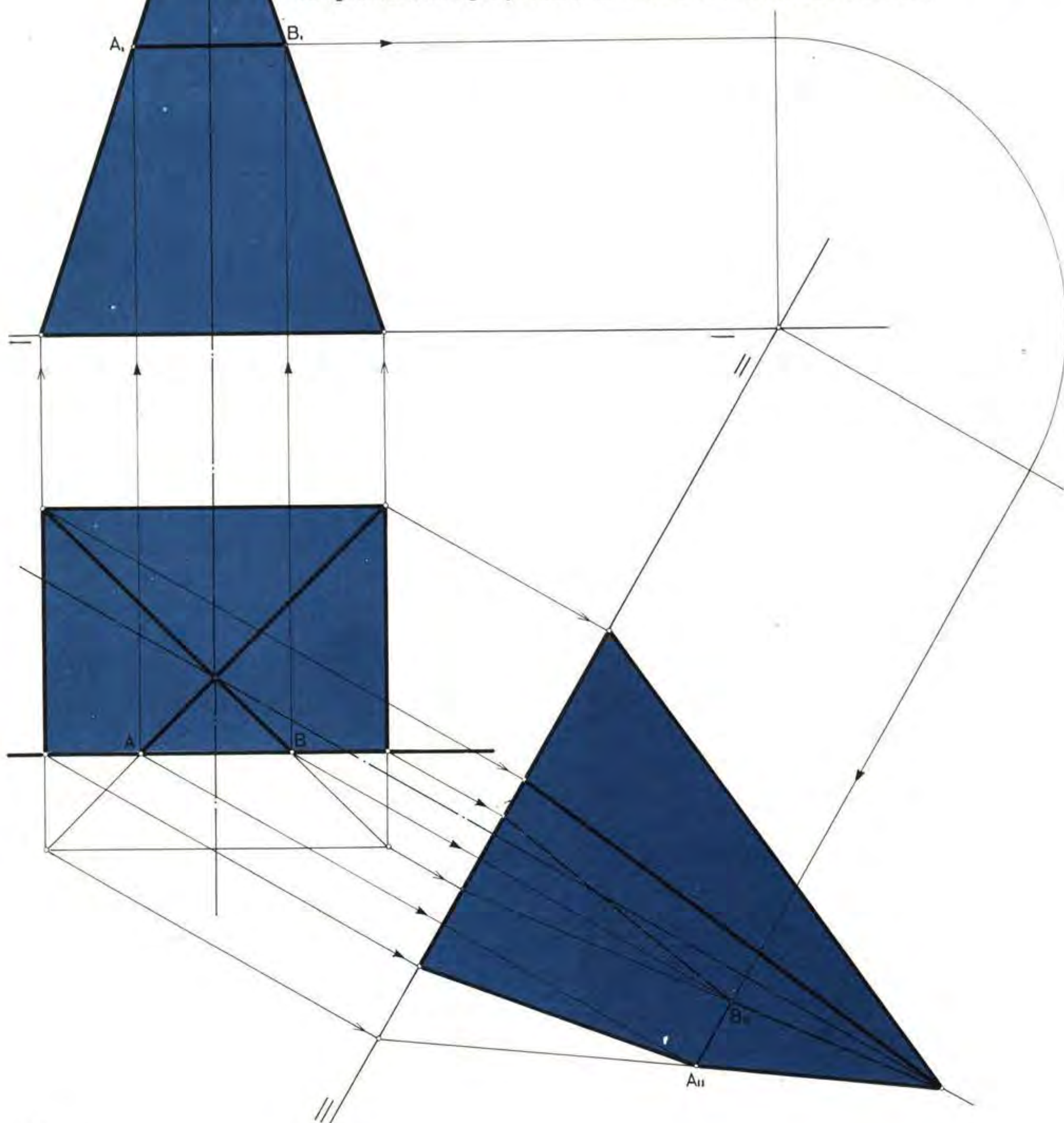


SECCIONES EN PIRÁMIDES POR PLANOS VERTICALES U HORIZONTALES. – Un plano puede seccionar a una pirámide de muy distintas maneras. Empezaremos por considerar la sección producida en una pirámide por un plano vertical (perpendicular a su base) y que no pasa por el vértice.

Vea nuestro caso en perspectiva. El plano seccional, la sección y las partes de la pirámide que sobresalen por detrás del plano se han dibujado con un trazo grueso, quedando en trazo muy fino la parte delantera de la pirámide que en teoría se desprendería del cuerpo al quedar seccionado. Esfuércese en interpretar este dibujo. Lo conseguirá porque es muy claro.

Pase ahora a la siguiente figura. Aquí tiene la representación sobre el plano del dibujo de la sección que hemos representado en perspectiva.

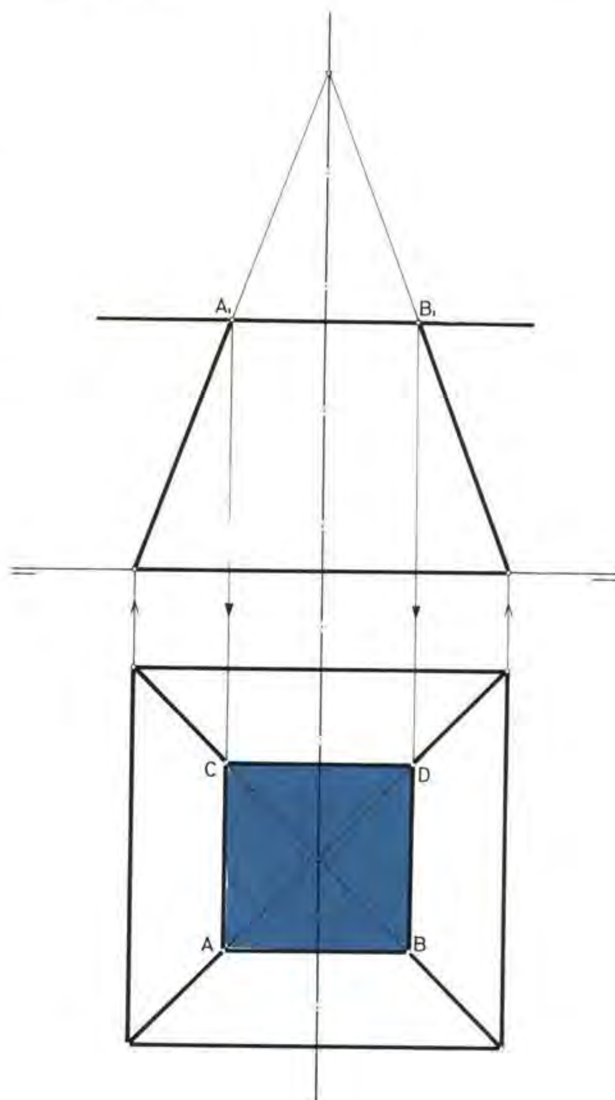
Los puntos A y B quedan representados en la planta. Estableciendo una línea de tierra paralela a una arista de la base, será muy fácil situar en el alzado estos puntos A y B por los que el plano seccional corta las aristas laterales. Bastará levantar perpendiculares desde estos puntos, hasta que corten las aristas laterales en el alzado. Establecemos una nueva línea de tierra para tener la sección en un plano no paralela a ninguna arista de la planta. Las dos líneas de tierra se cortarán en un punto, que nos servirá de centro de giro para pasar los puntos A y B al nuevo alzado obtenido sobre la segunda línea de tierra. La dirección de las fechas le ayudará muchísimo a la comprensión del dibujo. Tenga en cuenta que A B, $A_I B_I$ y $A_{II} B_{II}$ son exactamente los mismos. Lo que ocurre es que en cada proyección se les da un subíndice distinto.

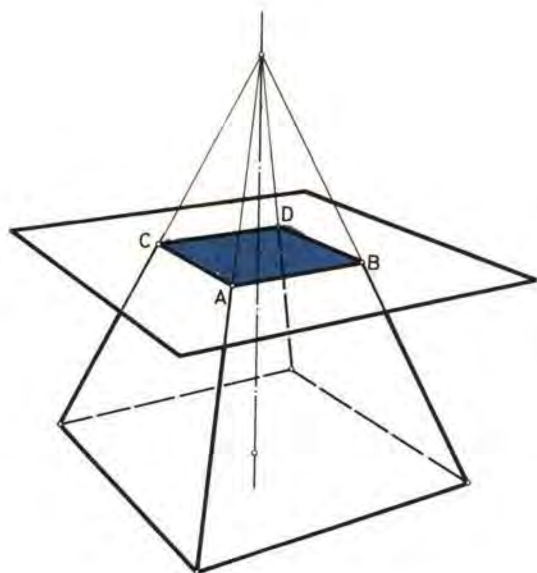


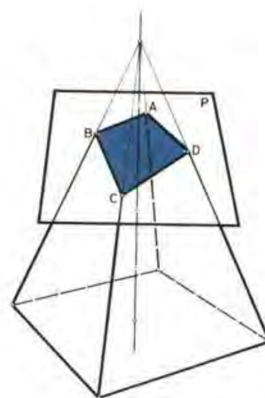
Si la sección es producida por un plano horizontal, la cosa se simplifica bastante. Vea primero la representación del fenómeno en el espacio (perspectiva) y se hará una composición de lugar. El plano seccional corta en A, B, C y D las aristas laterales de la pirámide.

Pase a la proyección diédrica de la figura. En el alzado, los puntos A B indican la situación del plano seccional. Si dibuja la planta de la pirámide y desde A_1 y B_1 baja perpendiculares (vea las flechas) se encontrará con que estas perpendiculares cortan a las aristas laterales en planta en los puntos A, B, C y D, que determinan el cuadrado que es la sección producida en esta pirámide cuadrangular por el plano seccional horizontal.

Advierta que en el caso de una sección vertical partíamos de la base para encontrar la sección en alzado (dibujábamos *de abajo hacia arriba*). En una sección horizontal operamos al revés: de alzado a planta, o sea, desde arriba hacia abajo.

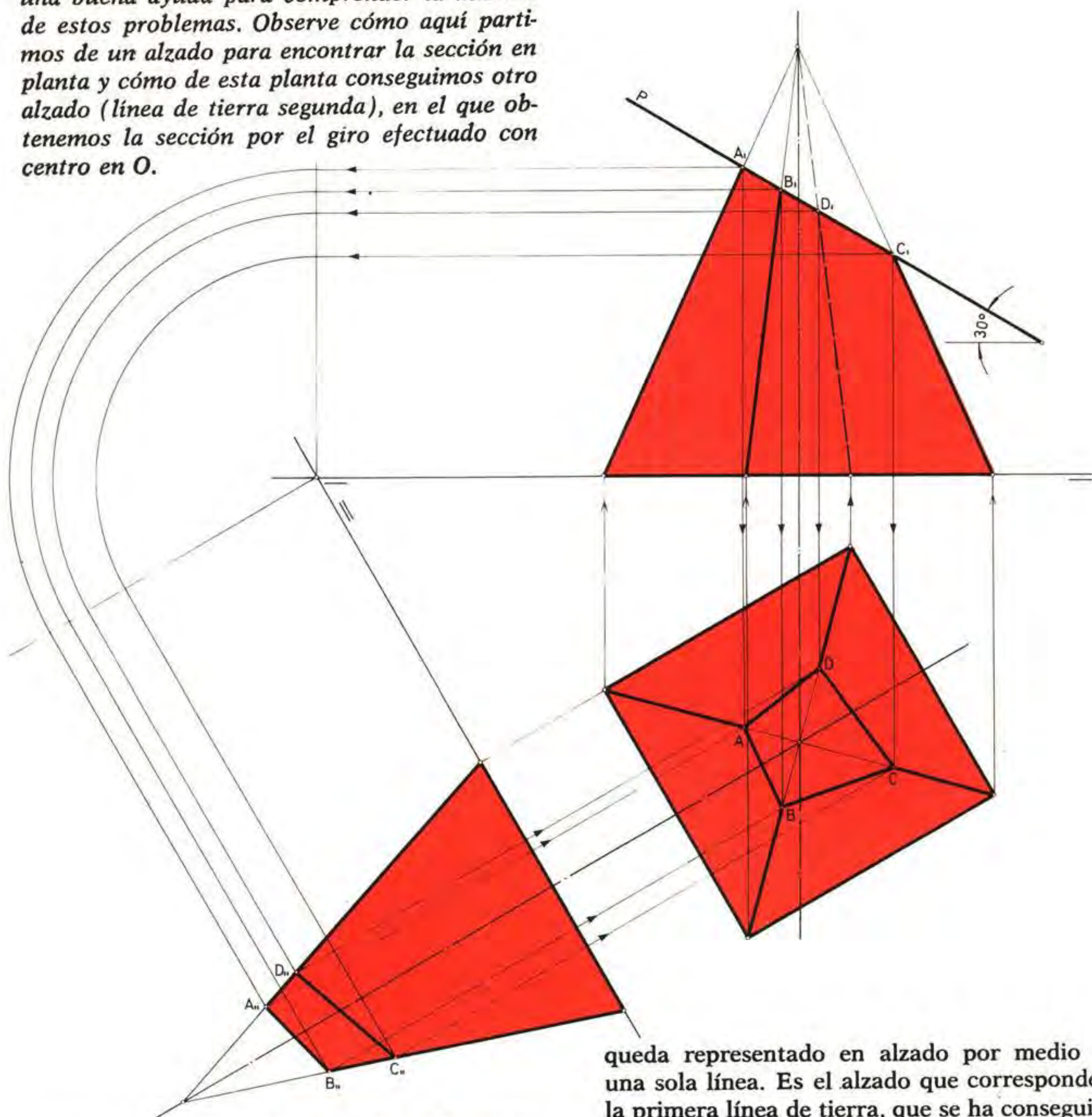






SECCIÓN PRODUCIDA EN UNA PIRÁMIDE POR UN PLANO INCLINADO RESPECTO A LA BASE. — Supongamos esta pirámide cuadrangular que tenemos al margen, la cual queda seccionada por un plano inclinado respecto a su base. Nuestro problema consistirá en representar esta sección mediante una proyección diédrica. La solución al problema, así como las condiciones bajo las que lo hemos estructurado, están en la página siguiente.

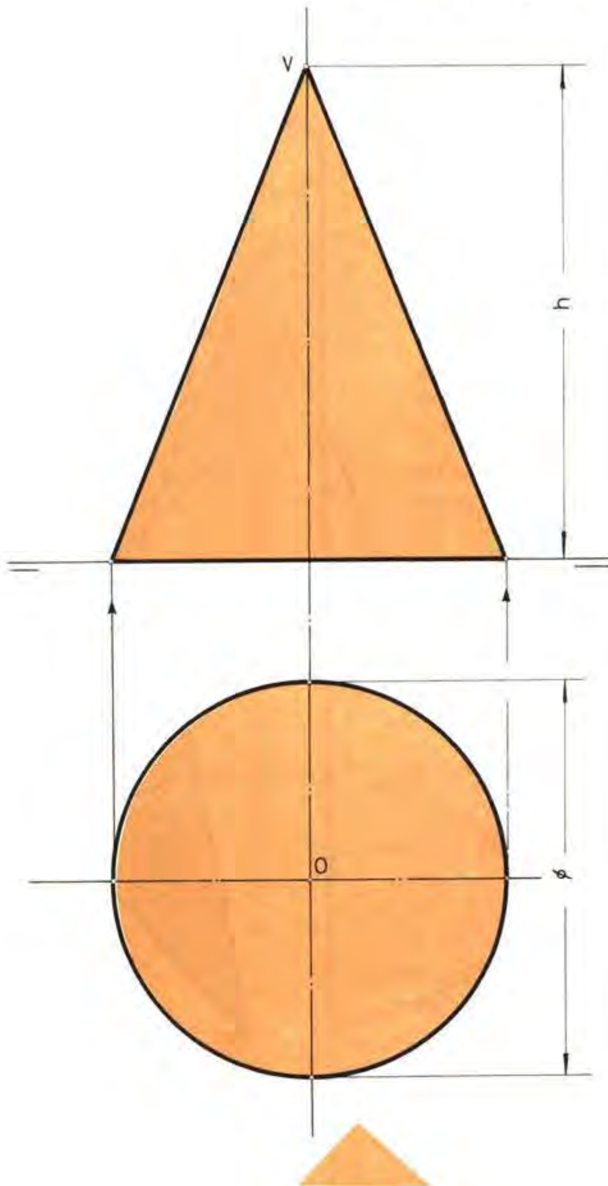
No olvide que la dirección de las flechas es una buena ayuda para comprender la marcha de estos problemas. Observe cómo aquí partimos de un alzado para encontrar la sección en planta y cómo de esta planta conseguimos otro alzado (línea de tierra segunda), en el que obtenemos la sección por el giro efectuado con centro en O.

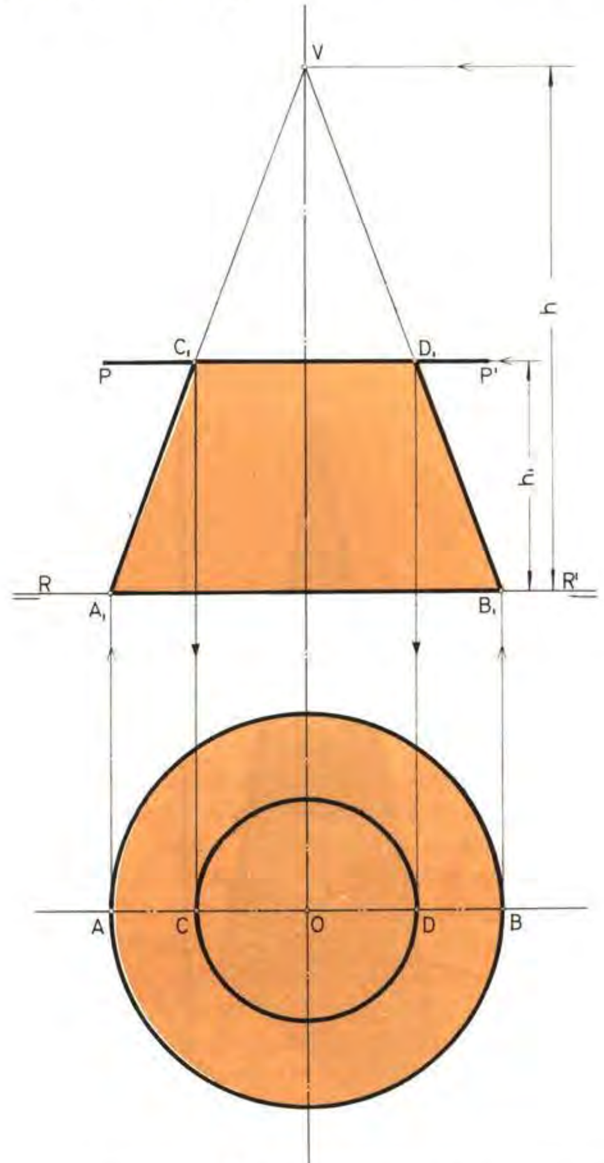


Supongamos que de esta pirámide seccionada se nos pide un alzado mediante un plano vertical paralelo a una arista de la base. Observando la perspectiva, comprendemos que en este alzado no podremos ver el plano seccional completamente de perfil, con lo cual no podremos hallar su proyección vertical de un solo trazo. Sin embargo (vea ya la figura que representa la proyección diédrica), habrá una posición de la pirámide en la que el plano seccional queda representado en alzado por medio de una sola línea. Es el alzado que corresponde a la primera línea de tierra, que se ha conseguido mediante un plano vertical paralelo a la línea de máxima pendiente del plano seccional P.

Situamos, pues, la línea de tierra primera en la posición conveniente y hallamos la proyección vertical de la pirámide situando el plano seccional según la inclinación que nos da su máxima pendiente (30°, por ejemplo). Por un solo trazo determinamos los puntos A_1, B_1, C_1 y D_1 partiendo de los cuales podremos determinar los puntos A, B, C y D de la planta.

Ahora ya podemos situar la línea de tierra segunda, que hemos quedado debe ser paralela a una arista de la base de la pirámide. Sobre esta línea encontraremos la proyección vertical que nos interesa. Las aristas quedarán limitadas mediante líneas de referencia trazadas desde el primer alzado con centro de giro en la intersección de las dos líneas de tierra. Levantando verticales desde la planta y hacia la nueva línea de tierra tendremos la relación de puntos entre el nuevo alzado y la planta. O sea, que podemos relacionar perfectamente los puntos A, B, C, y D con sus correspondientes A, B, C y D de la planta.

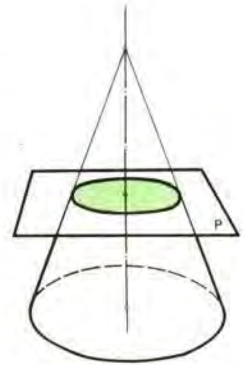




REPRESENTACIÓN DEL CONO. — Hemos visto, en la parte correspondiente de la Geometría Analítica, lo que es un cono y que está formado por una base circular y una superficie de revolución, engendrada por un triángulo que, al girar sobre uno de sus catetos, describe un cuerpo en el espacio. Representamos este cuerpo en los planos con una planta, y un solo alzado, pues, como el cono es de revolución, lo veremos igual desde cualquier punto de vista de alzado.

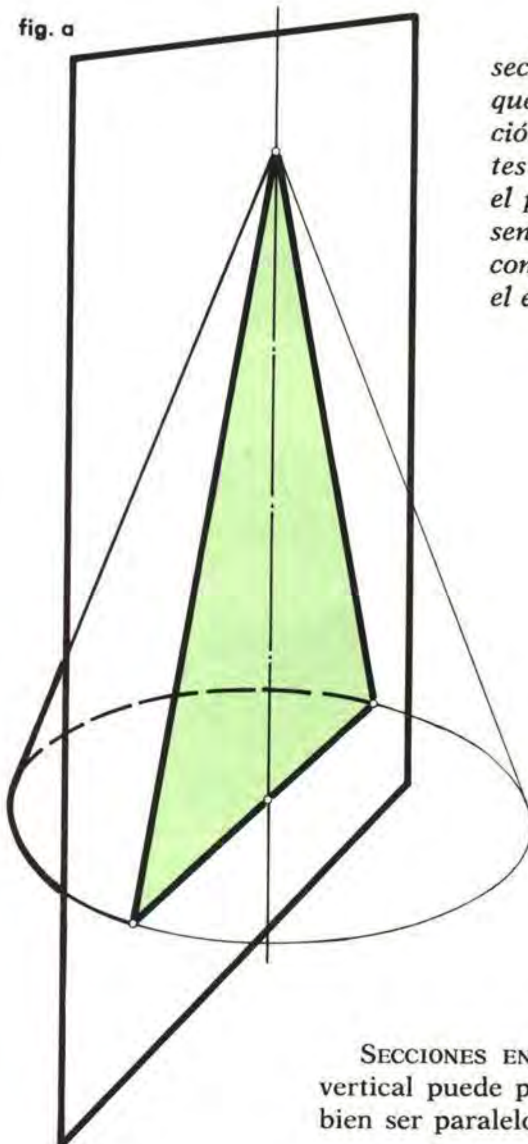
Para la representación del cono, en planta y alzado, pues, sólo necesitamos dos datos: la altura *h* del cono y el diámetro de la base.

SECCIONES EN LOS CONOS POR MEDIO DE PLANOS PARALELOS A SU BASE. — Podemos seccionar un cono por un plano horizontal (fig. A_2). Veremos en planta y en alzado, en la figura A_1, la representación ortogonal de esta sección. En la planta veremos dos círculos: uno será la base y otro, el menor, la sección.



Para dibujarlos, trazaremos primero la circunferencia de la base en planta y proyectaremos los puntos A y B hacia la línea de tierra R R', obteniendo los A_1 y B_1. El centro O también lo proyectaremos hacia arriba hasta V, punto que hallaremos al tomar la altura h del cono. Uniendo V con A_1 y B_1 tendremos el cono dibujado en alzado.

Si ahora nos dicen que lo seccionemos por un plano horizontal P P' a una altura h_1 de la base, trazaremos la línea P P' y las intersecciones de ésta con V A_1 y V B_1 (que serán los puntos C_1 y D_1) las bajamos en el sentido de las flechas hacia la planta. La distancia C D será el diámetro que utilizaremos para dibujar el círculo seccionado.


fig. a

He aquí los dos casos de sección por planos verticales que estudiaremos a continuación. En las páginas siguientes está su desarrollo sobre el plano. Conviene tener presente estas dos figuras para comprender el problema en el espacio.

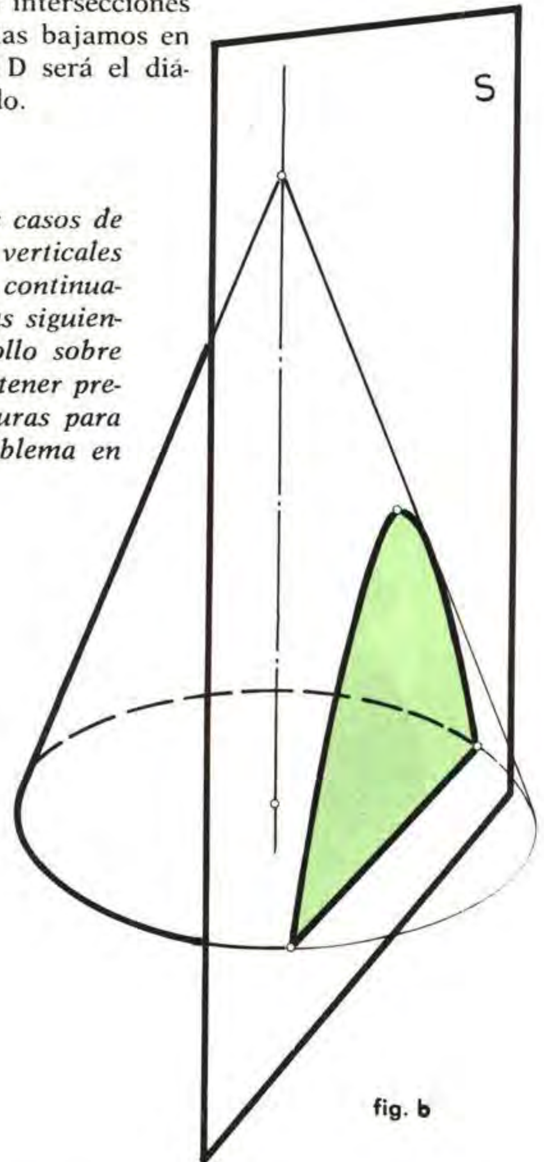
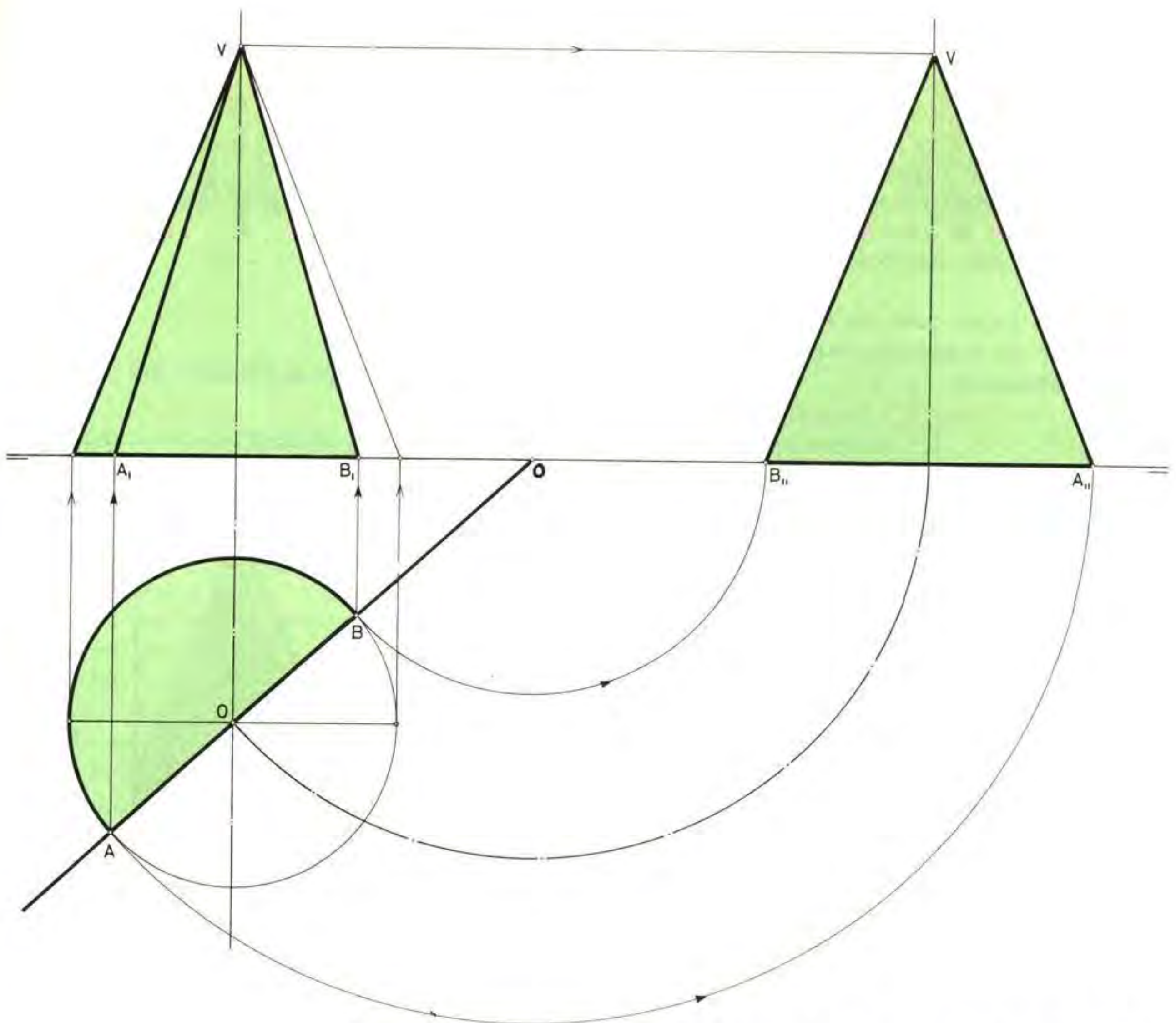


fig. b

SECCIONES EN UN CONO POR PLANOS PARALELOS A SU EJE. — Un plano vertical puede pasar por el mismo eje del cono (caso de la figura *a*) o bien ser paralelo a él (caso de la figura *b*).



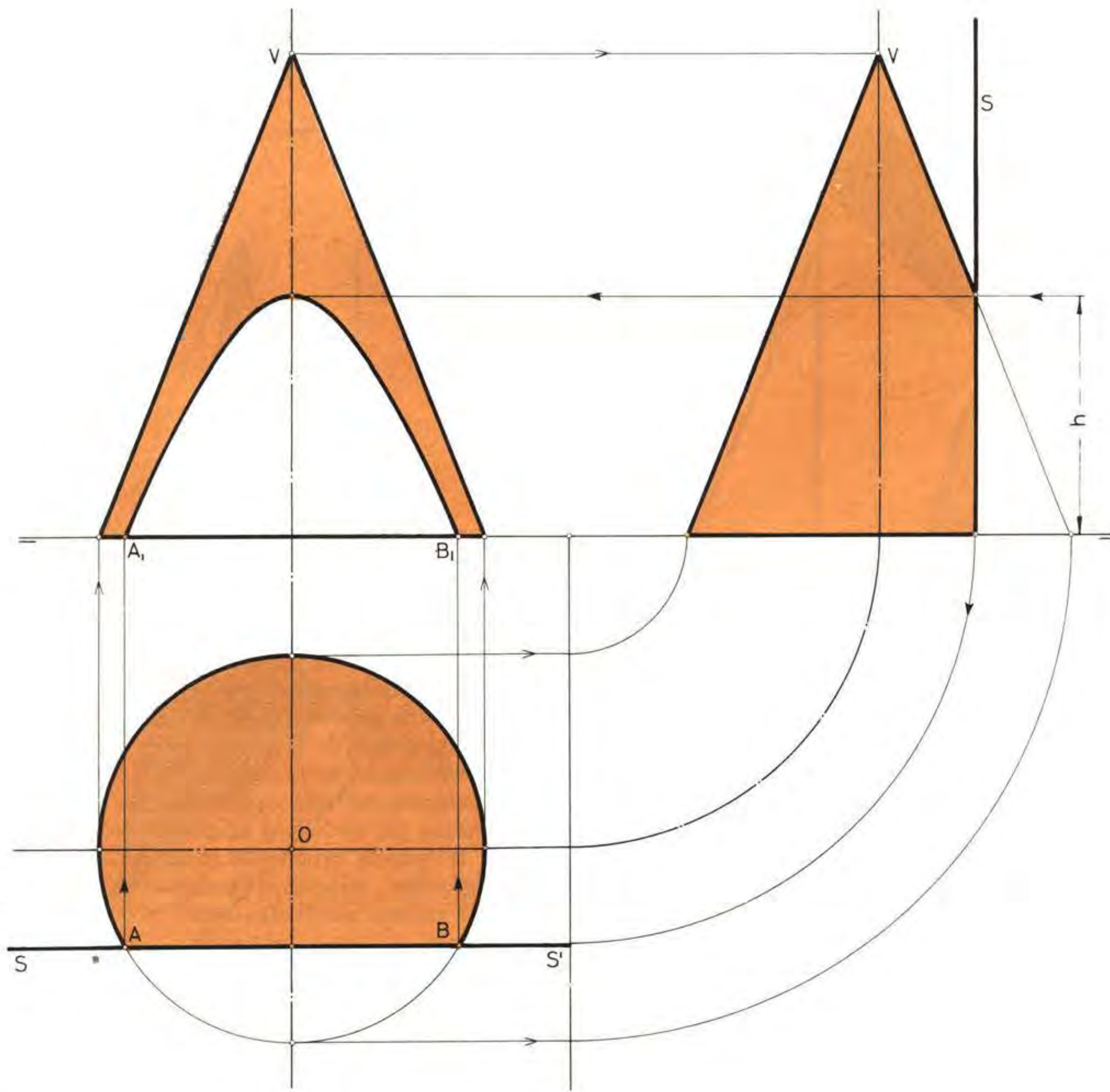
En el primer caso, con ver la figura *a* huelga toda explicación. Baste decir que, en planta, se dibuja la recta A B, que es la intersección del plano de corte con la base del cono. Estos puntos A y B se suben hasta la línea de tierra, obteniendo los puntos A_1 B_1. Y uniéndolos con el vértice V, tenemos el corte en alzado, que será siempre un triángulo.

Si prolongamos la recta A B, obtendremos el punto O sobre la línea de tierra. Este punto será el centro de giro. Mediante este giro pasaremos en verdadera magnitud la distancia A B de la planta sobre la línea de tierra a fin de obtener un nuevo alzado de la sección. Basta ver la dirección de las flechas para comprender esta operación, que no tiene otro objeto que obtener la sección en verdadera magnitud. No se trata del alzado del cono, sino de la sección producida en él por un plano que pasa por su eje. No se confunda... aunque la confusión es fácil porque gráficamente se obtiene el mismo resultado: tiene la misma apariencia el alzado de la sección que el alzado del cono.

Si el plano no pasa por el eje (caso de la fig. *b*), la intersección será una rama de hipérbola, que se verá tal como en el alzado, y como una recta paralela a la línea de tierra (la s s) en la planta. Gracias a la tercera vista (*c*) sabremos la altura h y podremos trazar la susodicha hipérbola por puntos.

Observe (dirección de las flechas) que partimos de la planta de este cono: Sobre ella emplazamos el plano seccional que viene representado por la recta S S', cuya situación encontramos partiendo del alzado lateral por el cual sabemos la altura de la sección producida. Corremos esta altura hacia el alzado frontal y, levantando verticales desde A y B de la planta, tenemos la base y altura de la parábola que será la sección. Construyendo esta parábola por puntos, tendremos solucionado el problema.

Como en todas estas cuestiones, se trata más de ver y comprender que de leer un larguísimo texto que las más de las veces sólo nos llevará a confusiones.



dibujo técnico



DIBUJO DE DIAGRAMAS Y ABACOS

Si alguna vez ha visitado la oficina técnica de una gran empresa (o no tan grande) es muy posible que le haya sorprendido ver en las paredes de los despachos de dirección unos cuadros que a primera vista parecen la obra de un chiflado que se haya entretenido en pintar de distintos colores la superficie de un rectángulo de papel o en trazar unas caprichosas líneas rectas, curvas, quebradas, por encima de una cuadrícula que vale más que todas ellas. La verdad es que no hay tal chiflado en la empresa y que estos gráficos tienen su importancia. Si uno se fija bien, verá en seguida que se trata de una manera de relacionar los datos estadísticos sobre la producción, la importancia del mercado en distintas zonas, fluctuaciones de precios y cuantos datos puedan interesar a la empresa.

SE TRATA DE ÁBACOS Y DIAGRAMAS, QUE NO SON MÁS QUE UNAS REPRESENTACIONES GRÁFICAS QUE SUSTITUYEN A UNOS DATOS RELACIONADOS ENTRE SÍ.

En las oficinas de Información y Turismo, por ejemplo, es normal encontrar un diagrama que muestra en forma gráfica la cantidad de turistas que han visitado un país en distintas épocas del año. Mirando este diagrama, incluso un niño puede darse cuenta de que durante el mes de junio del año tal hubo una disminución en la entrada de turistas, que aumentó progresivamente hasta el mes de agosto, en que se registró la máxima afluencia de extranjeros.

Con ábacos y diagramas se ahorran muchos escritos y explicaciones, ya que quien debe consultar un dato concreto no se ve obligado a leer páginas enteras ni a efectuar cálculo alguno. Con una simple ojeada al gráfico, puede compilar los datos que precise.

Saber dibujar un diagrama o ábaco para uso propio, en trabajos y estudios propios de una oficina técnica, es una gran ventaja, ya que representa un gran ahorro de tiempo al tener condensados en un solo gráfico los datos de uso más corriente.

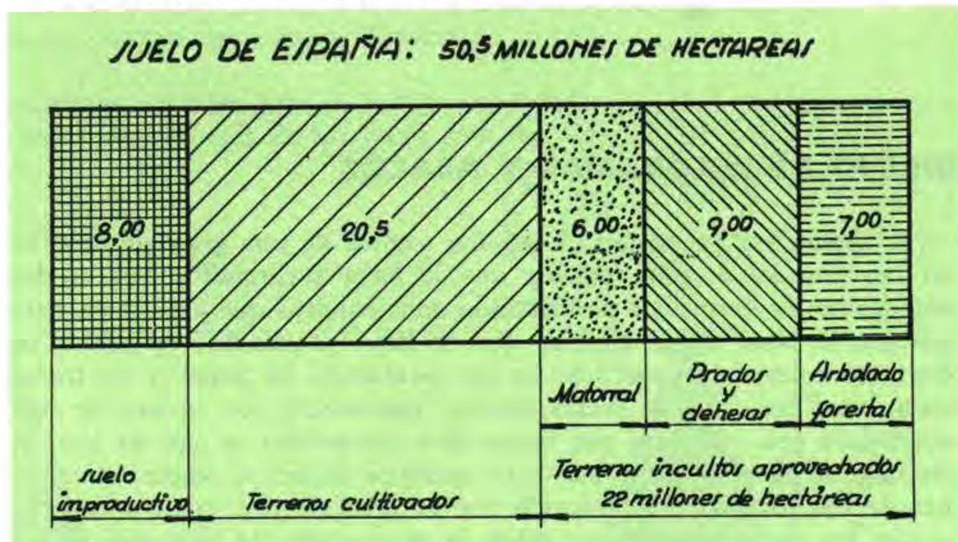
DIAGRAMAS

El diagrama es la representación gráfica de unos datos estadísticos por medio de superficies. Vamos a dar algunos ejemplos y verá con suma claridad lo que de palabra resultaría demasiado largo de explicar.

Supongamos que nos interesa poder conocer en cualquier momento la extensión del suelo de España dedicado al cultivo, y la extensión del suelo inculto de la nación.

Partimos de un dato conocido: el suelo de España es de 50'50 millones de hectáreas; y además, sabemos las hectáreas que están cultivadas, las que pertenecen al patrimonio forestal, la cantidad de suelo improductivo, etc. Se trata de recopilar estos datos en un solo gráfico.

Vea cómo se ha solucionado la cuestión:



Este es un diagrama del tipo *paralelogramo*. En efecto: se ha dibujado un paralelogramo cuya superficie representa, a escala reducida, la superficie total del suelo español. Dentro del paralelogramo total se han limitado otros paralelogramos que representan proporcionalmente la superficie de terreno cuyas características de cultivo son las expresadas por el rótulo que sustituye lo que sería el valor numérico de una cota normal.

Los paralelogramos parciales se rayan de distinta manera o bien se pintan de distintos colores para que queden muy diferenciados entre sí. Repetimos que cada paralelogramo debe tener la superficie que proporcionalmente le corresponda, teniendo en cuenta que el paralelogramo total representa los 50'50 millones de hectáreas del suelo español. El cálculo resulta sencillísimo, puesto que queda reducido a una simple regla de tres.

Vamos a suponer que, en el caso concreto que estudiamos, hemos establecido en 20 cm la longitud total del paralelogramo (tenga presente que para poder situarlo en esta lección el diagrama que tomamos por ejemplo ha sido reducido de tamaño), y que queremos saber la longitud que deberemos dar al paralelogramo parcial que indique los 8 millones de hectáreas de terreno improductivo. La altura, claro, será la misma que tenga el paralelogramo total.

Razonaremos de la siguiente forma:

Si a 50'50 millones de hectáreas les corresponde 20 cm de longitud del paralelogramo, a 8 millones les corresponderá X centímetros. Esta X es nuestra incógnita y la calcularemos así:

$$X = \frac{20 \cdot 8}{50'50} = 3'16 \text{ cm.}$$

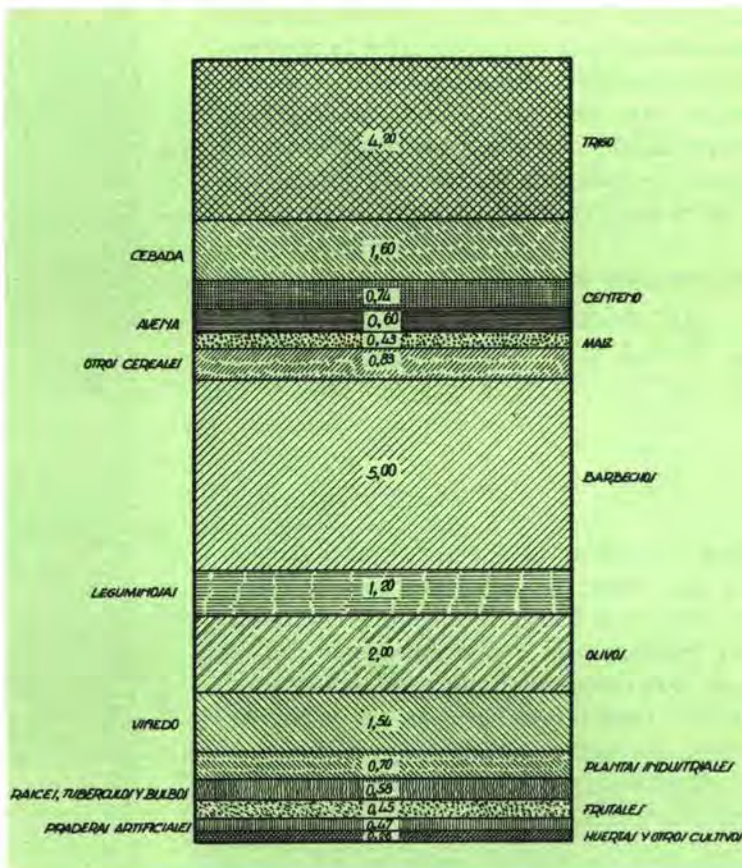
O sea, que con 3'16 cm de longitud del paralelogramo total, y cerrándolo con una paralela a la altura, tendremos representado el paralelogramo parcial que serán los 8 millones de hectáreas no productivas.

En todos los diagramas del tipo paralelogramo se procede de la misma forma, por demás sencilla.

Hay varios tipos de diagrama, según sea lo que se quiera representar; pero los dos más empleados son el del tipo paralelogramo y el Hamado diagrama circular. Antes de estudiar este nuevo tipo de diagrama, vamos a estudiar un nuevo ejemplo de diagrama paralelogramo.

Supongamos que ahora nos interesa representar la superficie cultivada del gráfico anterior, pero especificando la cantidad de hectáreas destinadas al cultivo de diferentes especies vegetales. Sabemos que la totalidad del rectángulo que tomemos representará los 20'5 millones de hectáreas cultivadas.

Dibujamos este diagrama al mismo tamaño a que aparece en esta lección. Es un tamaño pequeño para lo que se acostumba en un diagrama; pero así lo tendrá usted sin reducción.



TERRENOS CULTIVADOS: 20,5 MILLONES DE Ha.

Se ha tomado una anchura de 5 cm por una longitud de 10'25 cm. El área dada en cm² por estas dos dimensiones representa los 20'5 millones de hectáreas cultivadas del suelo español. Tomaremos las áreas parciales con la misma anchura de 5 cm y con una longitud que calcularemos por una regla de tres, como hemos hecho anteriormente. Así, vea que para la extensión de terreno destinada a trigo se ha tomado una longitud de 2'1 cm., y que para la destinada a barbechos, 2'5 cm. Ni que decir tiene que la suma de áreas parciales debe ser igual al área total.

DIAGRAMA CIRCULAR

Veamos ahora un diagrama de los del tipo circular. Puede ver usted un ejemplo. Est. diagrama representa la distribución de la producción media de cereales en el decenio que va de 1926 a 1935.

En la circunferencia concéntrica a la exterior se ha escrito la cantidad total de cereales cultivados durante el decenio, expresados en millares de quintales métricos. Con ello queremos indicar que el área abarcada por los 360° de todo el círculo representa los 84'976 millares de quintales métricos en que se cifra la producción total de cereales. Ahora se trata de conocer la abertura que daremos a cada uno de los sectores circulares que van a representarnos la producción de cada uno de los cereales especificados en el diagrama.

Estos cereales son:

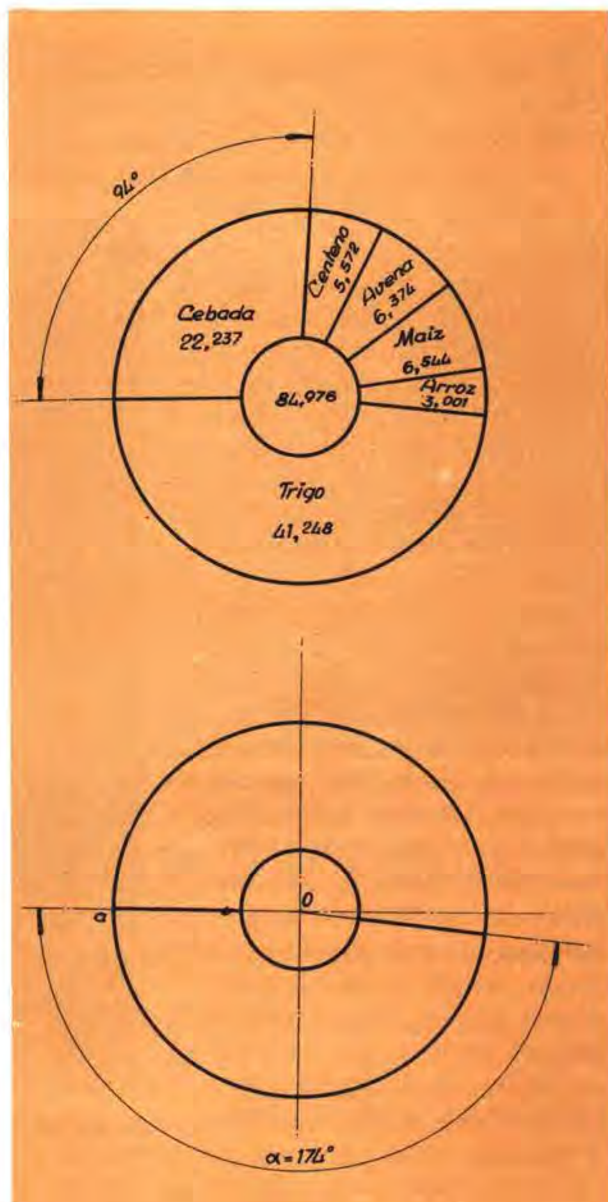
Trigo	41'248	millares	de quintales	métricos.	
Cebada	22'237	»	»	»	»
Centeno	5'572	»	»	»	»
Avena	6'374	»	»	»	»
Maíz	6'544	»	»	»	»
Arroz	3'001	»	»	»	»

Vamos a calcular la abertura que daremos al sector que represente la producción de trigo. Empezaremos por trazar la circunferencia que limite el círculo total y concéntrico a ella, el círculo en que indicaremos la producción total de cereales. Luego señalaremos un diámetro cualquiera, que bien puede ser el diámetro *a*. Sobre este diámetro situaremos los distintos ángulos que obtengamos.

Hemos quedado en que vamos a calcular el ángulo correspondiente al trigo. El razonamiento será el mismo que nos ha servido en los diagramas de tipo paralelogramo. Pero ahora la cifra total nos viene dada por 360°.

O sea: A 360° de círculo corresponden 84'976 millares de quintales. A los 41'248 millares de quintales de trigo, les corresponderá un ángulo de:

$$\frac{360 \, . \, 41'248}{84'976} = 174^{\circ} \text{ aproximadamente.}$$



Tomando por origen el diámetro *a* trazado en la circunferencia, señalaremos la abertura de un ángulo de 174°; el sector circular comprendido entre el diámetro *a* y la señal de los 174°; corresponderá a la producción de trigo. Para los demás cereales procederíamos del mismo modo.

Hemos dado unos ejemplos muy clásicos; pero donde hemos puesto terrenos cultivados, puede usted poner producción de coches de una fábrica (vehículos construídos durante un decenio, por ejemplo) o edificios construídos por la empresa Tal, durante sus veinticinco años de existencia; y especificando más, los tipos de edificaciones realizadas (tantas viviendas, tantas fábricas, garajes, etc., etc.). Este podría muy

bien ser un diagrama de tipo circular, similar al que hemos estudiado ahora mismo, calculando qué ángulo corresponde a cada tipo de construcción, siendo el círculo total indicativo de la cantidad de edificios construídos por la empresa durante los años que se estudian.

ABACOS

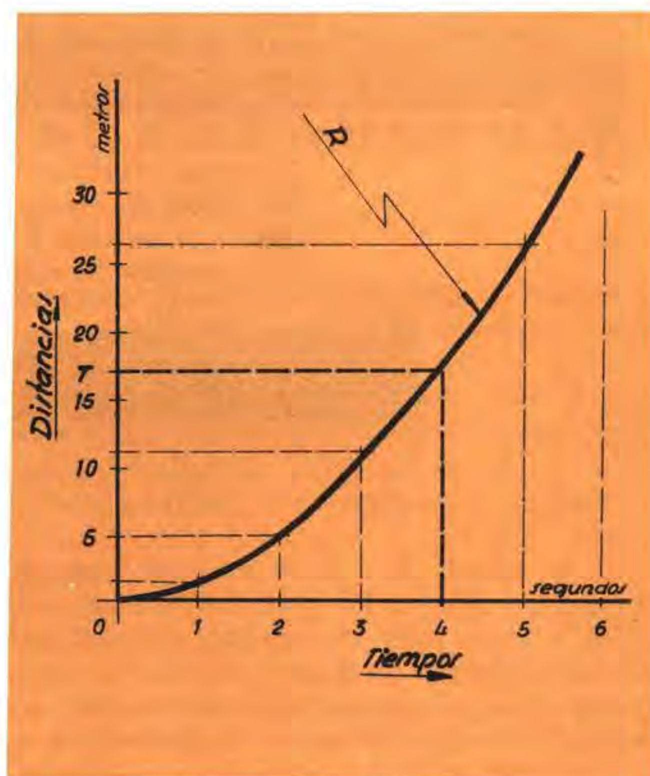
Este tipo de gráficos es completamente distinto del estudiado antes; y en ellos, si bien la compresión quizás no es tan directa, la relación entre los datos a relacionar es más real y exacta. El ábaco no es más que una línea situada entre los dos lados de un ágúlo recto, lados que en este caso se llaman ejes coordenados Estos dos ejes tienen un nombre especial. Se llama eje de *abscisas* al eje horizontal, llamándose de *ordenadas* el eje vertical.

En la parte central del dibujo, que puede o no ser cuadriculada, es donde se sitúa la línea representativa del ábaco; y cada uno de sus puntos nos da siempre dos datos, uno en el eje de abscisas (bajando una vertical) y otro en el de ordenadas (trazando una horizontal).

En la lección diez, cuando hablábamos de la representación gráfica del movimiento, nos anticipamos a este estudio, ya que lo que hicimos no era otra cosa que un ábaco.

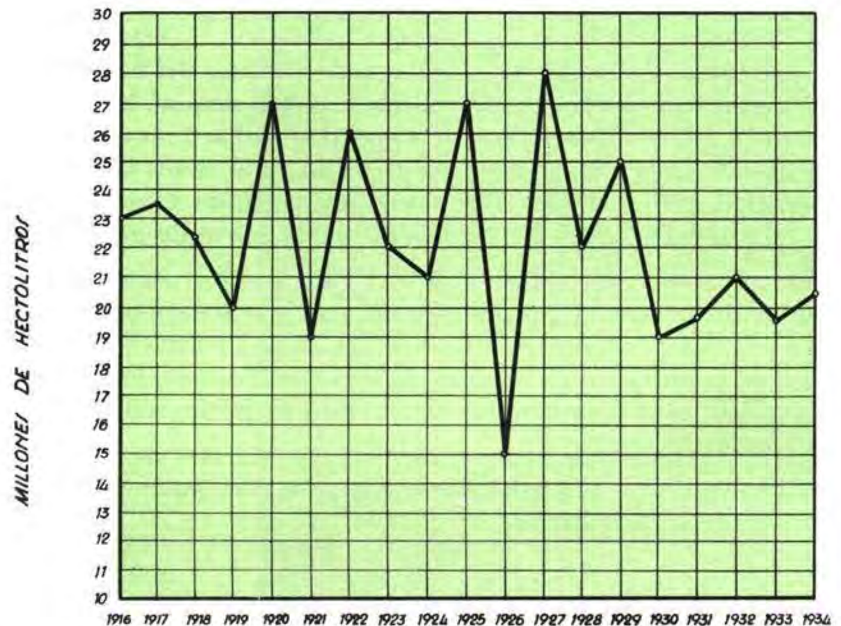
Vamos a repetirlo:

En el eje de ordenadas (vertical) representaremos las distancias (en metros en este caso) que recorre el móvil actuando con un movimiento acelerado. En el eje de abscisas indicaremos los tiempos en segundos, que indicarán los tiempos que tarda el móvil en recorrer las distancias en metros señaladas en el otro eje.



Ahora bien. Supongamos que una vez dibujado el ábaco, debemos servirnos de él. ¿Cuál será su utilidad? Será la de permitirnos saber la distancia en metros recorrida por el móvil en un tiempo determinado y, viceversa, la de conocer el tiempo que habrá transcurrido cuando el móvil haya recorrido una distancia conocida. Veamos, por ejemplo, el camino recorrido por este móvil al cabo de cuatro segundos de empezar a moverse. Levantaremos desde el punto de abscisas que señala los 4 segundos, una vertical que cortará la línea del movimiento en un punto D. Ahora, tracemos desde este punto una horizontal que al cortar al eje de ordenadas señalará un cierto punto T. Este punto nos indica el camino recorrido. Observe que se encuentra entre los 15 y 20 m y justamente en el punto medio de ellos. Por lo tanto, el móvil habrá recorrido 17'5 m.

Veamos un ábaco de tipo estadístico. Casi todos los ábacos estadísticos adoptan la forma del presente. Se trata de la representación gráfica de la producción de vino en España entre los años 1916 a 1934. Y donde dice vino puede usted poner cualquier producto, ya que la forma de obtener su correspondiente ábaco será siempre la misma.

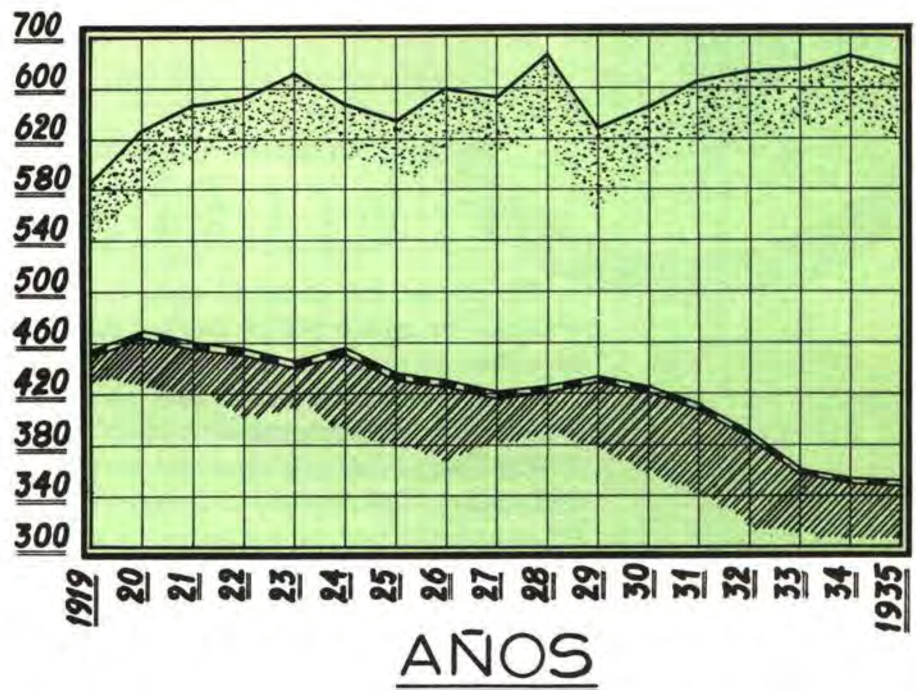


Bueno, quedamos en que se trata de la producción de vino. Daremos en millones de hectolitros la cantidad de este líquido, que representamos en el eje de ordenadas. En el eje de abscisas, naturalmente, los años. Si partiendo de los puntos que indican hectolitros y de los que indican los años trazamos una cuadrícula, automáticamente nos quedan relacionadas las cantidades de vino con los años de producción. Será cuestión de tomar los datos estadísticos y de señalar los puntos que indican la cantidad de vino correspondiente a cada uno de los años estudiados. Uniendo estos puntos, tendremos la quebrada representativa de la producción vitivinícola española durante los años que van del 1916 al 1934.

ABACOS COMPUESTOS

Si interesa tener dos datos distintos y relacionados en un mismo ábaco, aparecen los llamados *ábacos compuestos*, en los que por dos o más líneas, cada una de las cuales pertenece a un dato concreto, podemos estudiarlos todos al mismo tiempo.

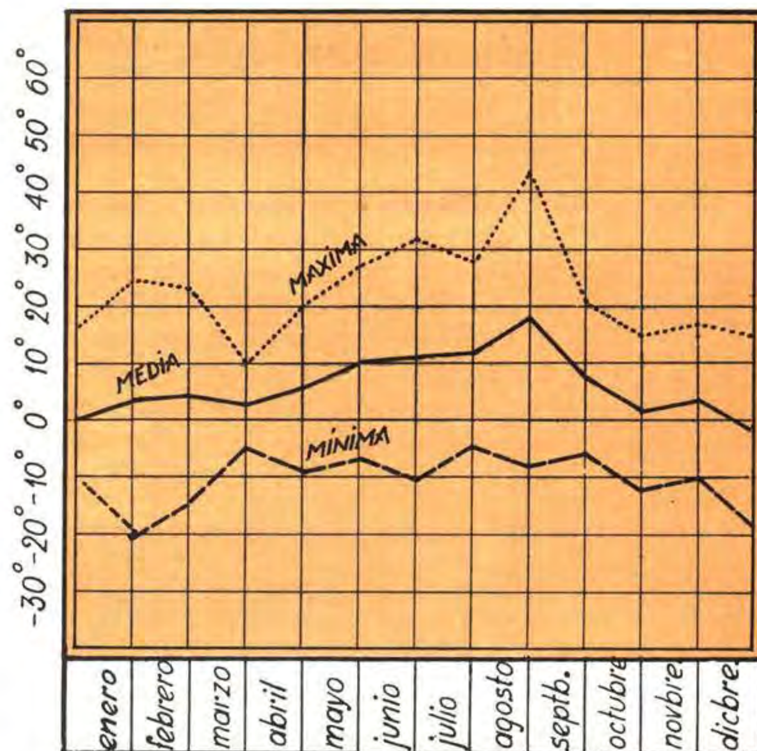
Un ábaco compuesto de enorme uso es el que señala el movimiento demográfico de una nación, región o ciudad. Los estadistas que se dedican al estudio de la mortalidad y nacimientos de una ciudad emplean, para dar el resultado de sus investigaciones, un ábaco compuesto como éste:



Por un lado, es preciso indicar la curva de nacimientos en números y por año. También será preciso indicar la curva de las defunciones, relacionando su número con el año en que se han producido.

Ambas curvas (de nacimientos y defunciones) se trazan sobre un mismo sistema de coordenadas, con lo que aparece el ábaco compuesto. En nuestro ejemplo puede apreciarse cómo la mortalidad disminuye con los años y, en cambio, aumenta la natalidad. El resultado es un aumento en la población.

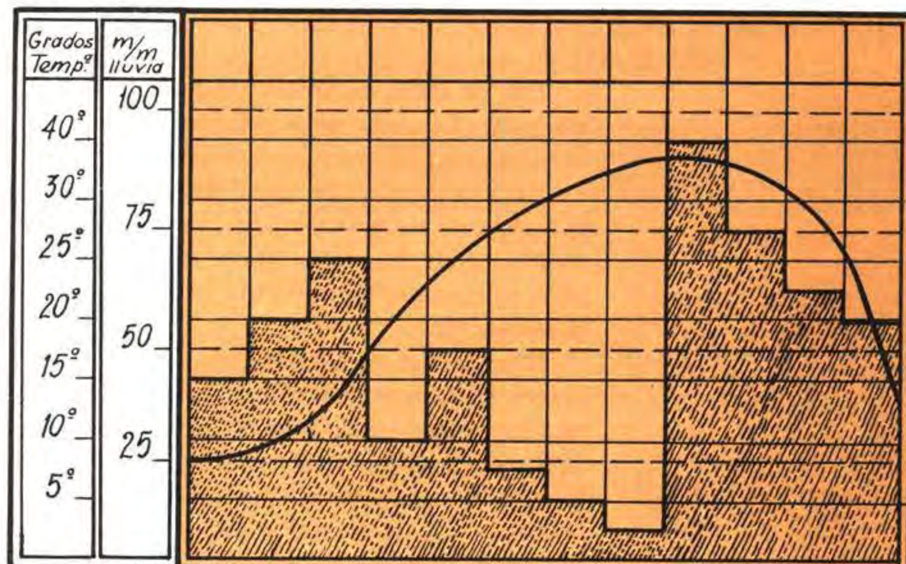
Otro ábaco compuesto muy característico es el que indica las variaciones en la temperatura a través de los meses del año. En el gráfico de este tipo que puede observarse más abajo quedan indicadas por medio de tres líneas las temperaturas máximas y mínimas experimentadas en España durante un año. La línea de puntos pertenece a las temperaturas máximas. La de trazos, a las mínimas. La temperatura media (el promedio entre máxima y mínima) queda indicada por la línea continua.



En este gráfico podemos observar que las máximas temperaturas se obtienen en agosto (43°) y que las mínimas se obtienen en enero (—21°) en el año al que pertenece este gráfico. La tercera línea indica que las temperaturas medias observadas en España oscilan normalmente entre los 3° y los 17° centigrados.

Por último, veamos otro tipo de gráfico compuesto. Se trata de una combinación de ábaco y diagrama dentro de un sistema coordenado. En el ejemplo que damos aparecen superpuestos el ábaco que indica la variación de la temperatura en las zonas mediterráneas españolas durante un año y el diagrama indicativo de la cantidad de lluvia caída cada mes del año.

REGIMENES ZONAS MEDITERRANEAS

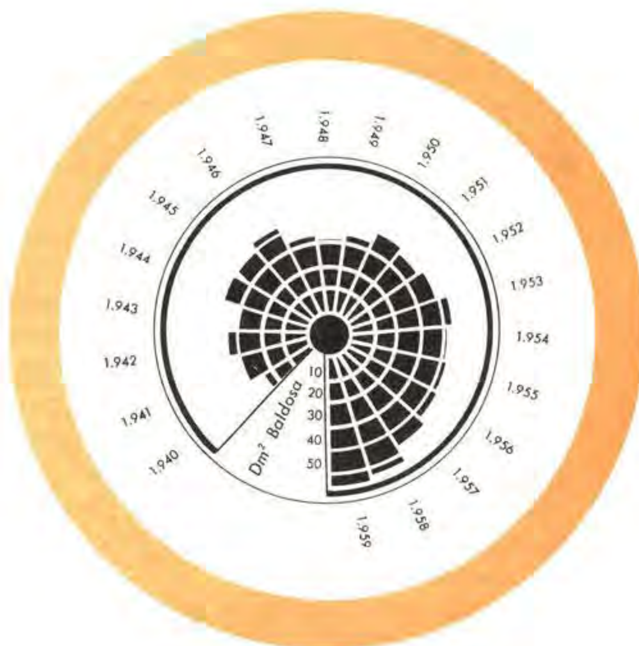


DIAGRAMAS Y ABACOS ESPECIALES

Vea, para empezar, este diagrama de tipo circular. Hace su efecto, no puede negarse, y su interpretación es muy sencilla, tampoco puede negarse. Podemos suponer que este diagrama ha sido dibujadò para colocar en una de las paredes del despacho de la Dirección de una fábrica de ladrillos cerámicos para hacer ver al cliente el volumen de producción durante una década de existencia de la empresa. El delineante que ha dibujado este gráfico disponía de los siguientes datos estadísticos:

AÑO	Dm² de baldosa
1940	24'6
1941	28'1
1942	27'2
1943	32'7
1944	38'9
1945	37'2
1946	41'6
1947	31'1
1948	30'2
1949	31'4
1950	38'0

AÑO	Dm² de baldosa
1951	37'1
1952	39'4
1953	41'6
1954	40'3
1955	42'5
1956	44'7
1957	46'0
1958	51'4
1959	54'2



En el diagrama se ha dividido el círculo en tantos sectores como años deben representarse, y por circunferencias concéntricas se han limitado los sectores, representando cada límite una producción de 10 decámetros cuadrados.

Para dar una mayor claridad al diagrama, y también para hacerlo más vistoso, las distintas separaciones se han hecho por una línea doble que, al pintar de negro las zonas pertenecientes a cada año y hasta el límite que representa la cantidad de decámetros cuadrados, da por resultado una línea blanca en campo negro.

DIAGRAMA DE BENEFICIOS

Otro tipo de diagramas muy empleado en las secciones de contabilidad de las empresas es el que tiene al margen. En él se indican los beneficios que produce a la empresa, durante un año, la venta de los distintos artículos que fabrica. En nuestro ejemplo, las cantidades se expresan en miles de pesetas, quedando representada la cantidad por el nivel que alcanza la columna que parte de cada una de las especialidades mencionadas. Es un diagrama muy sencillo y muy empleado por la gran facilidad de compresión que proporciona.



FISICA 9

PRIMERAS NOCIONES SOBRE RESISTENCIA DE MATERIALES

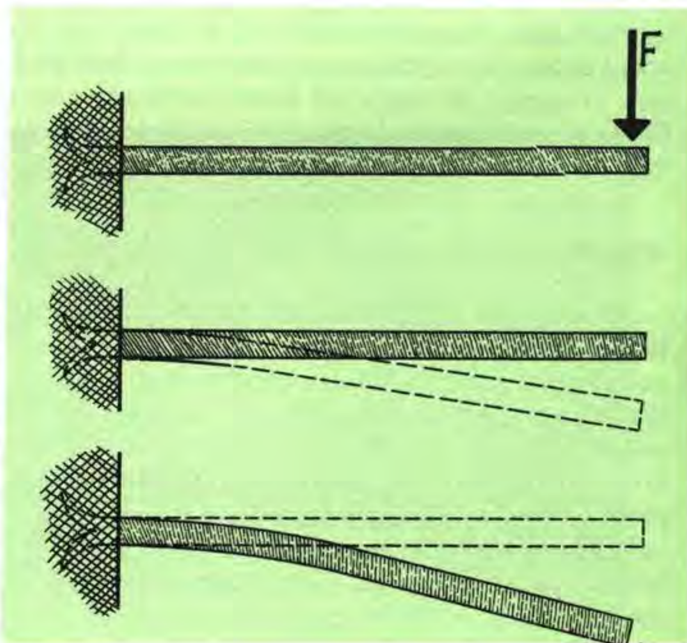
Decimos que un determinado cuerpo es resistente cuando ofrece una fuerte oposición a su rotura. Contrariamente, un cuerpo será poco resistente cuando al menor esfuerzo soportado se rompa... Cuando un cuerpo no está influído por fuerzas externas, lo normal es que no se rompa. Categóricamente, no se rompe. Se rompe un cuerpo cuando sobre él actúan fuerzas superiores a las que puede soportar.

Ahora bien: no todas las fuerzas que soportan los cuerpos son capaces de romperlos, pero sí que son capaces de tener una influencia decisiva sobre ellos. Una fuerza no puede producir una rotura, pero puede llegar a mitad de camino; puede, por decirlo de algún modo iniciar esta rotura.

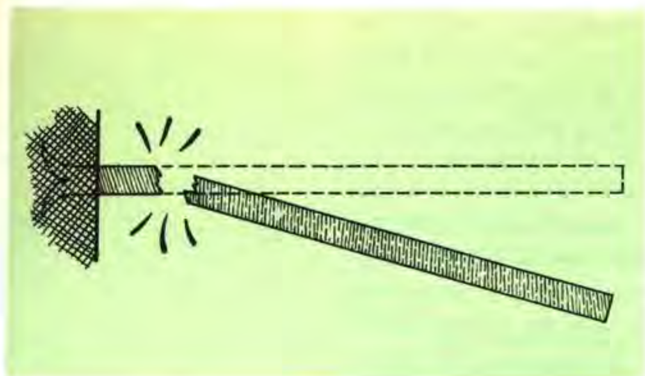
Así, la fuerza producida por los dedos sobre una pelota de goma la deforma, bastando dejar la pelota en paz para que vuelva a su forma primera. En este caso, diremos que se ha efectuado una deformación elástica.

Empecemos el estudio de estos primeros conceptos sobre resistencia de materiales viendo lo que ocurre con una barra de hierro, empotrada a una pared por uno de sus extremos, cuando se la somete a fuerzas de distinto valor.

Sometemos esta barra de hierro a los efectos de una cierta fuerza que en principio, consideraremos muy pequeña. La misma lógica nos dice que si la fuerza actúa en el sentido de la flecha la barra tendrá tendencia a doblarse hasta alcanzar una nueva posición que, por ejemplo, será la indicada por las líneas de trazo. Pero si la fuerza es realmente pequeña, en cuanto cese de actuar, la barra de hierro volverá a su posición inicial. Diremos que esta fuerza pequeña sólo ha sido capaz para producir en el hierro una *deformación elástica*.



Aumentemos el valor de la fuerza que actúa sobre la barra de hierro. El fenómeno será el mismo de antes, pero más pronunciado. La barra se arqueará más y es muy posible que al retirar la fuerza deformadora la barra no vuelva a su primitiva posición. Es posible que quede deformada, con su nueva forma arqueada. ¿Qué habrá pasado...? Simplemente, que hemos rebasado su elasticidad. Hemos producido una



deformación permanente porque para el arqueo producido por la nueva fuerza aplicada se ha rebasado lo que técnicamente se llama su *límite elástico.*

Sigamos aumentando la fuerza aplicada sobre el extremo libre de la barra. Llegará un momento en que la barra dirá que no puede aguantar más. En este momento es cuando se rompe. Se rompe porque hemos rebasado la carga máxima que podía soportar la barra, llamada CARGA DE ROTURA.

Vamos a resumir los conceptos enunciados en este ejemplo dándolos en forma de definición:

DEFORMACIÓN ELÁSTICA. — ES AQUELLA VARIACIÓN DE FORMA SUFRIDA POR UN CUERPO CUANDO SE VE SOMETIDO A UN ESFUERZO EXTERIOR TAL QUE AL CESAR DICHO ESFUERZO EL CUERPO RECUPERA SU FORMA INICIAL.

DEFORMACIÓN PERMANENTE. — ES LA VARIACIÓN DE FORMA SUFRIDA POR UN CUERPO CUANDO SOBRE ÉL ACTÚA UNA FUERZA CUYO CESE NO REPRESENTA LA VUELTA DEL CUERPO A SU FORMA INICIAL.

LÍMITE DE ELASTICIDAD. — PARA CADA CUERPO, EL LÍMITE DE ELASTICIDAD ES AQUEL ESFUERZO TAL, QUE TODOS LOS INFERIORES A ÉL PRODUCEN EN EL CUERPO DEFORMACIONES ELÁSTICAS, Y TODOS LOS SUPERIORES DEFORMACIONES PERMANENTES.

CARGA DE ROTURA. — ES EL VALOR DE LA CARGA A PARTIR DE LA CUAL SE CONSIGUE LA ROTURA DEL MATERIAL. — Cada tipo de material tiene su carga de rotura, carga que se mide en Kg/cm² o por Kg/mm². Así, cuando decimos que un material tiene una carga de rotura de 3.500 Kg/cm², queremos indicar que la carga máxima que admite una barra de este material de un cm² de sección es precisamente de 3.500 Kg. Una carga mayor produce la rotura del material.

Existe un último concepto básico en resistencia de materiales, del que no hemos hablado por la sencilla razón de ser únicamente un concepto teórico. Quiero decir que este fenómeno, si bien en teoría debe aceptarse, no se da en la realidad. Es el llamado...

MÓDULO DE ELASTICIDAD. — ES EL VALOR EN KG/CM² DE LA CARGA CAPAZ DE CONSEGUIR AUMENTAR AL DOBLE LA LONGITUD DE UNA BARRA DEL MATERIAL DE QUE SE TRATE. En la práctica resulta imposible conseguir doblar la longitud de una barra de un material por simple tracción, porque antes de conseguirlo se habrá rebasado la carga de rotura. El módulo de elasticidad es un valor teórico de referencia.

COEFICIENTE DE TRABAJO

Vistos los conceptos teóricos fundamentales para el estudio de la resistencia de los materiales, vamos a dar un vistazo (sólo un vistazo) a la parte práctica de este estudio, que por su importancia será motivo de gran ampliación en los capítulos de física de las lecciones especializadas.

Si usted sabe que la carga de rotura de una barra de hierro sometida a una fuerza de tracción (estirándola por sus extremos) es de 4.000 kilogramos/cm², es evidente que nunca se le ocurrirá, en un proyecto, someter a este esfuerzo una barra de hierro. En teoría es cierto que estos 4.000 Kg/cm² no llegarán a producir la rotura de la barra; pero un mínimo de prudencia nos obliga a mantenernos por debajo de este límite. Bastaría que la barra no tuviese una sección totalmente uniforme para que se nos rompiera por allí donde su sección fuese menor. Bastaría también que el material no fuese absolutamente puro y uniforme en toda la longitud (un poro, por ejemplo) para que la rotura fuese inmediata. También puede darse el caso de que la fuerza ejercida sobre el material no sea totalmente uniforme. Una pequeña variación en más, y la barra se parte en dos.

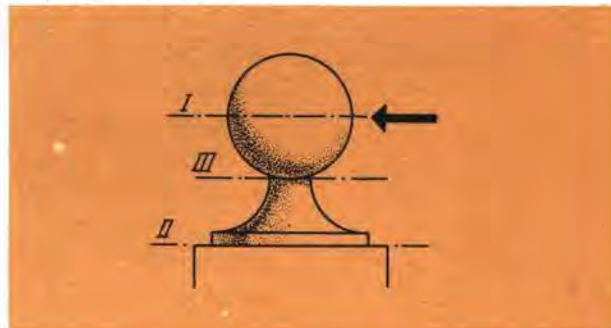
Total: que debemos trabajar con cargas bastante inferiores a la carga de rotura para disponer siempre de un coeficiente de seguridad que nos permita tener la seguridad de que no van a producirse roturas en el material. Esta carga, con la que trabajamos normalmente con toda seguridad de evitar la rotura, se llama *carga admisible, tensión de seguridad* o *coeficiente de trabajo.*

El coeficiente de trabajo del hierro sometido a un esfuerzo de tracción se calcula en 1.000 Kg/cm². Vea que este coeficiente es mucho más pequeño que la carga de rotura (4.000 Kg/cm²). La práctica ha aconsejado dejar este amplio margen entre el coeficiente de trabajo y la carga de rotura para conseguir el máximo de seguridad en el cálculo de la resistencia de los materiales.

SECCION PELIGROSA

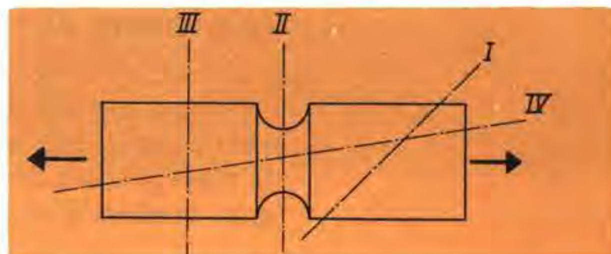
Vamos a hablar de una curiosidad que, a simple vista, parece que tiene poca importancia, dado que su descubrimiento responde a la más simple lógica. Hablaremos de lo que es la *sección peligrosa* de una pieza.

Vea esta bola que remata el pilar de la entrada de una torre de veraneo. Si nos apoyamos en la bola ejerciendo una fuerza en el sentido indicado por la flecha, ¿por dónde es más posible que se nos rompa? ¿Por la sección I, que es por donde viene la fuerza? ¿Por II que es la base del remate? ¿Por III...?



¡Pues sí, es evidente que ésta es la sección que ofrece más posibilidades de rotura! A esta sección la llamaremos *sección peligrosa.*

Esta pieza de hierro no se romperá por la sección I, ni por la III... ni por la IV. Se romperá (caso de darse esta circunstancia), por la sección II, que a todas luces se prevé como sección peligrosa.



Por norma general, todo cuerpo tiene una sección peligrosa, que es aquella por la que más fácilmente puede producirse una rotura. Todo el cálculo de vigas, pilares, cimientos, losas, ejes, bielas, etc., está basado en el estudio de secciones peligrosas.

DISTINTOS TIPOS DE TRABAJO QUE PUEDEN PONER A PRUEBA LA RESISTENCIA DE UN MATERIAL

Toda pieza, todo objeto (considerando como a tal desde el más pequeño tornillo hasta el puente colgante más enorme) que está sometido a un esfuerzo, puede trabajar en uno de estos seis sentidos:

a) a tracción;
b) a compresión;
c) a flexión;
d) a torsión;
e) a cortadura;
f) a pandeo.



a) TRABAJO A TRACCIÓN. — Podríamos llamarlo trabajo *de estirar*. Aquí tenemos un automóvil tirando de un cable cuyo otro extremo está sujeto a una fuerte columna. El coche, al ejercer una fuerza tirando del cable, lo somete a un trabajo de tracción.

El problema que generalmente se presenta en este tipo de trabajo consiste en calcular la sección que deberá tener un cable o barra de un determinado material para que pueda soportar sin romperse una fuerza que debemos aplicar sobre este cable o barra de material. La fórmula que nos permite este cálculo es la siguiente:

$$\textbf{Sección} = \frac{\textbf{Fuerza}}{\textbf{Coeficiente}}$$

Si nuestro coche tira del cable con una fuerza de 1.000 Kg y suponemos que el cable es de acero, cuyo coeficiente de trabajo es de 1.200 kilogramos/cm^2, la sección necesaria para que el cable no se rompa será de:

$$S = \frac{1.000}{1.200} = 0'833 \text{ cm}^2$$

Es decir: un cable de 0'833 cm^2 de sección puede resistir una fuerza de 1.000 Kg a tracción. Si la sección es menor, existe el peligro de rotura.

b) TRABAJO A COMPRESIÓN. — Si al trabajo por tracción lo podíamos llamar de *estirar*, al de compresión bien podemos llamarle *de chafar*. La compresión es todo lo contrario de la tracción. Tenemos constantemente a la vista elementos que estén sometidos a un esfuerzo por compresión. Las patas de una silla, por ejemplo, están sometidas a un esfuerzo de este tipo al aguantar el peso de quien se sienta en la silla. Algunas veces ha sucedido que, al sentarse en una silla un señor gordísimo, alguna pata ha hecho un *¡crac!* estentóreo y se ha quebrado por la mitad. Es que el peso del buen señor rebasaba la carga de rotura. La compresión ha sido demasiado fuerte, la sección de la pata insuficiente para la carga, y en consecuencia la masa humana del individuo ha dado de posaderas en el suelo.



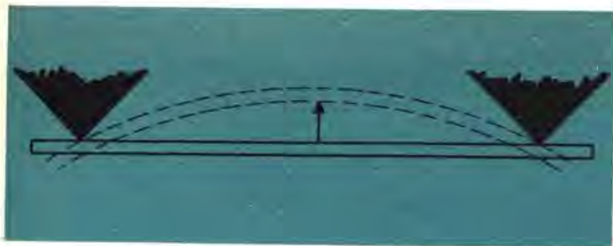
El cálculo de la sección de un elemento que debe resistir un esfuerzo por compresión se efectúa exactamente igual a como lo hacíamos para un trabajo por tracción, solo que deberemos cambiar el coeficiente de tracción por el de compresión.

Veamos un ejemplo: tenemos un pilar de hierro fundido que debe aguantarnos una carga de 96 Tm, o sea de 96.000 Kg. Sabemos que el coeficiente de trabajo por compresión del hierro fundido es de 600 kilogramos/cm². ¿Qué sección deberemos dar a este pilar para que pueda soportar la carga y no se rompa por compresión?

$$S = \frac{96.000}{600} = 160 \text{ cm}^2$$

c) TRABAJO POR FLEXIÓN. — Vea cómo se divierte este individuo que está saltando sobre un tablón de madera que está apoyado por sus extremos en dos pilares. A cada salto, el tablón cede, se arquea. En términos técnicos, diremos que *flexa*. Este es un caso típico de un trabajo a flexión. En este tipo de trabajo es necesario conocer un dato, al que llamamos *flecha*. Llamamos flecha de un trabajo a flexión a la distancia que hay entre el punto más bajo de la posición arqueada que adopta la pieza, cuando está flexionada, y la posición normal (llamada también de reposo) de la pieza antes de flexionarse.





El cálculo de las secciones para un trabajo a flexión es algo más complicado que los anteriormente vistos. Se acostumbra a hacer partiendo de lo que se llama *flecha máxima*. Es decir: calculando la flecha que, como máximo podemos dar a la viga, tablón, barra... o lo que sea, sin que ésta sufra más que una deformación elástica. Pasando de la flecha máxima, la viga no volverá a su posición de reposo, existiendo peligro inminente de rotura.

Estudiaremos en las lecciones especializadas el cálculo de flechas. Aquí nos hemos limitado a dar un concepto general de este tipo de trabajo.



d) TRABAJO A TORSIÓN. — Están sujetas a un esfuerzo a torsión aquellas piezas que deben resistir dos fuerzas en sentido de giro y de dirección opuesta. Si tomamos con las manos (una en cada extremo) una barra de madera y hacemos girar las manos en sentido contrario, someteremos la barra a un esfuerzo por torsión. Lo más posible es que la barra no se rompa. Pero si la madera es de escasa resistencia, o bien las dos fuerzas aplicadas son de considerable valor, es evidente que la barra se romperá. La habremos roto por torsión.



f) TRABAJO A PANDEO. — Una pieza no aguanta a pandeo cuando, debido al esfuerzo a que está sometida, se dobla. Es el caso típico de un clavo que, al darle demasiado fuerte con el martillo, queda como un acordeón.

Pero aquí nos pueden ocurrir dos cosas:

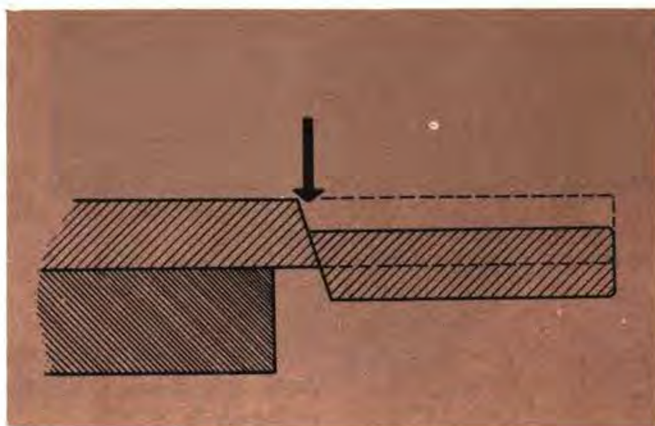
a) Que el clavo sea de estos cortos y muy recios y en vez de doblarse (o sea romperse a pandeo) se chafe. En este caso no nos habrá aguantado a compresión.



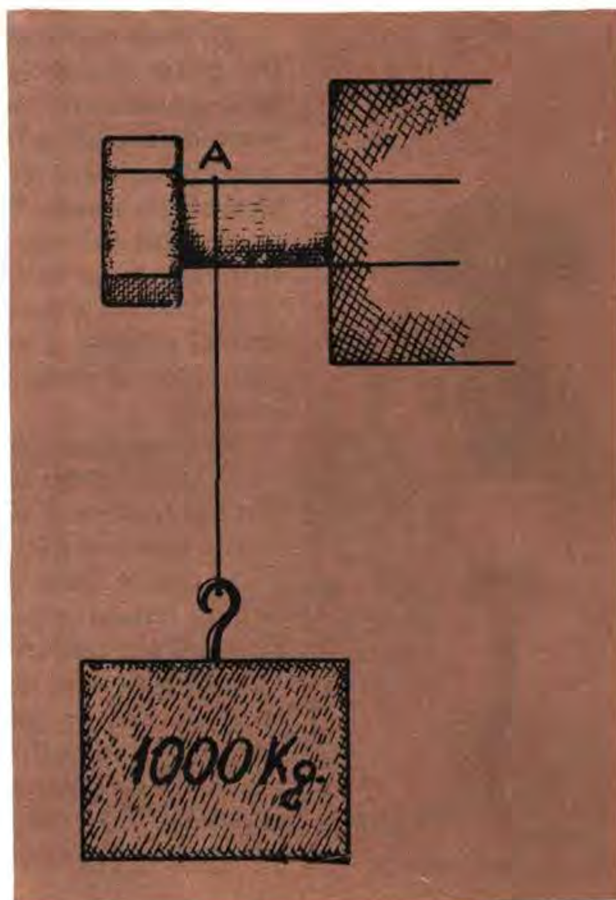
b) Que el clavo sea largo y se nos doble, con lo cual sabremos que nos ha fallado a pandeo... lo cual no quiere decir que la sección del clavo no sea suficiente para aguantar a compresión.

Este es el caso típico de las piezas cuya sección es muy inferior a su longitud. Son las piezas larguiruchas en las que un trabajo a compresión puede convertirse en un trabajo a pandeo. Puede ocurrir que la sección de la pieza sea suficiente para aguantar la compresión, pero no el pandeo. Este cálculo, lo mismo que el de la flexión, lo veremos más adelante en los estudios de Proyectista.

e) TRABAJO A CORTADURA. — Cuando una pieza se rompe por un esfuerzo del tipo cortadura, es porque el material se ha deslizado. Es el clásico efecto de unas tijeras sobre una lámina de cartón o de una cizalla sobre una chapa metálica. La herramienta desplaza parte del material, lo hace deslizar sobre la otra parte, produciendo la rotura. Por eso a este tipo de trabajo se le llama también *de deslizamiento* o *de cizallamiento*.



A esfuerzos de cortadura están sometidos, por lo general, los clavos, tornillos, remaches, soldaduras, etc.



El cálculo de la sección de piezas sometidas a un esfuerzo a cortadura se efectúa por la misma fórmula empleada para los trabajos a tracción y a compresión, pero empleando el coeficiente de trabajo a cortadura.

Veamos el ejemplo de este tornillo que, sujeto a una viga metálica, pongamos por caso, debe aguantar un peso de una tonelada. Evidentemente, si la sección A (que es la sección peligrosa) no es suficiente, el tornillo quedará cortado como con un cuchillo. Está sometido a un esfuerzo a cortadura.

Suponiendo que el coeficiente de trabajo a cortadura del material de que está construido el tornillo es de 480 Kg/cm², calcularemos rápidamente la sección mínima que debe tener este tornillo para que pueda resistir la carga de los 1.000 Kg.

$$s = \frac{1.000}{480} = 2'09 \text{ cm}^2$$

TABLA DE COEFICIENTES DE TRABAJO (en Kgs/cm²)

	(tracción)	(compresión)	(flexión)	(cortadura)	(torsión)
Hierro dulce	900	900	900	720	360
Acero dulce	1.200	1.200	1.200	1.000	1.000
Acero moldeado	1.200	1.500	1.200	900	900
Fundición	300	900	300	300	—
Chapa de cobre laminada	600				
Aluminio recocido	390				
Cobre recocido	1.000				
Estaño recocido	100				
Plomo recocido	400				
Niquel recocido	1.900				
Vidrio para claraboya			70		

Nota: Estos coeficientes se aplicarán en el caso de una carga inmóvil, es decir, de un esfuerzo constante. En el caso de que el esfuerzo sea repetido, eso es, cuando exista vibración, se adoptará un coeficiente de trabajo igual a la mitad del indicado en la tabla.

PRACTICAS 13

EJERCICIO NUMERO 16
DIBUJO DE UN DIAGRAMA CIRCULAR CON RESERVA DE BLANCOS
CAMBIO DE ESCALA EN UN ABACO

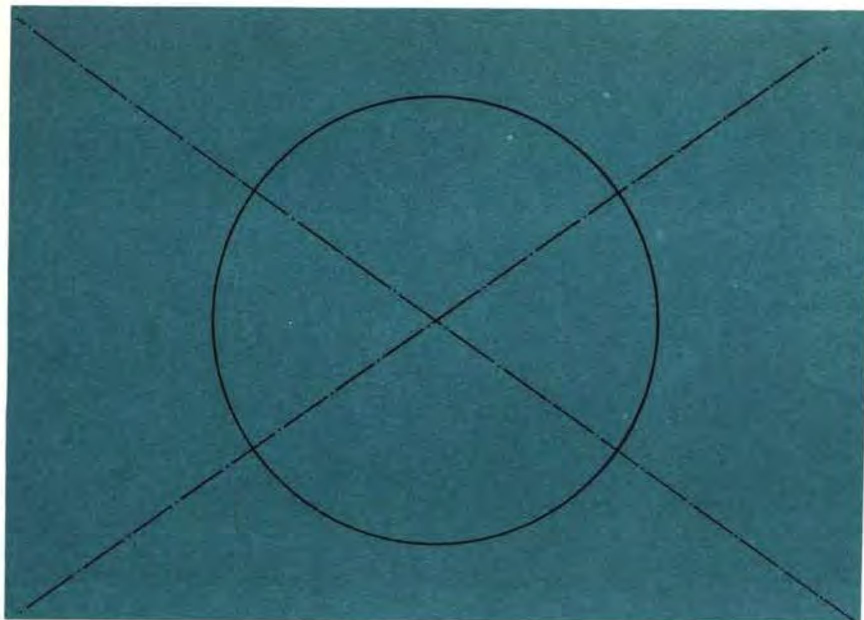
En el capítulo *Cosas del Oficio* hemos presentado un diagrama circular, en el que se indicaba el volumen de producción de una fábrica de ladrillos cerámicos en Dm^2 por año. Dibujar este diagrama presenta unas dificultades que sólo puede vencer quien tenga un buen dominio del compás y del tiralíneas. Además, quien se atreva con este diagrama o con cualquier otro no puede ser un rotulador de tres al cuarto, puesto que es primordial la importancia que la rotulación tiene en este tipo de dibujos. Resumiendo: dibujar el diagrama del que hablamos requiere pulcritud y buen gusto.

Por todo ello vale la pena que estudiemos con un poco de detalle la forma correcta (una de ellas, porque sin duda encontrará usted otros caminos que le lleven al mismo resultado) de dibujar un diagrama como el que está dibujado en *Cosas del Oficio* de esta lección. Tenga en cuenta que en caso de que entre a trabajar en una oficina técnica, a la corta o a la larga, se encontrará metido en cálculos estadísticos; y ya ha visto cómo estos cálculos se traducen después en un diagrama o en un ábaco.

Lo que vamos a hacer es un ejercicio de delineación, una práctica de dibujo lineal, que a estas alturas del Curso debe resolver usted con absoluta precisión. Aquí ya no debe permitirse ningún desliz por poco conocimiento de los instrumentos que debe manejar. Compás y tiralíneas deben obedecerle sin reservas. Tome, pues, estos dos instrumentos, así como las escuadras y el lápiz, y vaya siguiendo en cualquier papel las distintas fases del trazado de nuestro diagrama.

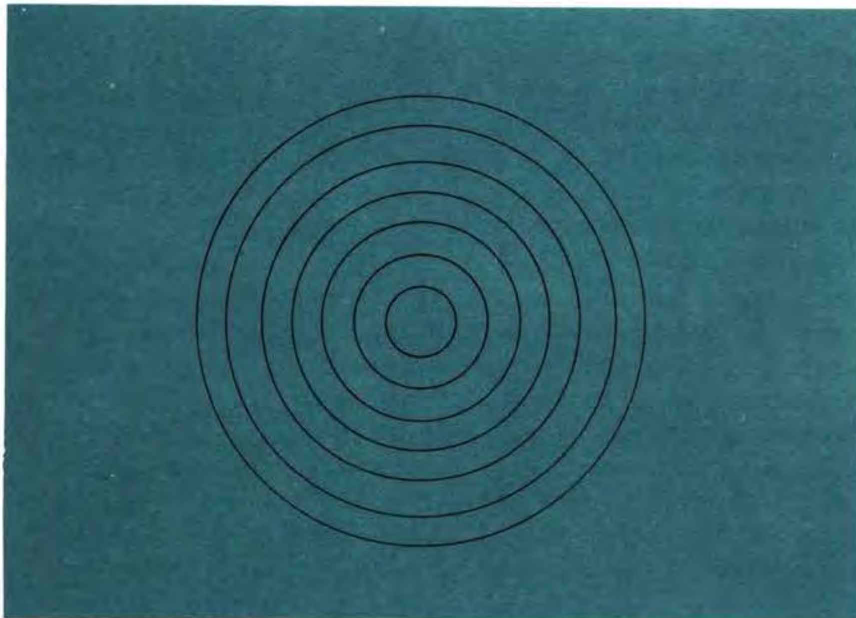
Tenemos la ventaja de que no se nos obliga a ninguna escala, por lo que podemos ajustar con absoluta libertad el tamaño del dibujo a las disponibilidades de papel. Supongamos que debemos realizar este ábaco en una lámina de formato DIN A4. Parta, pues, de la base de que los dibujos que ilustran esta explicación fueron dibujados en una lámina DIN A4 y reducidos después.

Mediante dos diagonales señalaremos el centro del recuadro, al que tomaremos también por centro del diagrama. Con un doble decímetro calcularemos el diámetro que nos interesa dar a la circunferencia exterior del diagrama. Se trata únicamente de calcular el tamaño que daremos al diagrama para que esté en consonancia con el tamaño de la lámina. Vemos que un diámetro de unos 14 cm es el que nos conviene. Por lo tanto, trazaremos una circunferencia de diámetro = 14 cm.



Ahora será cuestión de consultar los datos estadísticos sobre los que debemos estructurar el diagrama. Empezamos por ver que el máximo de producción pertenece al año 1959, con un total de 54'2 Dm^2 de baldosas. Nos interesa este dato, porque de él deberemos deducir la cantidad de circunferencias concéntricas a trazar, ya que cada circunferencia limita parte del sector que pertenece a cada año de producción. Podemos estipular que cada 10 mm de sector representarán 10 Dm^2 de baldosa producidos.

Por tanto, el segundo paso será el siguiente: trazaremos una vertical que pase por el centro de la circunferencia ya trazada. Sobre esta línea señalaremos, entre el centro y la circunferencia exterior, seis puntos por donde deberán pasar las circunferencias concéntricas que necesitamos. Por lo tanto, ya podemos trazar estas circunferencias.

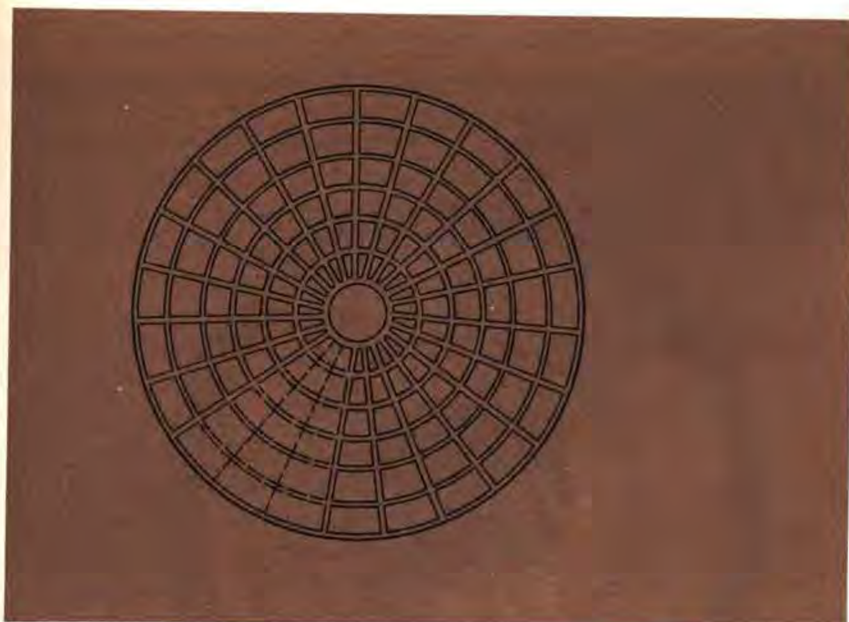


La *gracia* de este gráfico está precisamente en el hecho de que las líneas de separación entre las superficies que indican las cantidades de producción sean blancas en vez de ser negras. Esto quiere decir que ahora que dibujamos a lápiz deberemos reservar estos blancos que deben quedarnos en el dibujo definitivo a tinta. Señalemos ahora las franjas mediante nuevas circunferencias concéntricas, separadas un milímetro de las que ya tenemos trazadas, pero teniendo en cuenta que si nos interesa respetar el diámetro máximo de 14 cm, este milímetro deberemos contarlo hacia dentro, desde la circunferencia exterior hacia el centro del diagrama.



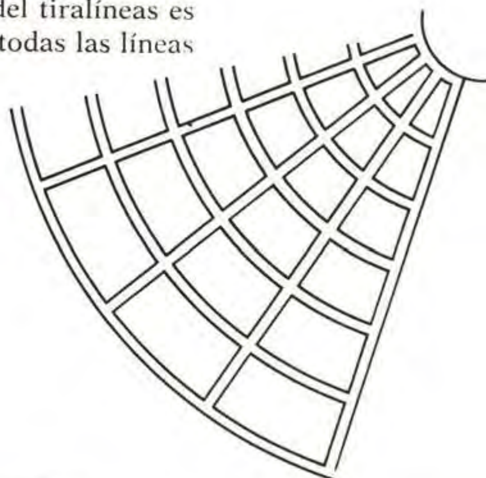
Necesitamos consultar de nuevo los datos estadísticos. Vemos que el diagrama debe comprender la producción de 20 años, por lo que deberemos dividir el círculo total en 23 sectores iguales. ¿Hemos dicho 23?... Pues sí, son 23 las divisiones que necesitamos por la razón de que precisamos un sector en blanco donde indicar las cantidades de Dm^2 y decir por medio de una rotulación qué son las cantidades indicadas. Por lo tanto, dividiremos la circunferencia exterior en 23 partes iguales, cosa que conseguiremos con facilidad si nos preocupamos de calcular la longitud de esta circunferencia ($2 \pi r$) y la dividimos entre 23.

Haga los cálculos y verá cómo necesita una división cada 19'12 mm *aproximadamente*. Destacamos este *aproximadamente* porque importa poco que el sector en blanco tenga medio milímetro más o medio milímetro menos. Al lado de estos puntos encontrados señalaremos otro punto, con la ayuda del doble decímetro, separado un milímetro del que ya tenemos. Trazaremos radios desde estos puntos de la circunferencia exterior y tendremos indicadas las franjas que debemos reservar en blanco. Para evitar un posible descuido, es mejor borrar todas las líneas que quedan en el sector que necesitamos en blanco para indicar el índice de valores.



¡Y ya tenemos todo preparado para trabajar a tinta! Ahora empieza el trabajo delicado, donde nos demostrará si su dominio del tiralíneas es completo. Le advertimos que es muy difícil conseguir que todas las líneas terminen justamente donde deben terminar:

Lograr este reticulado que señalamos al margen, donde tiene un fragmento del diagrama sin rellenar aún. Conseguir esto es lo más difícil de este ejercicio.

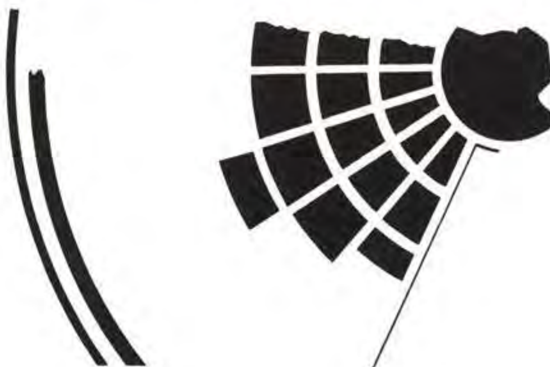


Sólo queda rellenar de negro (u otro color) los espacios necesarios. Para ello debemos partir del dato que ya tenemos señalado: que desde una circunferencia a otra tendremos representada una producción de 10 Dm². Si la producción estuviese indicada en múltiplos de diez, los espacios negros cincidirían todos con una de las circunferencias concéntricas; pero vemos en los datos estadísticos que no ocurre así. Por ejemplo: en el año 1940 tenemos una producción de 24'6 Dm², con lo cual el espacio a rellenar comprenderá, en el sector correspondiente a este año, dos circunferencias y *algo más.*

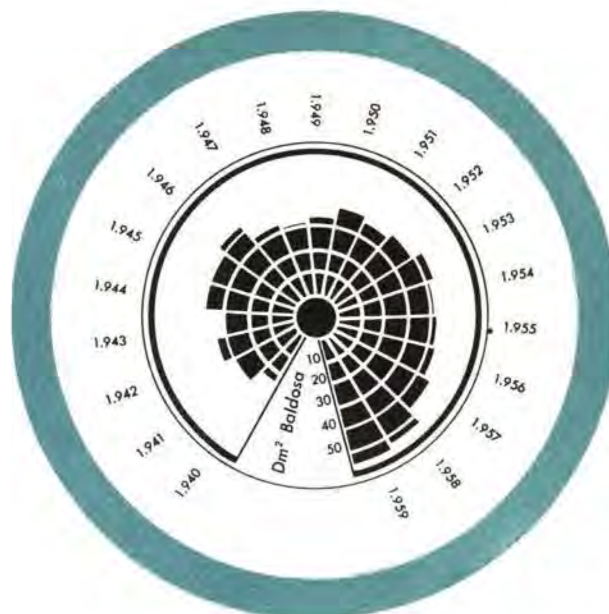
Este algo más corresponderá a los 4'6 Dm², que exceden de los 20 que podemos señalar por medio de las circunferencias concéntricas trazadas. Lo comprende, ¿verdad?... Por lo tanto, entre la circunferencia de los 20 Dm² y la que señala los 30 Dm² deberemos señalar el límite del espacio que indique la producción total del año 1940.

Si entre los 20 y 30 Dm² hacemos diez divisiones iguales, tomaremos cuatro de ellas y un poquitín más para que no sea dicho que no tenemos en cuenta estos 0'6 Dm² que sobrepasan de los 24 Dm² justos.

Vea al margen un fragmento completamente terminado de este diagrama. Todos estos fragmentos están reproducidos a tamaño natural.



Finalmente, vea el diagrama ya terminado reducido al tamaño conveniente para poder ser incluído en estas páginas.



Falta decir que la operación de relleno puede efectuarse con una plumilla, con el mismo tiralíneas o con un pincel muy fino. De estos tres procedimientos, le recomiendo particularmente el último. Es, cierto, el que requiere un mayor dominio del pulso; pero es con el que pueden obtenerse superficies de tono más uniforme, sin este color *ala de mosca* tan característico de las superficies pintadas con tinta china mediante un espesor poco uniforme.

EJERCICIO N.° 17 CONVERSION DEL DIAGRAMA ANTERIOR EN UN ABACO SENCILLO

Se trata ahora de expresar, por medio de un ábaco, los datos de producción que tenemos en forma de diagrama. En vez de tener expresadas las cantidades producidas por medio de una superficie, las expresaremos por una línea que relacione el año con la cantidad de Dm^2 de baldosas producidas en el mismo.

Vamos a suponer que debemos dibujar este ábaco en una lámina de formato DIN A4. Lo primero que deberemos hacer es calcular la longitud que debemos dar a cada uno de los dos ejes coordenados. Sobre el eje de abscisas señalaremos los años, y sobre el de ordenadas los Dm^2 de baldosa producidos. Una vez puestos de acuerdo sobre esta determinación, calculemos la dimensión que deberemos dar a los ejes.

El formato DIN A4, tiene, como usted sabe, unas medidas de 297 por 210 mm, pero hemos de dejar un prudencial margen alrededor, margen que será mayor en el lateral izquierdo y en el lado inferior ya que deben ir los datos que atañen a los ejes coordenados, nos quedan en realidad una superficie útil bastante menor.

Descontando un margen de 36 mm por debajo del eje de abscisas y de 25 a la izquierda del eje de ordenadas nos resta un rectángulo de 272 x 174 mm como medida máxima, esto es, si no dejáramos margen alguno arriba y a la derecha del diagrama. Lo lógico es que elijamos una cantidad algo inferior para permitir dichos márgenes, cantidad que además debemos hacer cómodamente divisible por el número de divisiones o casillas que precisemos.

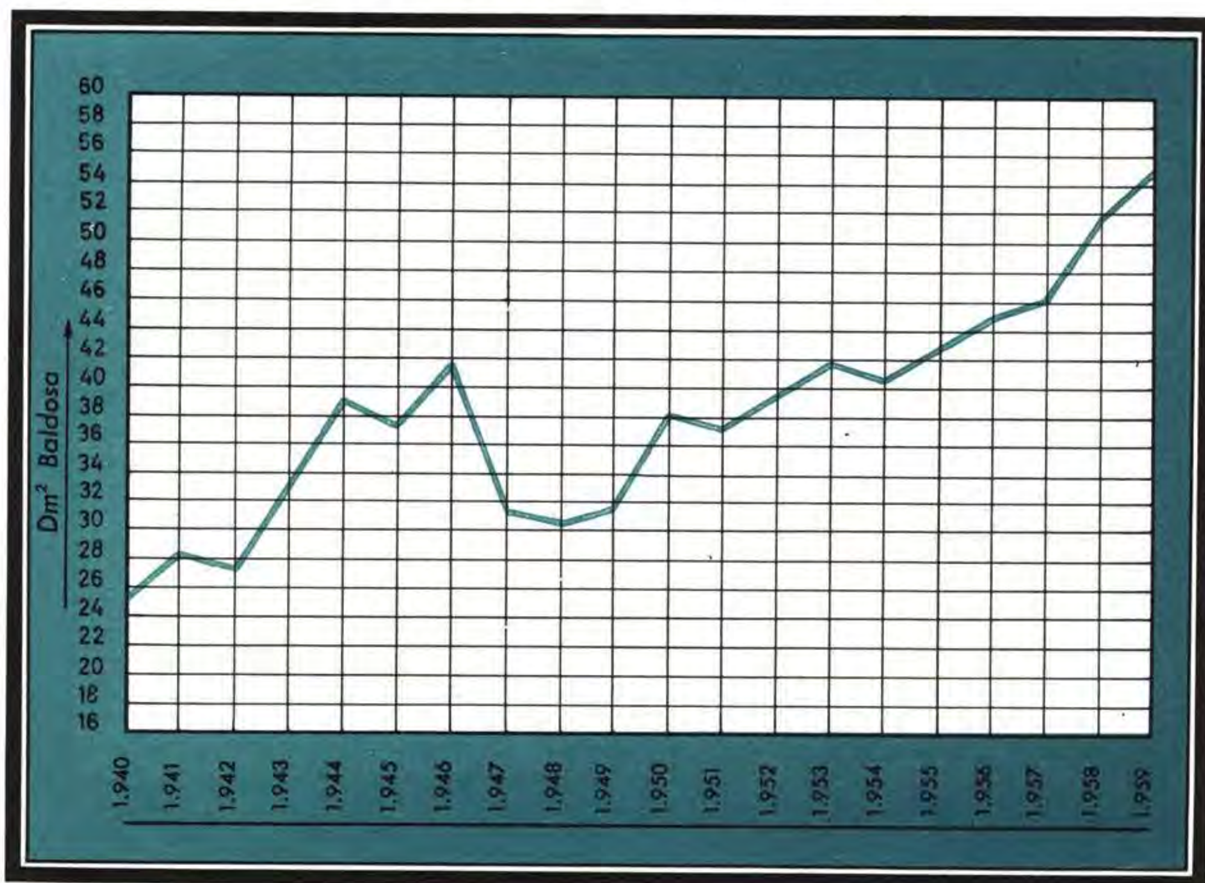
Así, en la columna representada por el eje de ordenadas nos basta con comenzar en 16 Dm^2 de baldosas para terminar en 60, cifras que cubren holgadamente los límites de producción que debemos consignar. Si a cada división le hacemos abarcar 2 Dm^2 precisaremos 22 divisiones, que a 7 mm cada una nos cubre una longitud de 154 mm y como disponemos de 174 nos restarán 20 como margen superior.

Respecto al eje de abscisas sabemos que debemos consignar 20 años. Por simple tanteo podemos llegar a la conclusión de que separando los años de 13 en 13 precisaremos 260 mm, permitiéndonos un margen a su derecha de 12.

A continuación procederemos a trazar el recticulado correspondiente sobre el que habremos de marcar la línea indicativos de la producción de baldosas en los diferentes años.

Tomando los datos estadísticos señalamos los puntos que, sobre las verticales de cada año, señalan la altura correspondiente al número de Dm^2 de baldosas producido por la empresa.

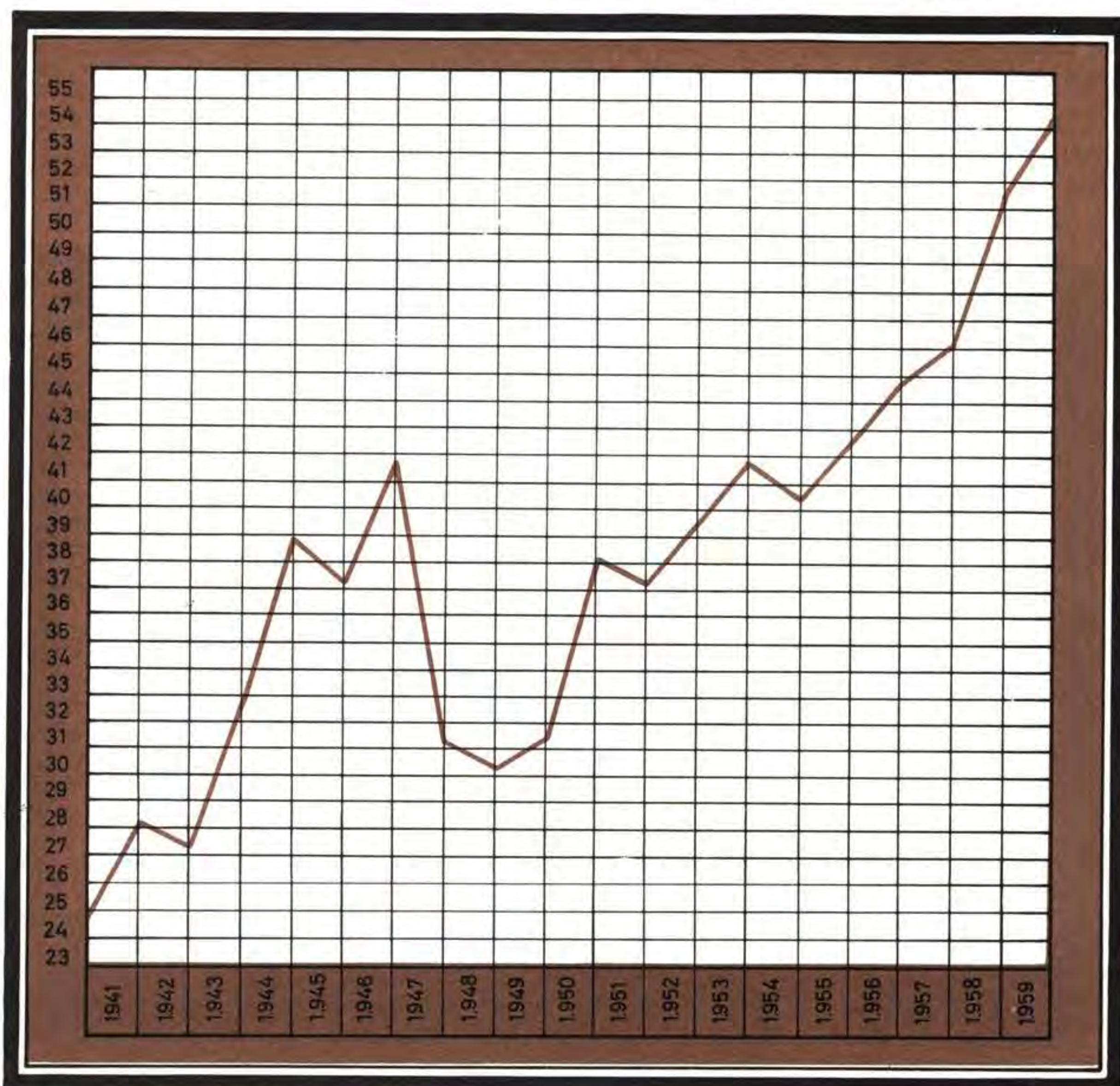
Unimos estos puntos por medio de rectas y ¡asunto concluído!



EJERCICIO N.° 18 CAMBIO DE ESCALA EN UN ABACO

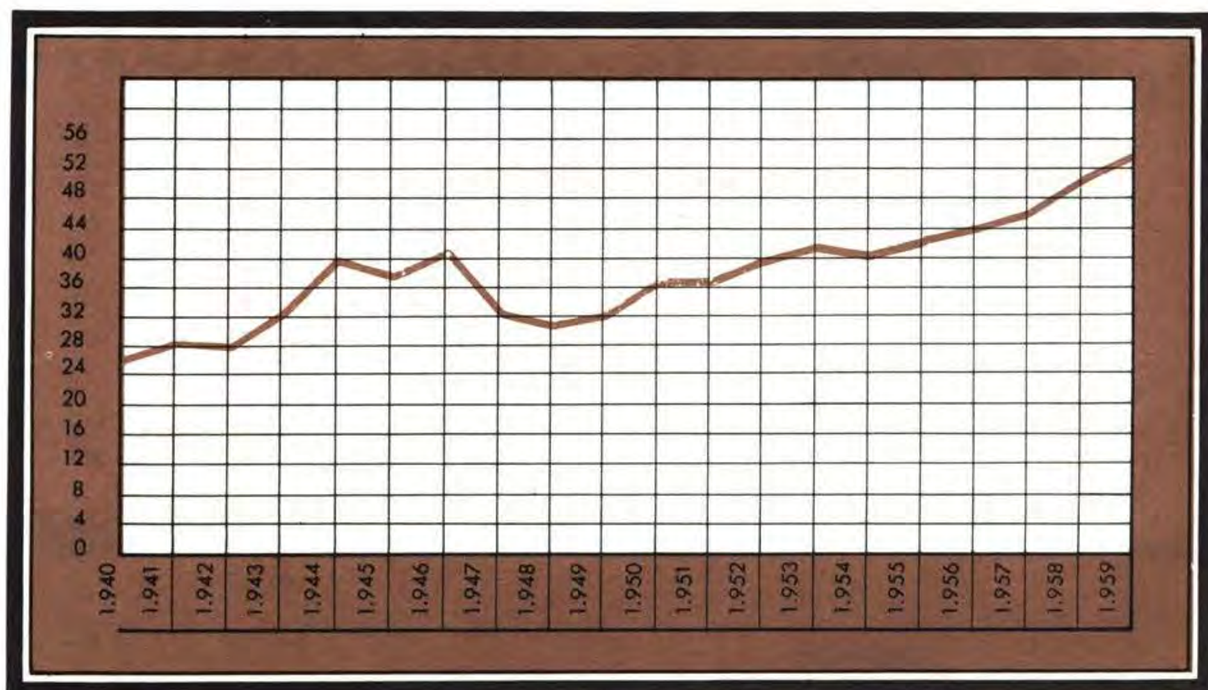
No nos referimos a un cambio de escala de proporción, sino a un truco sencillísimo para exagerar o amortiguar los *subes y bajas* de un determinado ábaco. En el que hemos construído ahora mismo, en conjunto se aprecia una línea ascendente, lo cual quiere decir que la empresa ha ido a más. Hay un aumento en la producción, cosa que es muy lógico que a la empresa le interese destacar. El cliente debe darse cuenta en seguida de esta circunstancia favorable. Es mejor que crea que la empresa va mejor de lo que en realidad va, a que crea que la cosa funciona peor. ¿Cómo conseguir este efecto?... ¡Muy fácil!...

Las divisiones de 7 mm serán por cada Dm^2 en vez de por cada 2 Dm^2. Además, en lugar de empezar a numerar el eje de ordenadas por 16 empezaremos por 23, puesto que la producción más baja es de 24'6 Dm^2. Con estas dos trampitas conseguiremos un ábaco más optimista, por decirlo así. La sensación de aumento es mucho mayor. Véalo:



El formato empleado en esta ocasión no es desde luego de norma DIN, cosa que, por otra parte, tratándose de diagramas poco importa.

Naturalmente, si en una estadística de producción resulta que en vez de un aumento hay una disminución progresiva, nos interesará lo contrario: *amortiguar* la caída. Tenemos dos soluciones: o disminuir la separación entre los datos del eje vertical, o separar más los datos del eje horizontal.



Y aquí cerramos este fugaz estudio sobre los tipos de gráfico más comunes.

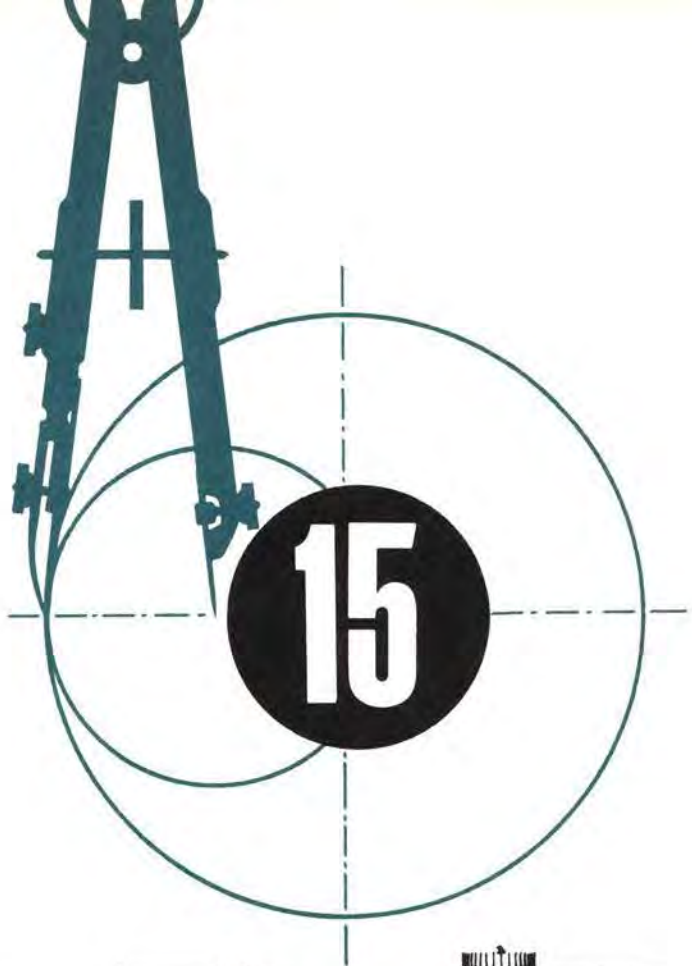








Proyectar es fácil



AFHA

DIBUJO TECNICO

Lección 3
GEOMETRIA DESCRIPTIVA
Estudio y desarrollo del tronco de cono
Estudio y desarrollo del casquete esférico

Lección 14
PRACTICAS
Un examen de delineante de 2.ª

geometría 3
descriptiva

DESARROLLO DEL TRONCO DE CONO RECTO - TRONCO DE CONO DE BASES NO PARALELAS - EL CASQUETE ESFERICO

ESTUDIO DEL TRONCO DE CONO

ORIGEN DEL TRONCO DE CONO. — Al hablar del cono, decíamos que un cono inclinado, de base elíptica, procedía de cortar un cono regular recto por un plano no paralelo a la base (fig. 1). La parte de arriba era el cono que nos ocupaba.

Pues bien: hoy vamos a dedicar nuestra atención a la parte de abajo, es decir, la que no tiene vértice. Es el llamado TRONCO DE CONO.

Por otra parte, si el plano sector resultaba paralelo al plano de la base (fig. 2), la parte superior era otro cono regular recto; la parte de abajo será un TRONCO DE CONO REGULAR.

De resultas de todo lo anterior, podemos decir, pues, que:

UN TRONCO DE CONO ES LA PORCIÓN DE CONO COMPRENDIDA ENTRE LA BASE DE ÉSTE Y LA SEGUNDA BASE QUE RESULTA DE CORTAR DICHO CONO POR UN PLANO QUE CORTA A TODAS SUS GENERATRICES.

SI EL PLANO SECTOR ES PARALELO A LA BASE PRIMITIVA DEL CONO Y ÉSTE ES REGULAR, EL TRONCO DE CONO RESULTA TAMBIÉN REGULAR.

Observemos que el tronco de cono tiene dos bases, de las cuales la superior es menor que la inferior. Si el tronco de cono es regular, ambas bases son círculos, y el eje del tronco de cono, siendo vertical, pasará por los centros de las dos bases. Si el tronco de cono no tiene sus bases paralelas y procede de un cono regular, la cara superior será una elipse y la inferior un círculo.

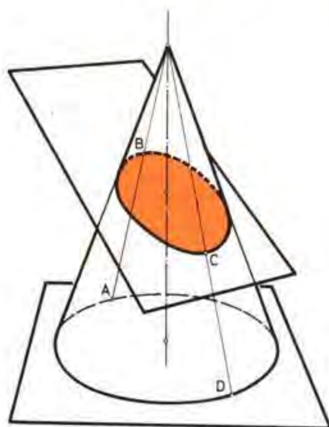
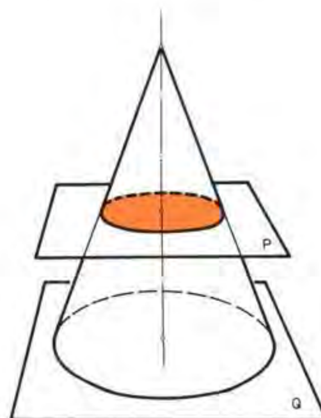


Fig. 1



DIBUJO Y REPRESENTACIÓN DEL TRONCO DE CONO. — Para dibujar un tronco de cono regular, con dos vistas (planta y alzado) basta, puesto que al ser un cuerpo de revolución, todos los alzados serán iguales.

En la vista en planta (figura 3) aparecerán únicamente dos circunferencias concéntricas, representando la mayor la base mayor del tronco de cono, y la menor la otra base.

La vista en alzado tomará la forma de un trapecio isósceles, cuya base mayor será igual al diámetro de la base mayor del tronco de cono, y cuya base menor será igual al diámetro de la base menor.

Vamos a ver ahora cómo representamos el tronco de cono representado en la figura 4, del que conocemos los diámetros, D y d, de las dos bases, y la altura H.



Fig. 3

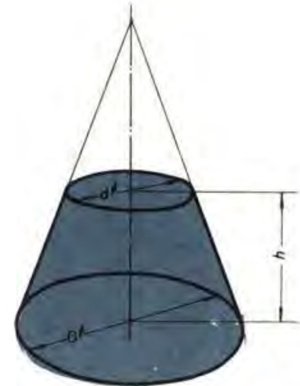


Fig. 4

Empezaremos por trazar la línea de tierra (fig. 5) y tomaremos un punto, por debajo de ella, tal como el O, de forma que la distancia de O a la línea de tierra sea mayor que el radio de la base mayor

Haciendo centro en O trazaremos los dos círculos concéntricos que se ven en la figura, de manera que sus diámetros sean D y d.

Tracemos ahora la recta A-A paralela a la línea de tierra T-T y a una distancia por encima de ella igual a H (altura del tronco de cono). Subiendo verticalmente los cuatro puntos B, C, E y F obtendremos en alzado los cuatro puntos 1, 2, 3 y 4 que, unidos mediante rectas, nos darán la proyección vertical del trono de cono.

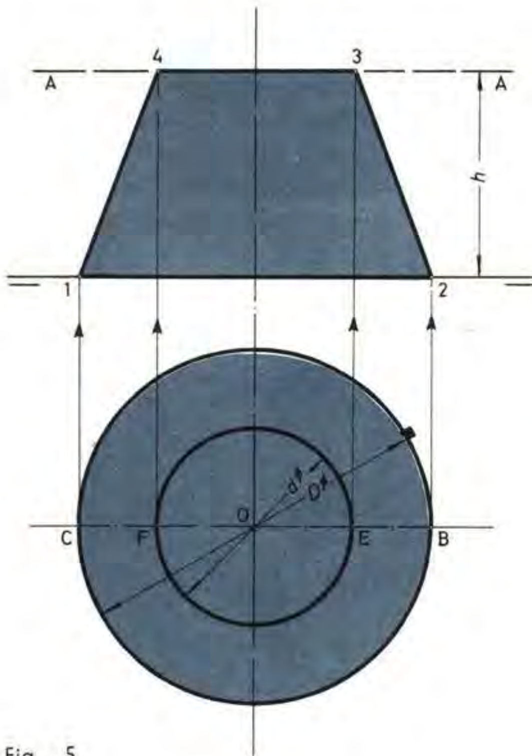


Fig. 5

Desarrollo del tronco de cono recto. — Escojamos nuevamente la figura 5, e intentemos dibujar el desarrollo de este tronco de cono. Dicho desarrollo será un sector de corona circular, con dos círculos añadidos, que representarán el desarrollo de las bases.

Se empieza por suponer que el tronco de cono se halla prolongado (fig. 6) de modo que forme todo el cono. Y se dibuja el desarrollo de este cono (fig. 7), cosa que ya hemos aprendido a hacer anteriormente.

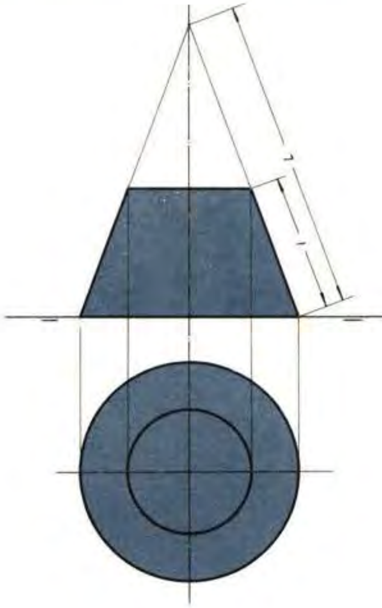


Fig. 6

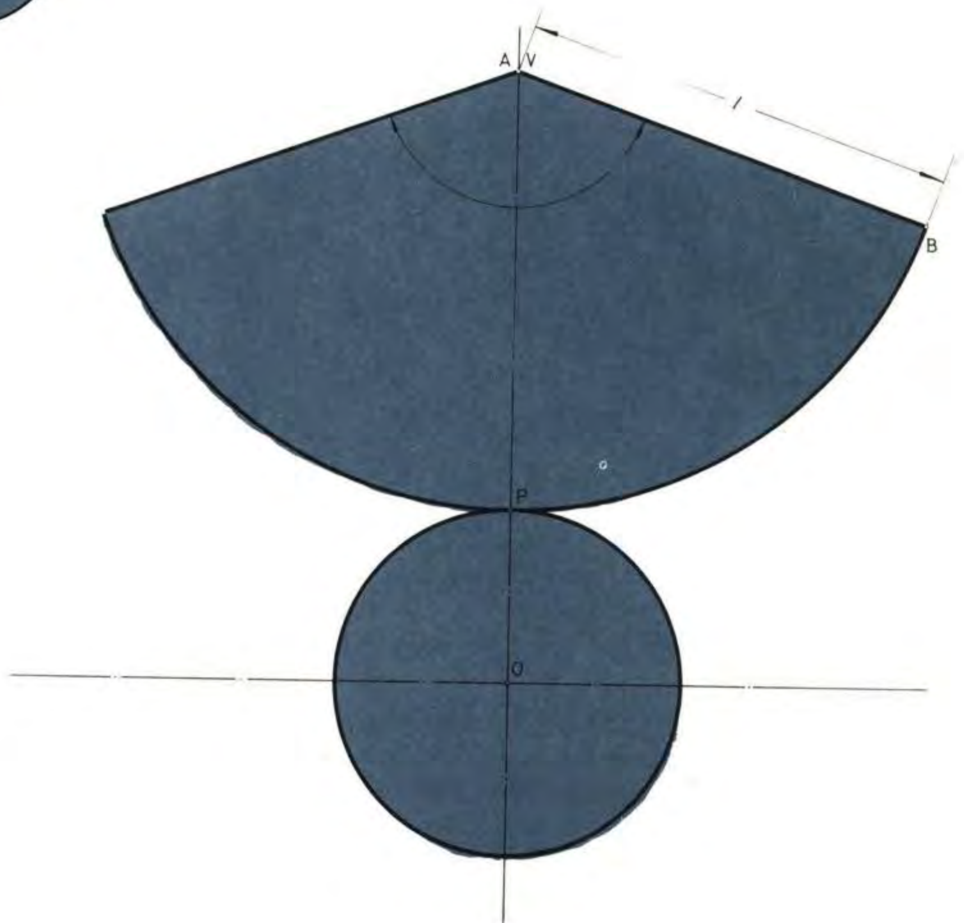


Fig. 7

Una vez hecho esto, sobre el lado A B (cuya longitud es la L de la figura 6) se marça el punto C (fig. 8) de forma que B C sea igual a la distancia 1 de la figura 7. Y con centro en A se traza el arco de círculo C D (fig. 8).

Trazando finalmente el círculo menor (el mayor ya se trazó al dibujar el desarrollo del cono total), el desarrollo queda terminado.

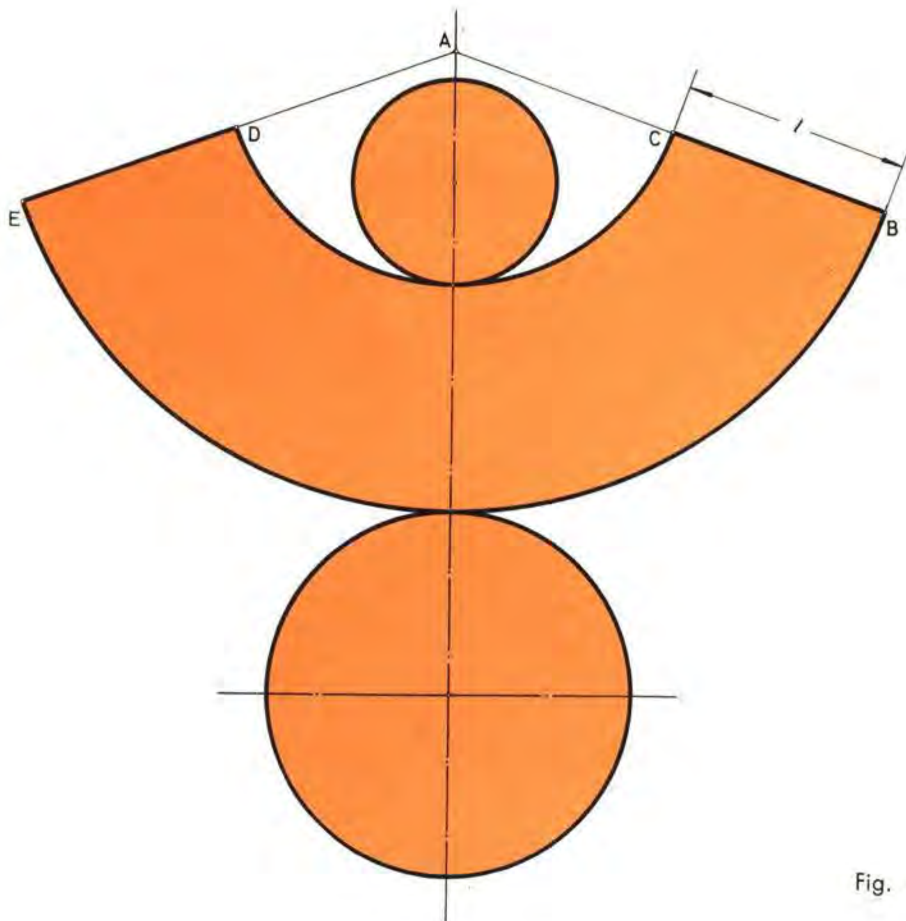


Fig. 8

TRONCO DE CONO DE BASES NO PARALELAS

TRONCO DE CONO DE BASES NO PARALELAS (fig. 9). — Se empieza, como siempre, marcando el punto O, cuya distancia a la línea de tierra sea mayor que el radio de la base del tronco de cono. Se trazan las vistas en planta y en alzado del cono entero, que serán una circunferencia en planta y un triángulo (con vértice superior V) en alzado. Se toman las medidas de las generatrices A C (trozo mayor de generatriz) y B D (trozo menor de generatriz) de la figura 9 y se tienen los puntos B y C de la vista en alzado. Uniendo B con C tengo el corte visto en alzado.

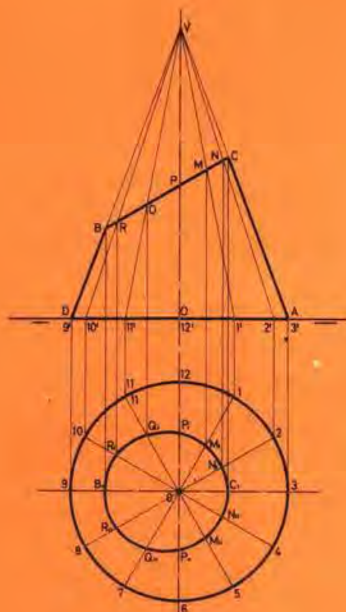


Fig. 9

Ahora bien: este corte es una elipse, cuya proyección en planta será una curva especial, que buscaremos por puntos. Para ello empezaremos, en la vista en planta, por dividir la circunferencia de centro O' en una serie de partes iguales, supongamos 12. Y trazamos los radios 0'1, 0'2, 0'3, 0'4, etc.

Subimos los puntos 1, 2, 3, 4, etc, sobre la línea de tierra T-T y tenemos los puntos 1', 2', A, O, M', 10', y D. Uniendo éstos con el vértice V, tengo las generatrices V1', V2', VA, VO, V11', V10', y VD, que cortan a la recta B C en los puntos M, N, C, P, Q, R y B.

Bajando ahora estos últimos puntos hallados a la vista en planta, tengo los M_1, M_2, N_1, N_2, C', P_1, P_2, Q_1, Q_2, R_1, R_2 y B', sobre cada uno de los radios trazados al principio. Uniendo a pulso estos últimos puntos hallados, tengo la curva-sección dibujada en planta.-

DIBUJO DE LA ELIPSE DE LA BASE SUPERIOR

Dibujo de la elipse de la base superior. (Fig. 11.) — Se traza la recta L-L, paralela a la B C, y sobre ella se toman los puntos B" y C". La distancia B" C" será la medida del eje mayor de la elipse que tratamos de dibujar.

Marcamos el punto medio S del segmento B C, y lo bajamos a la vista en planta, en donde obtendremos los punttos S_1 y S_2.

Esta distancia S_1S_2 será la medida del eje menor de la elipse.

Teniendo ya las medidas de los dos ejes principales de la elipse, ya sabemos dibujarla.

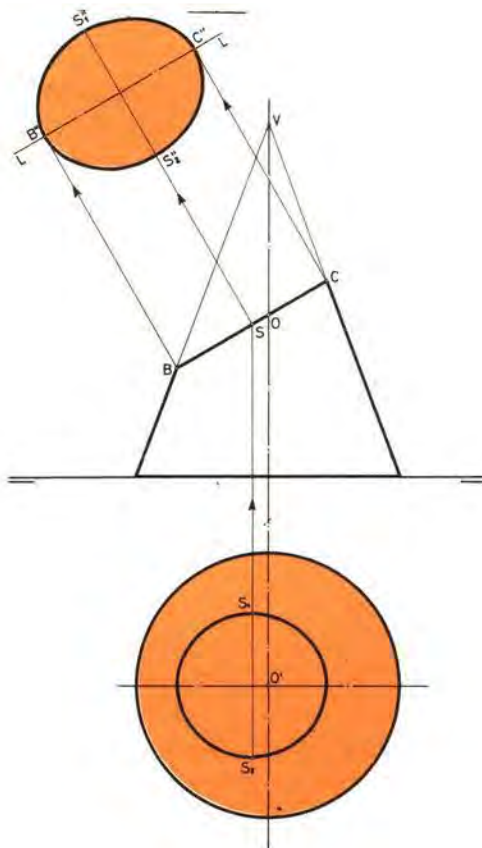


Fig. 10

TRAZADO DEL DESARROLLO DEL TRONCO DE CONO INCLINADO. — La figura que ha de resultar ha de ser del tipo de la de la figura 12.

Empezaremos por trazar el desarrollo total del cono consistente en el sector circular de vértice P y arco 3-3, y el círculo o centro O (figura 12).

Dividamos este sector circular en 12 partes iguales, por ejemplo; lo mismo que hagamos con el círculo inferior de la figura 9. Tendremos así 12 generatrices del cono. Vamos a buscar ahora los puntos M, Ñ, Q, R, S, U y T de la figura 12, partiendo de la representación de la figura 11.

Para empezar, tomaremos la distancia V C de la figura 11, y la pondremos sobre las dos generatrices P3 de la figura 13, a partir de P, con lo que tendremos los puntos M.

Luego tomaremos la medida V B de la figura 11, y la colocaremos sobre la generatriz P9 de la figura 13, a partir de P, con lo que obtendremos el punto T.

Vamos a buscar los puntos Ñ (fig. 12) situados sobre las generatrices P4 y P2. En la figura 12, las generatrices 4 y 2, en planta, son la O4 y la O2, y en alzado esla V2'. Esta V2' corta a BC en el punto Ñ'. Este Ñ', proyectado horizontalmente sobre la generatriz V A, nos da el punto Ñ. La distancia V Ñ es la pondremos, en la figura 12, sobre P4 y P2, a partir de P, para obtener los puntos Ñ.

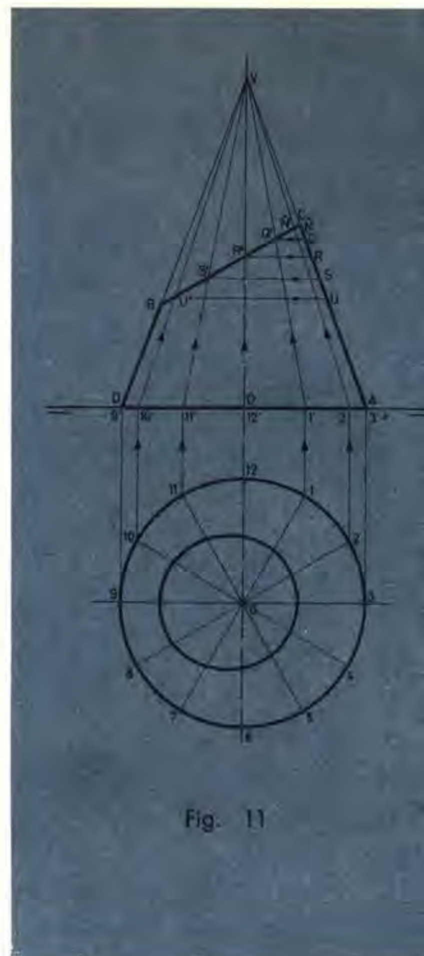


Fig. 11

Lo mismo haremos con los puntos Q, R, S y U, para los que, en la figura 12, deberemos buscar los puntos Q', R', S' y U', que, proyectados horizontalmente sobre V A, nos dan los Q, R, S y U, necesarios para marcar los homónimos de la figura 12.

Falta, finalmente, para completar el desarrollo, unir los puntos hallados mediante curva a pulso, y trazar la elipse de la base superior, cosas ambas que resulta obvio explicar.

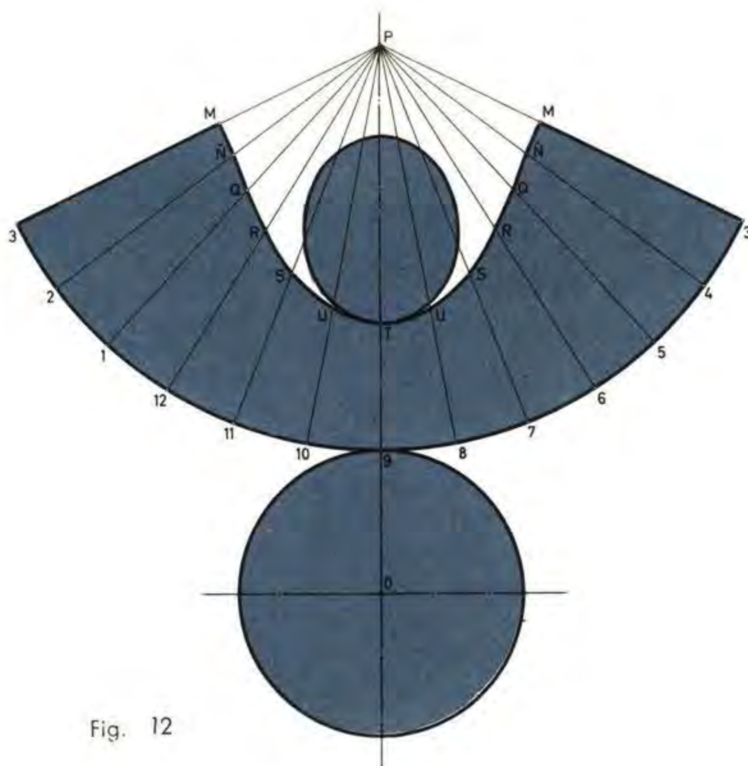


Fig. 12

ESTUDIO DEL CASQUETE ESFERICO
ULTIMOS DESARROLLOS

¡Albricias, amigo! Albricias, porque con este tema terminamos los estudios de Geometría. Con lo que llevamos tratado se ha preparado usted suficientemente para solucionar cuantos problemas puedan presentarse durante el desarrollo de un proyecto.

Decir o repetir que la Geometría es una asignatura de primerísima necesidad para el proyectista, es algo que a estas alturas es innecesario. Sus ya nada despreciables conocimientos son suficientes para demostrarle que sin Geometría no hay posibilidad de resolver el plano más sencillo. Felicítese, pues, porque una vez acabado el estudio de este tema, último de Geometría que encontrará en este tratado, no sólo estará en condiciones de solucionar un plano sencillo, sino que lo estará para solucionar cuantos planos puedan darle a dibujar, por muchas complicaciones que encierren.

No, no hablaremos más de Geometría... cosa que quizás a usted le parecerá de perlas. No es para menos: ahí es nada dejar de ver estos temas rellenitos de dibujos y de fórmulas... que es lo peor. Pero, amigo, los tragos amargos son los que más valen a la hora de la verdad; y yo le recomiendo que, aunque este trago haya pasado, de vez en cuando tome unos cuantos sorbitos para no olvidarse del todo de esta amargura de todo lo difícil. Sin literatura: no estaría nada mal que se impusiera la obligación de repasar un tema de Geometría por cada nueva lección que estudie. Hágalo, créame. Y hágalo con ganas, como si fuese la primera vez que lee los temas a repasar.

DESARROLLO DE LA ESFERA
CASQUETE ESFERICO
SU REPRESENTACION Y DESARROLLO

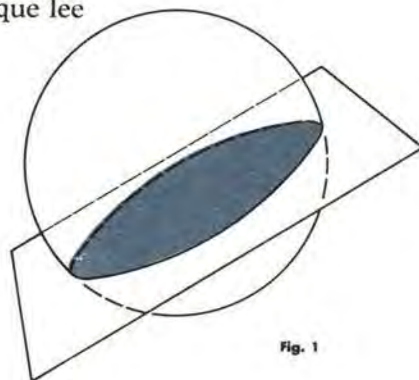


Fig. 1

INTERSECCIÓN DE UNA ESFERA Y UN PLANO. — Un plano, en general, cortará a una esfera en dos trozos, llamados CASQUETES ESFÉRICOS (ver figura 1). Si el plano pasa por el centro de la esfera, ambos casquetes serán iguales entre sí e iguales, ambos, a media esfera cada uno, eso es, serán dos semiesferas. Si el plano no pasa por el centro, los dos casquetes no serán iguales, siendo uno mayor que la semiesfera y menor el otro.

Veamos cómo se representa un casquete esférico (figura 2). En la vista en planta (parte inferior) aparece como un círculo de radio r, igual al radio de la base del casquete. En la vista en alzado (parte superior) aparece como un segmento circular, perteneciente a una circunferencia de centro I, alineado con O', y radio R igual al radio de la esfera a la que pertenece el casquete.

DESARROLLO DE LA ESFERA. — El desarrollo de la esfera ya nos es conocido: es tal como indica la figura 3, en la cual R es el radio de dicha esfera. Veamos hoy con todo detalle cómo se dibuja dicho desarrollo.

Se traza un rectángulo A B C D, cuyos lados miden:

$$AC = \pi R$$
$$CD = 2\pi R$$

Es decir, que un lado de dicho rectángulo es doble que el otro.

A continuación se divide dicho rectángulo en dos partes iguales por medio de la horizontal E F, la cual se divide en 8 partes iguales, con lo que cada una de dichas partes medirá:

$$\frac{2\pi R}{8} = \frac{\pi R}{4}$$

Así habremos obtenido los puntos 1, 2, 3, 4, 5, 6 y 7.

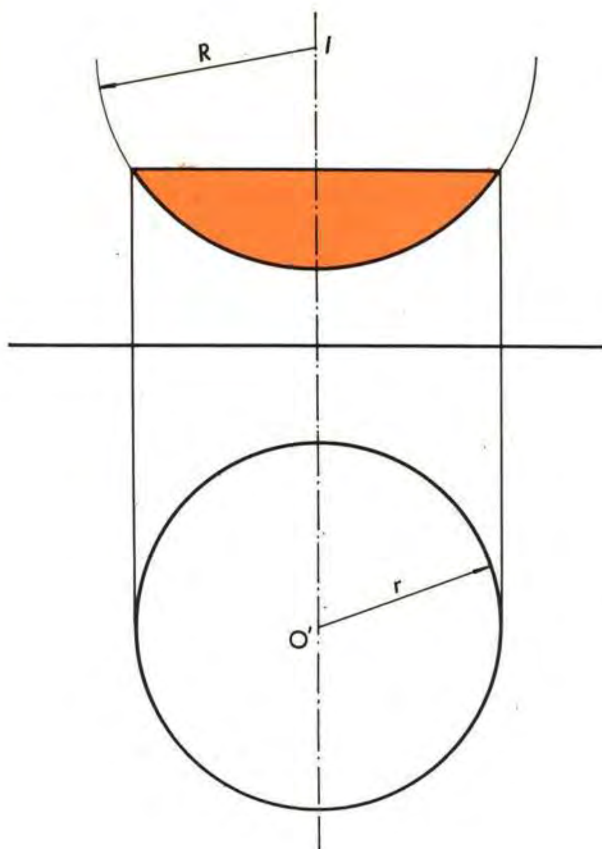
A continuación se divide la distancia entre los puntos 4 y 5 en cuatro partes iguales, y se toma la medida obtenida a derecha e izquierda del punto 4, con lo que se obtendrán los puntos 11 y 12. Esta misma medida se va colocando a la izquierda de los puntos 3, 2, 1 y E (con lo que obtendremos los puntos 10, 9, 8 y 16) y a la derecha de los puntos 5, 6, 7 y F (con lo que se obtendrán los puntos 13, 14, 15 y 20).

Ahora se toma la distancia que hay entre los puntos 15 y 20 y se va colocando a partir del punto 20 hacia la derecha, con lo que obtendremos los puntos 21, 22 y 23. Y esta misma medida se va colocando a la izquierda del punto 16, con lo que se obtendrán los puntos 17, 18 y 19.

Y ahora ya sólo resta trazar los arcos de círculo que se ven en la figura 3, y que se trazan de acuerdo con las instrucciones siguientes:

Arco	P E G,	con	centro	en el	punto	12
»	Q 1 H,	»	»	»	»	13
»	R 2 I,	»	»	»	»	14
»	S 3 J,	»	»	»	»	15
»	T 4 K,	»	»	»	»	20
»	U 5 L,	»	»	»	»	21
»	V 6 M,	»	»	»	»	22
»	X 7 N,	»	»	»	»	23

La otra mitad de la figura se logrará similarmente, teniendo en cuenta que la figura es simétrica.



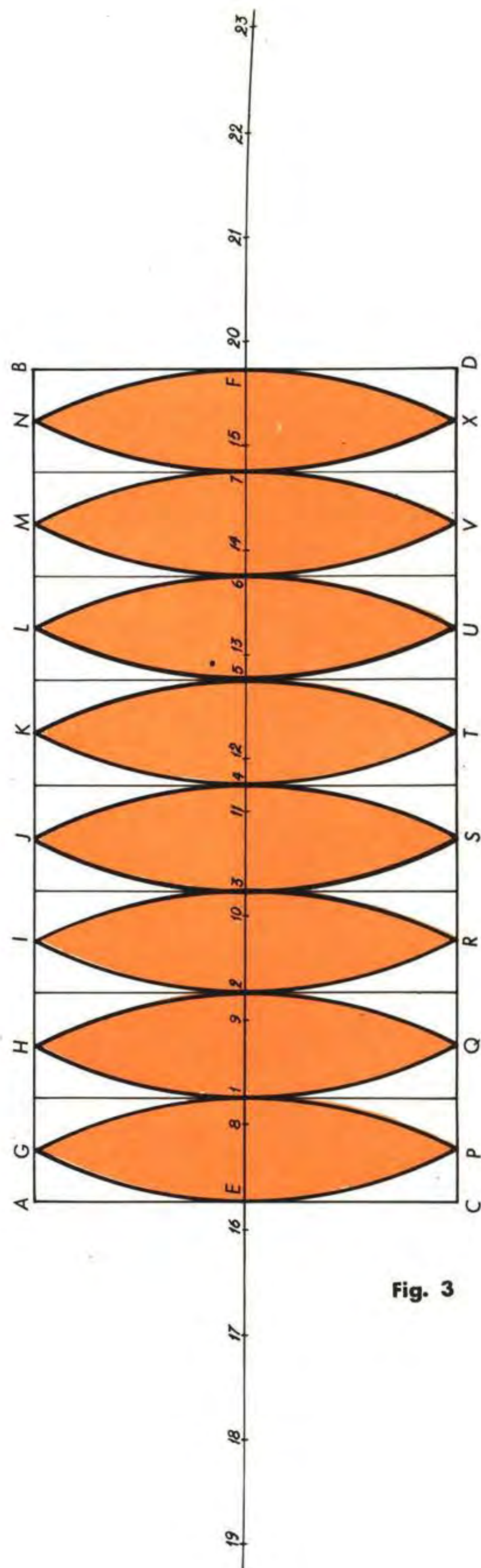


Fig. 3

Nota:

Vea en esta página las dos figuras correspondientes al texto de la anterior.

Alteramos la pauta seguida hasta el presente, para no vernos obligados a una reducción demasiado exagerada.

DESARROLLO DEL CASQUETE ESFÉRICO. — Lo deduciremos del desarrollo de la esfera, puesto que de ella procede.

Imaginemos el casquete tal como aparece en la figura 1, en la parte inferior.

De toda la superficie desarrollada de la esfera, presentada en la figura 3, sólo pertenece al casquete una determinada porción, que es la que aparece rayada en la figura 4.

El casquete vendrá dado, generalmente, por dos dimensiones: la altura h del casquete (fig. 5) y el radio r de la base del mismo. Veamos, con estos dos datos, cómo dibujamos el desarrollo.

Necesitamos conocer el valor de la l de la figura 4, o lo que es lo mismo la l de la figura 6.

Para ello precisamos conocer, asimismo, el valor del ángulo α y el radio R de la esfera a la que pertenece el casquete.

Para saber el valor del ángulo nos valdremos de la fórmula:

$$\text{sen } \alpha = \frac{2rh}{r^2 + h^2}$$

Fórmula que obtendremos de efectuar unas operaciones matemáticas que, para su mejor comprensión, desarrollamos independientemente en la pág. 586.

Una vez conocido el seno, las tablas trigonométricas nos darán el valor *n* del ángulo α, en grados.

El radio R de la esfera lo encontraremos mediante la relación:

$$R = \frac{r}{\text{sen } \alpha}$$ (Ver, asimismo, explicación en la página 586.)

Con cuyos datos podemos ya aplicar la fórmula de la longitud de un arco de circunferencia (7° grupo de lecciones, pág. 255), es decir, el valor de la l, o sea:

$$l = \frac{\pi R n}{180}$$

Veamos un caso práctico: r = 60 cm.
h = 30 cm.

El seno de α valdrá:

$$\text{sen } \alpha = \frac{2rh}{r^2 + h^2} = \frac{2 \times 60 \times 30}{60^2 + 30^2} = 0'8$$

A este seno de 0'8 le corresponde un ángulo aproximado de unos 53°, según las tablas trigonométricas.

El valor del radio R de la esfera valdrá:

$$R = \frac{r}{\text{sen } \alpha} = \frac{60}{0'8} = 75 \text{ cm.}$$

Y, finalmente, el valor de *l* será:

$$l = \frac{\pi R n}{180} = \frac{3'14 \times 75 \times 53}{180} = 69'34 \text{ cm.}$$

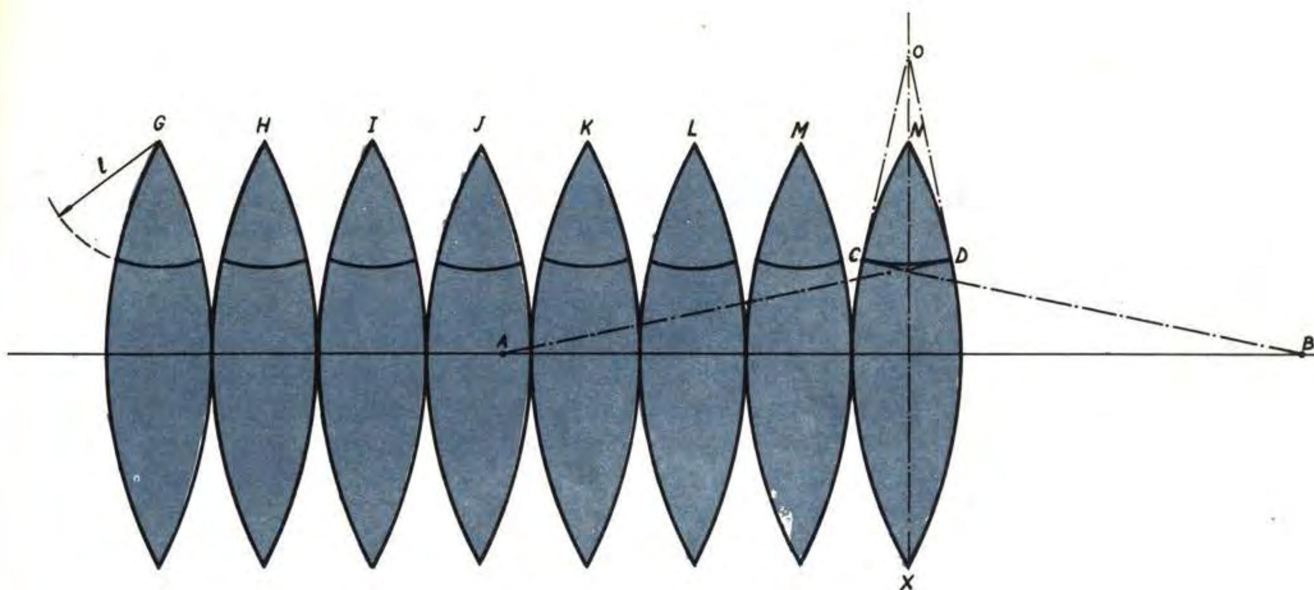


Fig. 4

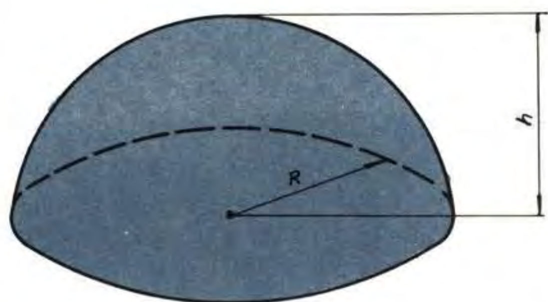


Fig. 5

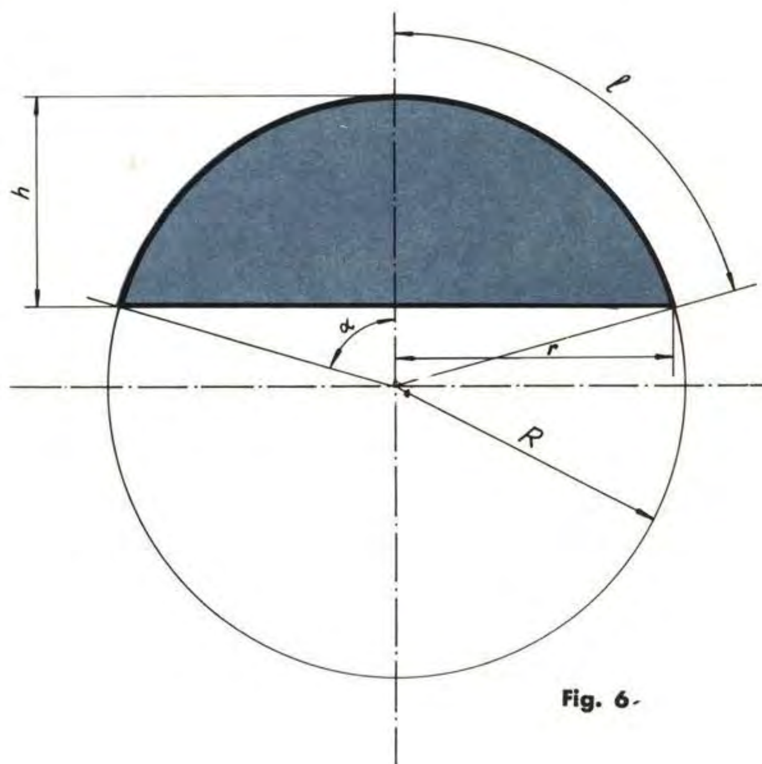


Fig. 6

Teniendo ya los datos necesarios, vamos a trazar el desarrollo empezando por el de la esfera total, para lo cual el rectángulo A B C D de la figura 3 tendrá unas medidas, en nuestro caso, de:

$$A\,C = \pi R = 3'14 \times 75 = 235'50 \text{ cm.}$$
$$C\,D = 2\pi R = 3'14 \times 75 \times 2 = 471 \text{ cm.}$$

No vamos a repetir ahora el proceso para llegar al final del desarrollo de nuestra esfera, puesto que ya ha quedado suficientemente explicado.

Partamos del desarrollo listo de la esfera, de la figura 4. Con centro en los puntos G, H, I, J, K, L, M y N, y radio igual a 69'34 (valor de *l*) trazaremos los arcos de círculo de radio *l*, que nos darán las zonas rayadas. Estas ocho zonas son ya el desarrollo lateral del casquete. Hay, sin embargo, un inconveniente: que los ocho trozos están totalmente separados, con lo que, al recortarlos, nos quedarán ocho piezas sueltas. Veamos, partiendo de la figura 4, cómo se obtiene el correcto desarrollo definitivo del casquete, que es el representado en la figura 7.

En la figura 4 partiremos de cuatro puntos principales: A, B, C y D, de los cuales el A y el B son los centros que han servido para trazar los arcos de círculos (correspondientes a los puntos 11 y 23 de la figura 3). Unimos A con D y con C, y trazamos las rectas C O (perpendicular a C B) y D O (perpendicular a A D). Ambas rectas se cortan en el punto O, punto que, además, debe hallarse sobre la vertical X N.

Vayamos ahora, con todo ya preparado, a la figura 7. Tomemos un punto cualquiera O_1 sobre el papel. Con centro en O_1 y radio O N (de la figura 4) trazamos una circunferencia (c_1). Con centro en O_1 y radio O C (de la figura 4) trazamos otra circunferencia (c_2), que será concéntrica con la primera. Trazamos por O_1 una vertical O_1C_1, que corta a la circunferencia c_2 en el punto C_1.

Tomemos el compás y, con una obertura igual a C D (de la figura 4) trazamos, haciendo centro en C_1, los dos puntos D_1 y Q_1, de modo que $C_1D_1 = C_1Q_1 = C\,D$. Sin mover la obertura del compás, vamos marcando, sobre la circunferencia c_2, los puntos E_1, F_1, P_1, R_1, S_1 y T_1.

Se traza ahora una horizontal que pase por el punto C_1, y sobre ella se toman a derecha e izquierda de C_1 las distancias $C_1B_1 = C_1A_1 = C\,B$ (de la figura 4).

Trácese la circunferencia (c_3), de centro O_1 y que pasa por B_1 y A_1. Trácese a continuación la recta Q_1Z_1 perpendicular a Q_1O_1, la cual cortará a la circunferencia c_3 en el punto Z_1. La medida B_1Z_1 se va colocando sobre la circunferencia c_3,. partiendo de B_1 y Z_1, con lo que obtenemos los puntos 1, 2, 3, 4, 5 y 6.

Con la misma medida, y a partir de A_1, obtenemos los puntos 7, 8, 9, 10, 11, 12 y 13.

Ahora, con una obertura de compás igual a A_1C_1, y haciendo centro sucesivamente en los puntos A_1, B_1, Z_1, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 y 13, trazaremos los arcos de círculo que en la figura se ven.

Y haciendo centro en los puntos 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20 y 21, trazaremos los arcos T_1S_1, S_1R_1, R_1Q_1, Q_1C_1, C_1D_1, D_1E_1, E_1F_1 y F_1P_1.

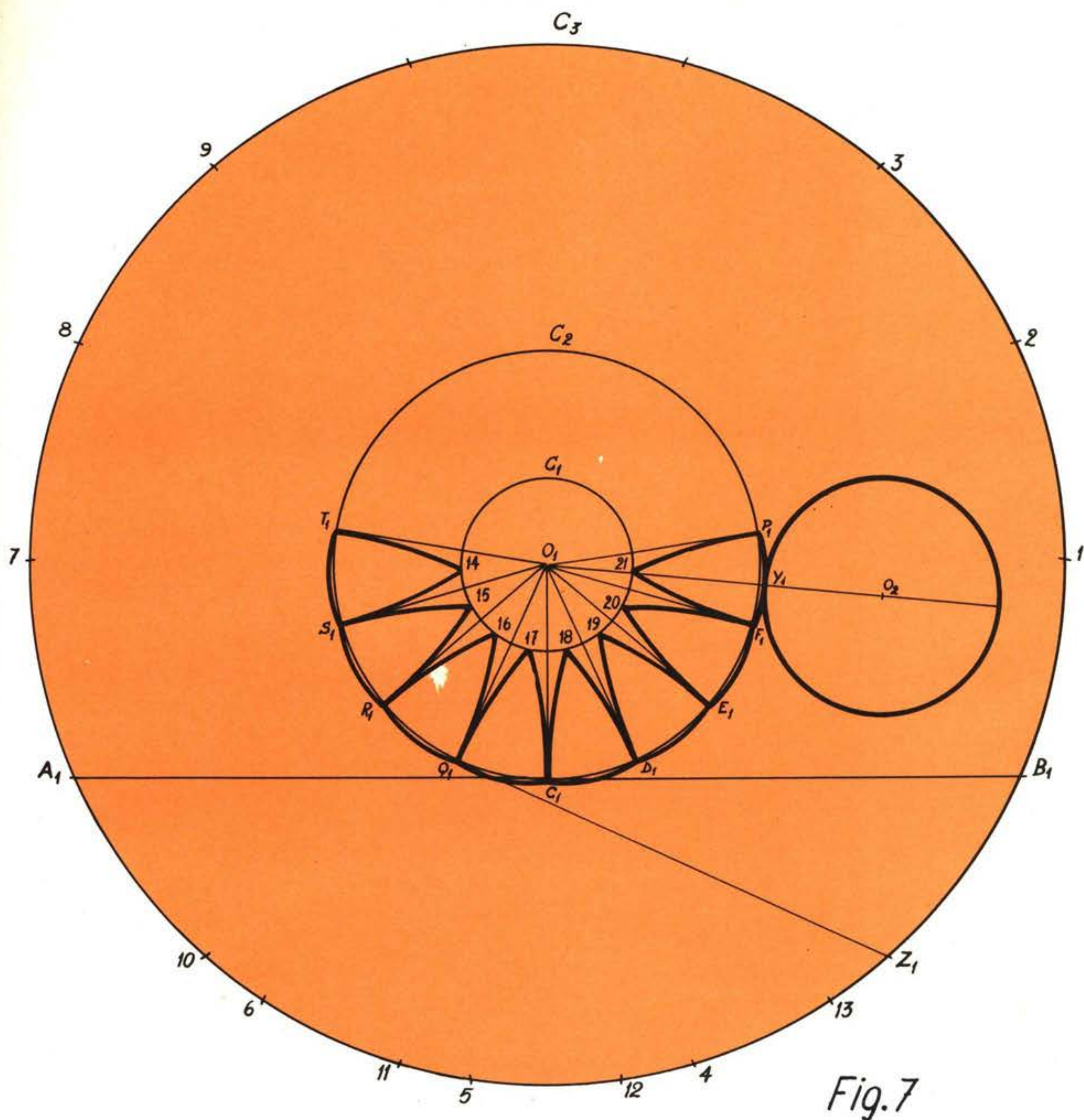
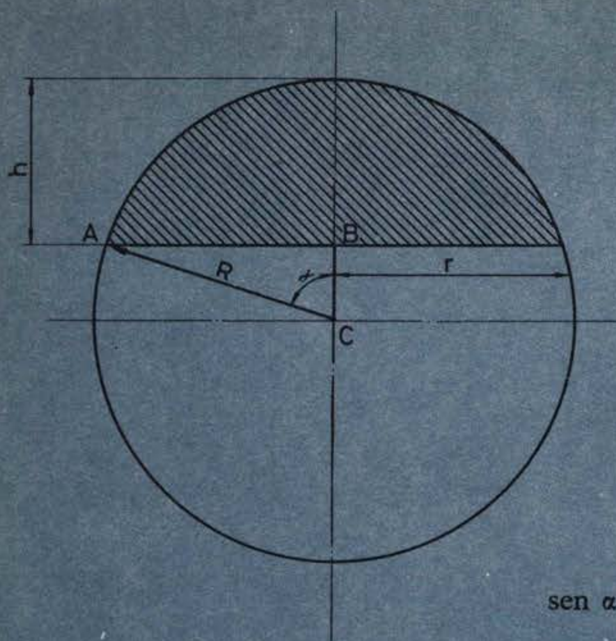


Fig. 7

Finalmente, falta sólo dibujar la base del casquete, que es una circunferencia de radio *r*. Para ello trazaremos una recta que pase por O_1 y el punto 21, y tomaremos sobre ella la distancia $Y_1O_2 = r$. El punto O_2 será el centro de la circunferencia, quedando listo el dibujo del desarrollo del casquete esférico.

SOLUCIONES MATEMATICAS



En la explicación del desarrollo del casquete esférico inserta en la pág. 588 nos hemos valido de dos expresiones, resultado de unas operaciones matemáticas que vamos a exponer a continuación:

Para ello, preste atención a la figura que ilustra esta página, que no es otra cosa que una repetición de la figura 6 de la pág. 589.

Empezaremos por hallar la expresión $R = \dfrac{r}{\text{sen } \alpha}$

En el triángulo rectángulo ABC de la figura, el seno del ángulo α es igual, según definición trigonométrica, al cateto opuesto AB dividido por la hipotenusa AC. Pero fíjese que AB no es otra cosa que r y AC es el radio R de la esfera.

Por tanto, podemos escribir:

$$\text{sen } \alpha = \frac{r}{R}; \text{ de donde: } \mathbf{R} = \frac{\mathbf{r}}{\textbf{sen } \alpha}$$

Y vamos con la expresión: $\text{sen } \alpha = \dfrac{2\,rh}{r^2 + h^2}$

Volviendo al citado triángulo ABC tenemos, según el teorema de Pitágoras, que el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos. La hipotenusa es R (radio de la esfera) y los catetos son: AB (o sea r) y BC (que es la diferencia entre el radio R y la altura h). Luego escribiremos:

$$R^2 = r^2 + (R - h)^2$$

El término $(R - h)^2$ se desarrolla matemáticamente, como usted sabe, como toda diferencia de dos números elevada al cuadrado, cuyo resultado es igual al cuadrado del primero menos el doble producto del primero por el segundo más el cuadrado del segundo, o sea $(R - h)^2 = R^2 - 2\,Rh + h^2$ de modo que la anterior fórmula queda así:

$$R^2 = r^2 + R^2 - 2\,Rh + h^2$$

Y sustituyendo el valor de R por su igualdad $\dfrac{r}{\text{sen } \alpha}$ tendremos:

$$\frac{r^2}{\text{sen}^2\, \alpha} = r^2 + \frac{r^2}{\text{sen}^2\, \alpha} - 2\,\frac{r}{\text{sen } \alpha}\,h + h^2$$

haciendo operaciones: $\dfrac{r^2}{\text{sen}^2\, \alpha}$, que figura en ambos miembros, desaparece, por lo que la igualdad toma esta expresión:

$$r^2 + h^2 - 2\,\frac{r}{\text{sen } \alpha}\,h = O \qquad \text{O sea:} \quad r^2 + h^2 - \frac{2\,rh}{\text{sen } \alpha} = O$$

De donde:

$$\textbf{sen } \alpha = \frac{\mathbf{2\,rh}}{\mathbf{r^2 + h^2}}$$

PRACTICAS 14





Usted, a modo de un esforzado atleta, habrá alcanzado al término de esta lección una meta importante.

Es posible que no esté del todo convencido de mis palabras y que le suenen un poco falsas, como el cumplido que se dedica a la persona con la que nos interesa *quedar bien.*

Sin embargo, es lo cierto. Los conocimientos que habrá adquirido durante el Curso deben haber obrado el milagro para hacerle exclamar: ¡SOY DELINEANTE DE SEGUNDA!

¿Quiere convencerse de esta verdad?... Le convenceré con muy poco esfuerzo; con sólo transcribirle la definición que da el Reglamento Nacional del Trabajo para la categoría de un Delineante Calquista. Dice así la definición del Reglamento Nacional del Trabajo:

«Delineante Calcador es el que limita sus actividades a copiar en papeles transparentes de tela o vegetal los dibujos, calcos o litografías que otros han preparado y a dibujar a escala croquis sencillos y bien interpretados.»

Y ahora dígame usted si no se siente capaz de ello. ¿No se atreve usted a calçar en papeles transparentes? ¿No se siente capaz de dibujar a escala un croquis si está claro y, además, es sencillo?...

Según eso, es usted un verdadero Calquista. Pero si nos hubiésemos limitado a darle los conocimientos que se exigen al calquista poco se hubiera hecho, esa es la verdad. Usted tiene unos conocimientos que (siguiendo con la definición dada por el Reglamento del Trabajo que rige actualmente) le sitúa de lleno en la categoría del Delineante de Segunda. Vea sino:

«Delineante de segunda es el Técnico (observe la aparición de la palabra Técnico) que además de los trabajos propios del calquista ejecuta, previa entrega de croquis, los planos de conjunto o parciales (despiece) bien precisados y correctamente acotados. Cubica y calcula el peso de materiales en piezas cuyas dimensiones están determinadas. Croquiza del natural piezas que él mismo dibuja y calca. Posee conocimientos rudimentarios de resistencia de materiales, proyecciones o acotamientos de menor cuantía.»

Ha llegado, pues, el momento de que se prepare a calibrar sus fuerzas y compruebe que está en condiciones de afrontar con éxito un examen de capacitación.

Para ello, y a fin de darle confianza, a más de servirle de guía, vamos, a lo largo de las páginas que siguen, a encontrar la solución, previo planteo, de un trabajo propio de delineante de segunda. Si sigue perfectamente el razonamiento y resolución del Ejercicio 19 que le proponemos, puede estar satisfecho. Habrá conseguido su propósito.

EJERCICIO 19

UN EXAMEN DE INGRESO EN UNA EMPRESA COMO DELINEANTE DE SEGUNDA

tarse: Calle Porvenir, núm. 10

DELINEANTES de 3ª y 2ª y PROYECTISTAS, faltan
Escribir: Publicidad SAGI, Rambla de Cataluña, 42, número 7.030

25-35 años

METALISTAS-LAMPAREROS
medio oficiales, operarios de 2.ª
Sicilia, 270

Almacenero, verificador

Este es un recorte de periódico con un anuncio cualquiera en el que una importante Empresa dice necesitar un Delineante de Segunda. Anuncios como éste aparecen casi a diario en los principales rotativos del mundo, cosa que dice bien a las claras la necesidad de técnicos que siente, en general, nuestra industria.

Bueno. El caso es que contestamos al anuncio y que recibimos una citación para someternos a una prueba. Llegamos al lugar de la cita y, tras presentar nuestro certificado de estudios o título que nos acredita como a Delineante de Segunda, nos dan el tema del examen. En un papel cualquiera nos entregan los croquis de un pilar metálico con todos los datos necesarios para que, una vez empezado el trabajo, no tengamos

necesidad de consultar con nadie. Los croquis en cuestión son los que representamos en las figuras 1, 2, 3, 4, 5, 6 y 7.

El encargo concreto es éste: hacer los planos de despiece, el de conjunto y calcular el peso del pilar, sabiendo que debe construirse con un hierro cuyo peso específico es de 7'6 Kg/dm^3.

Qué, ¿se atreve?... Si lo observa bien, verá que no es nada difícil y que sólo se requiere, además de los conocimientos que lleva adquiridos en estas 15 lecciones estudiadas, un poco de paciencia. Y si quiere convencerse de lo dicho, siga el razonamiento que debe llevarnos a la consecución de los planos y cálculos pedidos.



ENFOQUE DEL TRABAJO

En el Apéndice 1 (páginas 621 y siguientes), vienen impresos los croquis necesarios para emprender nuestra labor. Son las figuras 1, 2, 3, 4, 5, 6 y 7. Deberemos estudiar detenidamente estas figuras y hacernos cargo de lo que debemos dibujar. Un trabajo mental es premisa obligada en toda labor intelectual y nuestro examen lo es, ya que nos obligará a poner a prueba una serie de conocimientos adquiridos por el estudio de 15 lecciones consecutivas.

Se trata de dibujar, evidentemente, un pilar metálico de 4'5 metros de largo, compuesto de dos perfiles laminados de 180 mm, unidos cada 445 mm por unas tiras de plancha metálica de 120 mm de anchura. Todo esto se ve en la figura 1.

En la figura 2 se observa que estas tiras de plancha tienen un espesor de 10 mm y van unidas a los dos perfiles de vigueta U por medio de cuatro remaches.

La figura 2 nos muestra el pilar visto de frente y la figura 3 nos lo presenta visto de perfil. En la 4 se muestra la base del pilar vista por encima como si lo hubiéramos cortado según demuestra la figura 6, en la cual la misma base del pilar aparece en perspectiva.

La figura 6 es una vista en perspectiva de la parte superior del pilar: el capitel. Si en esta última vista en perspectiva (figura 6) quitamos las dos vigas superiores y la chapa de 10 mm de espesor (indicada como la pieza CS-2), y miramos el pilar por encima, lo veremos tal y como queda dibujado en la figura 7.

Hecho este repaso mental de las siete vistas que nos han dado, tenemos ya un punto de partida: vamos a dibujar, pieza por pieza, todos los

elementos que integran el pilar, desglosándolos en tres grandes grupos, cuya existencia nos sugiere la misma estructura del pilar. Estos grupos serán:

ARMAZON CENTRAL
CAPITEL SUPERIOR
BASE INFERIOR

Una vez tengamos dibujados todos los planos de despiece, efectuaremos el plano de conjunto de cada uno de los tres grupos anteriores y, finalmente, efectuaremos el plano de conjunto total, en tres vistas: dos alzados y una planta. O sea, que, en total, nuestra labor consistirá en:

Planos de despiece
Planos de grupo
Plano de conjunto

Finalmente, con los planos de despiece a la vista iremos calculando el peso, pieza por pieza, con el fin de obtener el peso total del pilar, por suma de todos los pesos parciales hallados.

LISTA DE PIEZAS

Sigamos razonando con lógica: antes de dibujar la colección de planos, deberemos numerar cada una de las piezas y darles una denominación, una nomenclatura particular, con el fin de tener el trabajo ordenado y poder hallar con rapidez el plano de cualquier pieza, una vez entreguemos la colección de planos.

Hemos dicho que vamos a dividir el pilar en tres partes: ARMAZÓN CENTRAL, CAPITEL SUPERIOR, BASE INFERIOR. Pues bien: a toda pieza perteneciente al armazón central la vamos a designar con las iniciales AC (Armazón central). A toda pieza perteneciente al capitel superior la vamos a designar inicialmente con las letras CS (Capitel superior). Y la numeración de toda pieza que forme parte de la base inferior la encabezaremos con las iniciales BI (Base inferior).

Se ha dado un paso importante que nos permite pensar en la lista de piezas necesarias. La sacaremos de los diversos croquis que nos han entregado y será ésta:

GRUPO	NUM.	DENOMINACION
Armazón Central	AC-1	Viguetas armazón
	AC-2	Placa de unión
Capitel Superior	CS-1	Tope
	CS-2	Placa de apoyo
	CS-3	Angulo soporte
	CS-4	Angulo de unión
	CS-5	Placa de refuerzo
Base Inferior	BI-1	Placa base
	BI-2	Placa vertical
	BI-3	Angulo fijación placa
	BI-4	Angulo fijación pilar
	BI-5	Chapa especial
	BI-6	U de refuerzo

DESPIECES

a. — DESPIECES DEL GRUPO ARMAZÓN CENTRAL 1.

Empezaremos, como es natural, por el primer grupo: el Armazón Central. Como puede verse en la figura 6, está formada por dos viguetas U-18 que, de arriba a abajo, determinan toda la longitud del pilar al sumárseles el grueso de una plancha superior de 10 mm de espesor y una inferior de 15 mm. Vea para comprobarlo las figuras 2 y 3. Según eso, siendo la longitud del pilar de un total de 4.500 mm como queda indicado en la figura 1, cada una de las dos viguetas U-18 deberán tener una longitud de 4.500 mm menos el espesor de las dos chapas que las limitan por encima y por debajo.

$$4.500 - 10 - 15 = 4.475 \text{ mm}$$

No tendremos más que dibujar una vigueta U-18 con una longitud de 4.475 mm, siguiendo para ello las normas dadas en las tablas que entregamos en la lección anterior y señalar sobre ellas los taladros de 20 mm de diámetro para los remaches. Todo eso lo deducimos al tener los croquis 2 y 3 ante nuestra vista. El plano AC-1, el primero de la serie que vamos a dibujar, quedará como se indica en la página siguiente.

Vamos a por el segundo plano de despiece. Será el perteneciente a las tiras de plancha de 10 mm de espesor que unen las dos viguetas U. El plano de cada una de estas piezas (12 en total) puede verlo en la página 612.

Sentimos que esta vez deba andar buscando los gráficos en páginas distintas de las que llevan impreso el texto de referencia. Comprendemos que es una lata, pero no ha habido más remedio, so pena de cargarle a usted la láminas o de reducir los planos de origen hasta la exageración. La forma alargada de algunos de los planos del pilar metálico que nos ocupa, es la causa que nos ha forzado a alterar lo que es norma en nuestras leciones: que el gráfiico correspondiente a cada texto pueda localizarse sin ningún esfuerzo. Por esta vez, perdone la molestia que con ello podamos ocasionarle.

Pensemos en el rótulo de este plano. La pieza es la AC-2 y, según se desprende de la figura 1, necesitamos seis piezas por lado, o sea un total de doce piezas iguales. Luego, el rótulo debe llevar la indicación precisa para saber el número de piezas a fabricar.

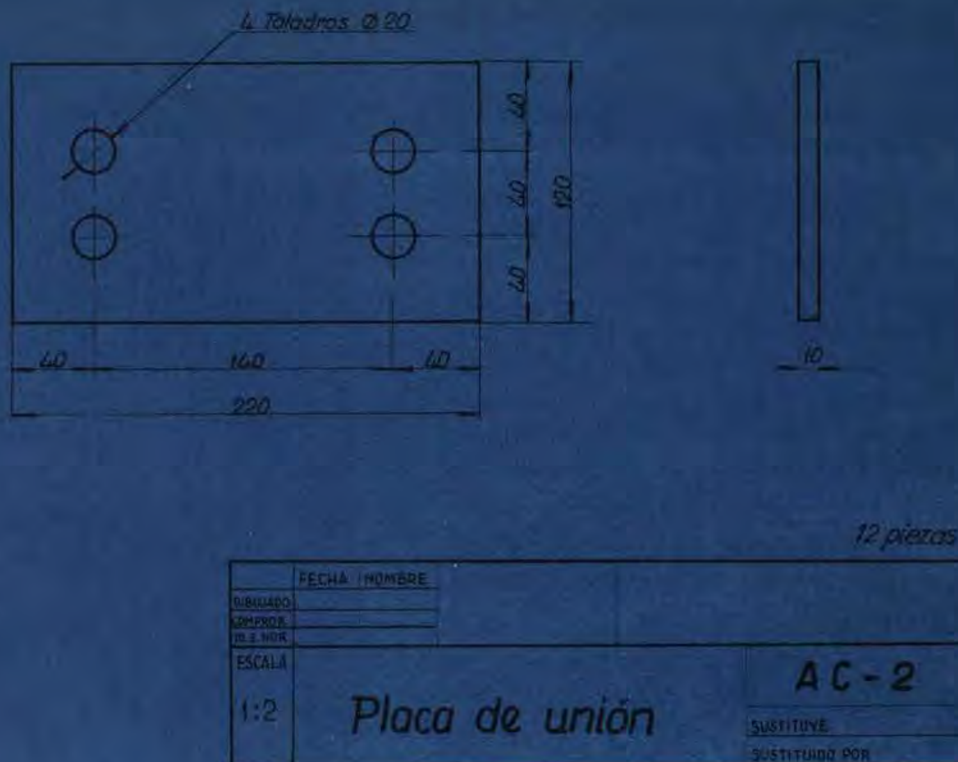
La notación del número de piezas a construir se acostumbra a poner inmediatamente por encima del cajetín del rótulo. Los cajetines de planos de conjunto, ya sabemos que llevan su correspondiente lista de despieces, con un apartado en que poner la cantidad de piezas a construir. Cuando se trate de un plano de despiece, hágalo como decimos: escriba *tantas* piezas inmediatamente por encima del cajetín y al lado derecho del mismo.

Como que estas piezas AC-2 son unas placas que sirven para unir las dos viguetas U, las llamaremos *placas de unión.*

b) Despiece del grupo capitel superior

Los croquis 2, 3, 6 y 7 son los que ofrecen vistas de esta parte del pilar y, por lo tanto, de ellos nos valdremos para efectuar los planos de despiece de este grupo. Empezaremos por la pieza que representa la parte más elevada del pilar. Empezando por arriba, lo primero que encontramos son dos viguetas INP-24, pero de ellas no vamos a hacer plano por no pertenecer al pilar propiamente dicho. Además, tampoco sabemos qué longitud deben tener. Por razones similares tampoco dibujaremos el plano de la placa de 15 mm de espesor que une los dos tramos de vigueta IPN y que viene numerada con el 0 en el croquis número 6.

Se encontrará muchas veces con que en un plano o en un croquis, figuran piezas que no pertenecen a la máquina o estructura que interesa dibujar. Ello se hace para relacionar el conjunto de lo que se está planificando con aquello que está en contacto directo con él. Así, en nuestro caso concreto lo lógico es que el pilar sirva para sostener alguna jácena a viga. Demostramos que así es, añadiendo al croquis del capitel las dos viguentas L P N antes citadas, aunque no formen parte del pilar propiamente dicho.



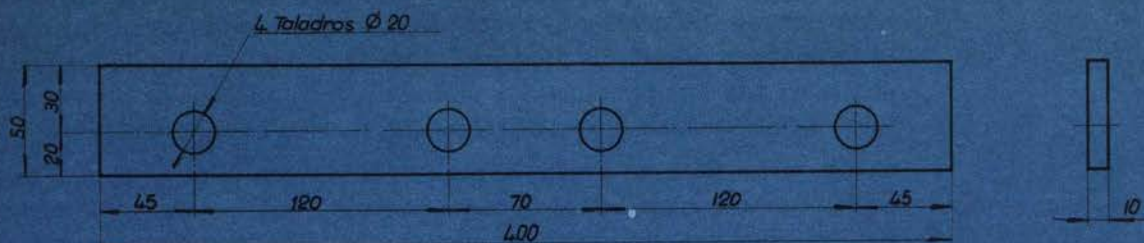
Empecemos, pues, por las dos piezas CS-1, que son dos placas de 10 mm de espesor. Hay dos piezas iguales, una a cada lado del capitel. En la figura 3 podemos ver su longitud: 400 mm. Y en la figura 2 su anchura: 50 mm.

El problema de la situación de los taladros nos lo da resuelto el croquis número 6, resultando que debemos contar con cuatro taladros por placa. Las cotas verticales y horizontales las tenemos en las figuras 3 y 2 respectivamente. ¿Qué más queremos?... Con estos datos podemos dibujar perfectamente el plano de despiece CS-1.

Esta pieza tiene por misión hacer de tope a las viguetas IPN-24 de la parte superior y es por esta razón que las llamamos simplemente *tope*. Vea su plano en la página inmediata, así como el que describimos a continuación.

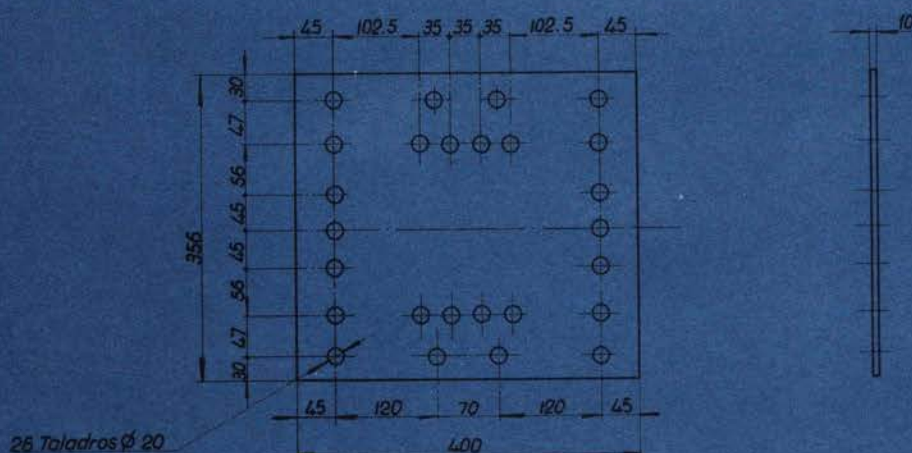
Plano CS-2:

Inmediatamente por debajo de las piezas CS-1 hay una placa de 10 mm de espesor que une todo el pilar con las viguetas IPN-24 y que sirve de apoyo a dichas viguetas. Es la pieza CS-2, que denominamos placa de apoyo y cuyas características puede adivinar a través del croquis número 6. Sus dimensiones las tenemos en las figuras 2 y 3, resultando ser de 400 mm de largo por 356 mm de ancho. Los taladros los obtendremos al observar la figura 7, con lo cual estaremos en condiciones de terminar el plano CS-2.



2 piezas

	FECHA	NOMBRE		
DIBUJADO				
COMPROB.				
ID. S. NOR.				
ESCALA 1:2	**Tope**			CS-1
				SUSTITUYE
				SUSTITUIDO POR

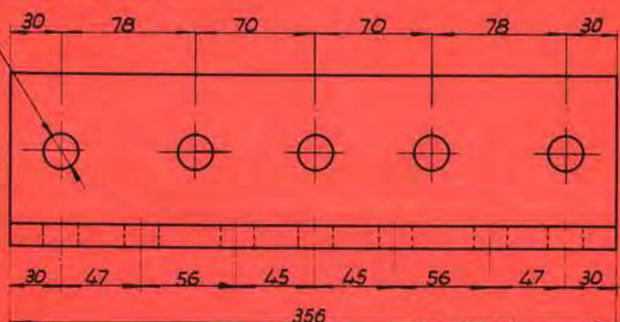


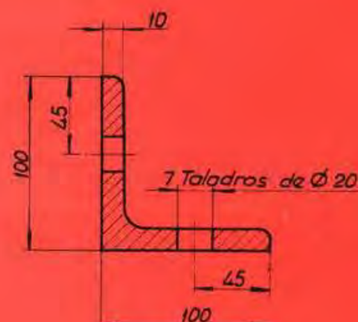
	FECHA	NOMBRE		
DIBUJADO				
COMPROB.				
ID. S. NORM.				
ESCALA 1:5	**Placa de apoyo**			CS-2
				SUSTITUYE
				SUSTITUIDO POR

Ataquemos otra pieza. La anterior se apoya sobre cuatro piezas de hierro ángulo LPN-100 y LPN-120 (dos de cada), cosa que se aprecia perfectamente en el croquis número 6. Debemos dibujar el plano correspondiente a cada una de estas dos piezas distintas. Serán los planos CS-3 y CS-4. Vea el croquis 6 mencionado.

La pieza CS-3 se repite a ambos lados del pilar y es un ángulo LPN-100, cuya longitud es, según la figura 2, de 356 mm. Completemos el dibujo del ángulo con el rótulo y los taladros, que deduciremos de la figura 2. En cuanto a la denominación de esta pieza CS-3, será la de *ángulo soporte,* puesto que se trata de un ángulo que soporta la placa de apoyo CS-2.

Después de este razonamiento y de poner manos a la obra, el plano quedará así:



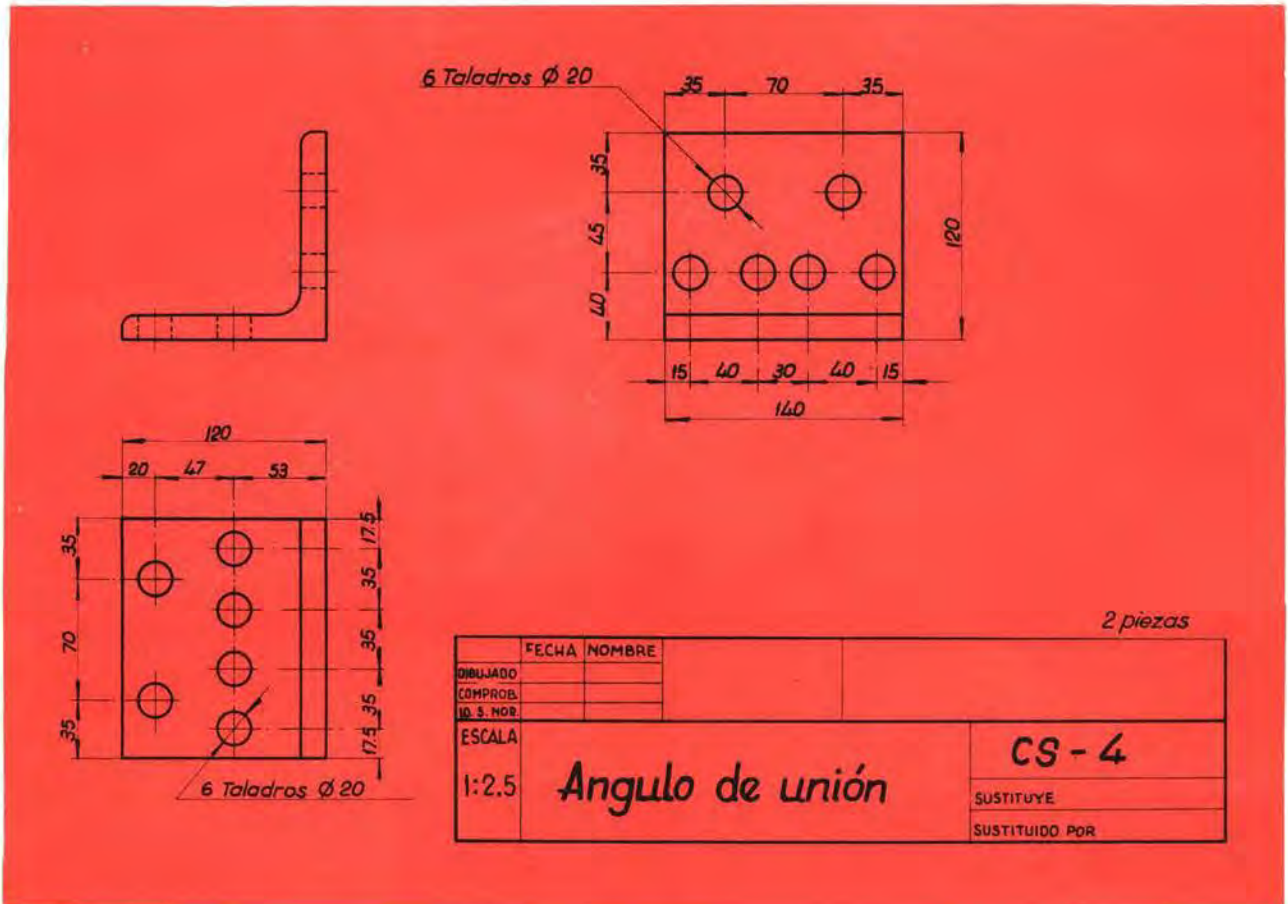


2 piezas

	FECHA	NOMBRE	
DIBUJADO			
COMPROB.			
ID. S. NOR			
ESCALA 1:2.5	Angulo soporte		CS - 3
			SUSTITUYE
			SUSTITUIDO POR

Las figuras 4, 6 y 7 contienen datos de la pieza CS-4, si bien el número 6 la muestra un tanto oculta. Por lo tanto, los elementos necesarios los sacaremos de los croquis 4 y 7. Sabemos de antemano que se trata de un LPN-120.

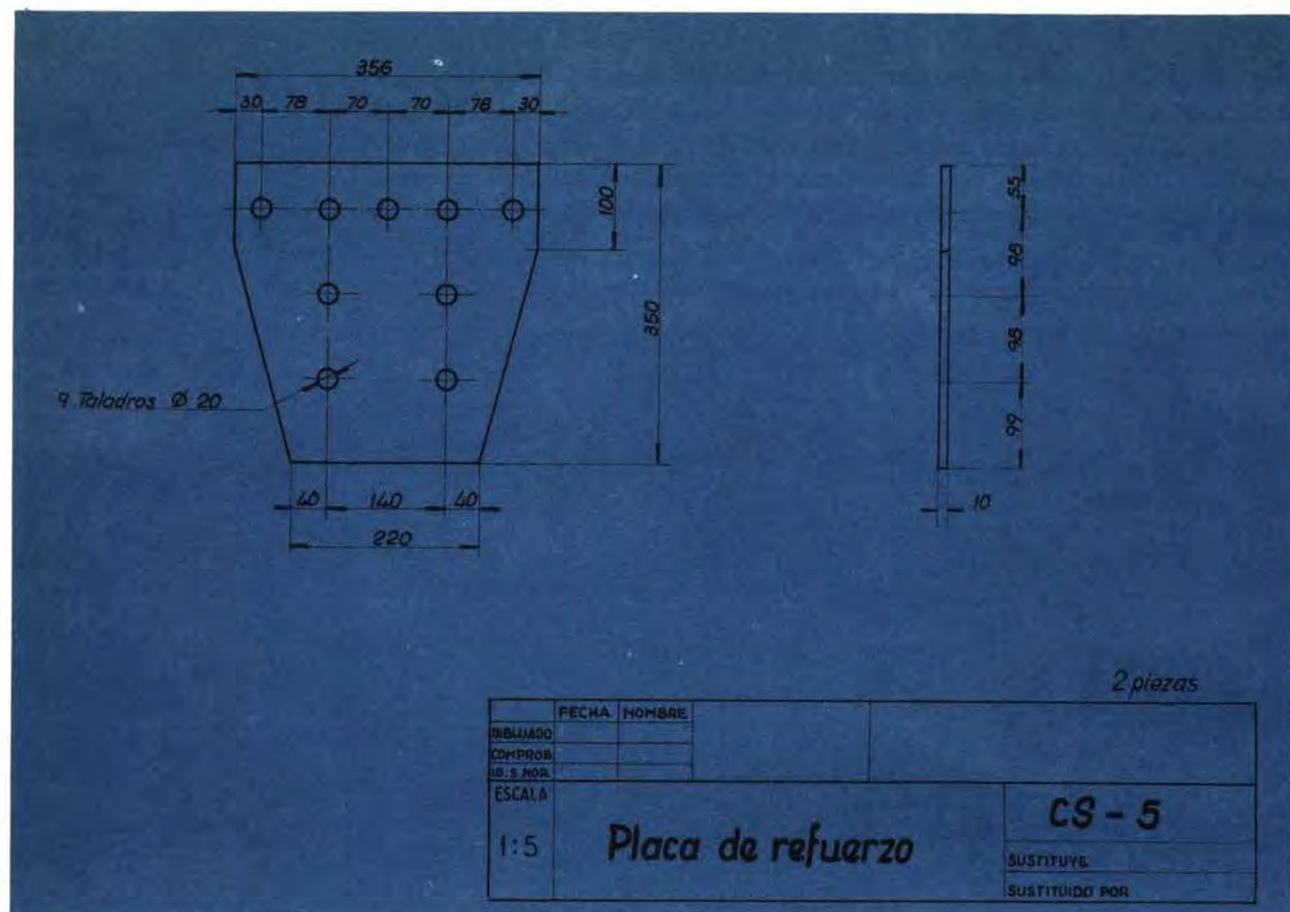
Estudiando el croquis 4, conocemos que la longitud de este ángulo es de 140 mm, por lo que, tomando la tabla correspondiente, dibujaremos un perfil laminado angular LPN-120 y de 140 mm de longitud. A continuación señalaremos los taladros y, si dibujamos el correspondiente rótulo, tendremos listo el plano CS-4, que será como se indica.



Esta pieza CS-4 tiene por misión establecer una unión entre la placa superior CS-2 y el armazón de vigueta U-18. Es lógico, pues, que llamemos a la nueva pieza *ángulo de unión.*

Para terminar con el despiece del grupo Capitel Superior del pilar, cuyo despiece estamos haciendo, nos queda la pieza CS-5. Esta pieza (vea la figura 6) es una plancha de 10 mm de espesor y de forma trapecial. Es, en efecto, un trapecio isósceles un poco raro que sirve de refuerzo de todo el capitel. Vamos a llamarla *placa de refuerzo.*

Situando los taladros (cuya posición y cotas tenemos en la figura 2) y añadiendo el rótulo preciso, tendremos el último de los planos de despiece del capitel superior: el Plano CS-5.



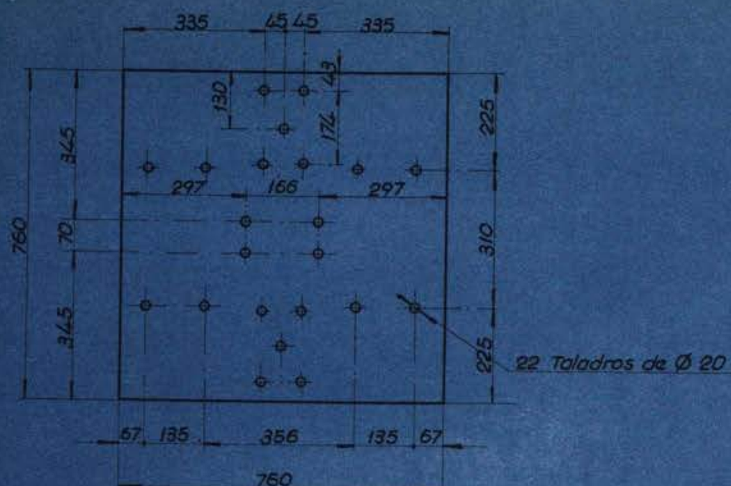
EL DESPIECE DEL CONJUNTO BASE INFERIOR

C. — DESPIECE DEL GRUPO BASE INFERIOR

Desde un principio hemos quedado en que todas las piezas de este grupo las numeraríamos precedidas de las iniciales BI. Vamos a por esta serie de planos de despiece, cuyos datos conseguiremos por la observación de los croquis 2, 3, 4 y 5 que tendremos ante nosotros.

Placa *base* del pilar.

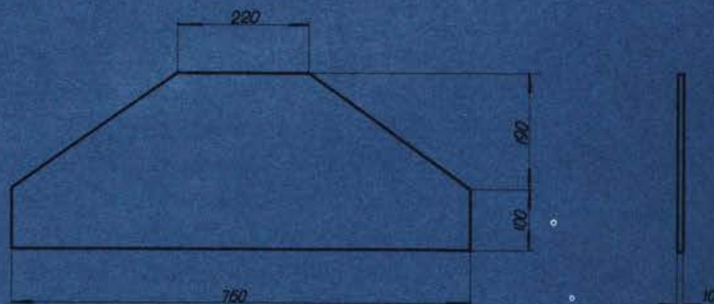
Empecemos por la parte inferior: Encontramos en primer lugar la placa que en la figura 5 denominamos BI-1. Es una placa cuyo espesor de 15 mm también se nos da en el croquis 5, de forma cuadrada. Vea la figura 4 y sabrá que se trata de un cuadrado de 760 mm de lado. Así, pues, dibujamos un cuadrado de estas medidas situando los taladros a continuación. Para ello nos valemos del croquis número 4, con cuya ayuda obtenemos el plano siguiente:

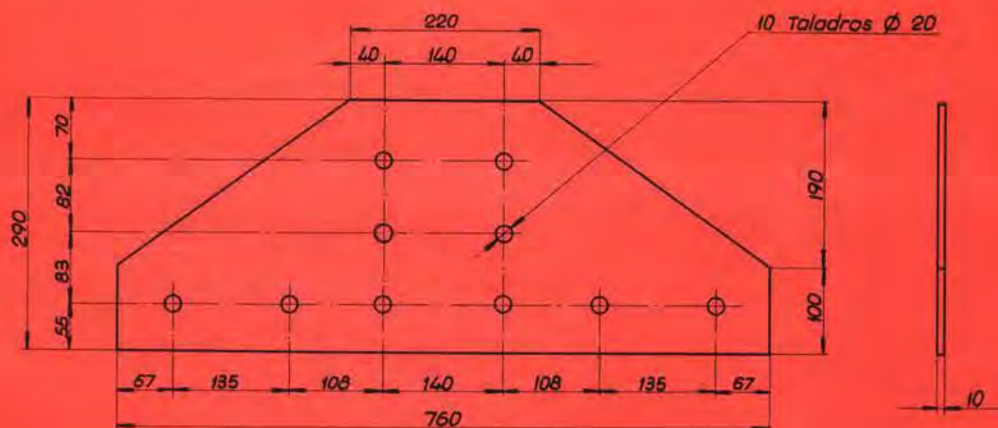


CANTIDAD	DENOMINACION Y OBSERVACIONES			MARCA	MATERIAL Y DIMENSIONES	PESO	MODELO
	FECHA	NOMBRE					
DIBUJADO							
COMPROB.							
ID.S.NOR.							
ESCALA 1:10	Placa base				BI - 1		
					SUSTITUYE		
					SUSTITUIDO POR		

Continuaremos con el despiece dibujando el plano de la pieza BI-2 o placa vertical. Hay dos piezas iguales, una a cada lado del pilar. Inicialmente el plano de dicha pieza es como tiene indicado al margen.

Si añadimos los taladros y dibujamos el rótulo llenando debidamente sus casillas, habremos terminado el plano BI-2 que resultará así:





2 piezas

	FECHA	NOMBRE		
DIBUJADO				
COMPROB.				
ID. S. NORM				
ESCALA 1:5	Placa vertical			BI - 2
				SUSTITUYE
				SUSTITUIDO POR

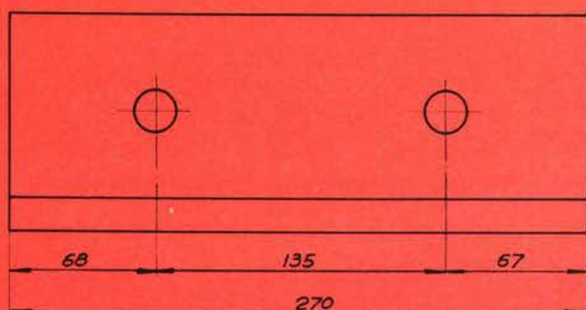
Otro plano es el BI-3, que, según la lista de piezas efectuada antes de ponernos a dibujar, corresponde al *ángulo de fijación de la placa.* Se trata de un ángulo de 100 por 100 (ver croquis número 5) que fija la placa BI-2 últimamente dibujada a la placa de la base BI-1.

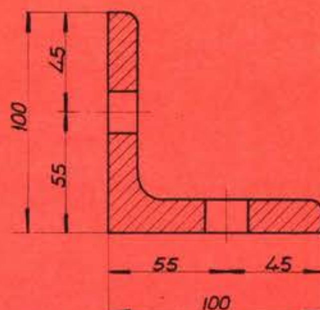
El plano, sencillo de verdad, es el de la página 607 (arriba).

Vamos a por el siguiente plano de despiece: será el BI-4, que, según reza la lista de despieces antes mencionada, es el *ángulo de fijación del pilar*. Es decir: como puede verse en el croquis número 5 es un ángulo LPN-60 que sirve para fijar las viguetas U que forman el cuerpo central del pilar (piezas AC-1) a la placa base o pieza BI-1.

Según la figura 4, cada uno de estos ángulos tiene una longitud de $35 + 70 + 35 = 140$ mm y su plano, teniendo en cuenta los taladros, cuya posición deducimos del croquis número 4 será el segundo de la página siguiente.

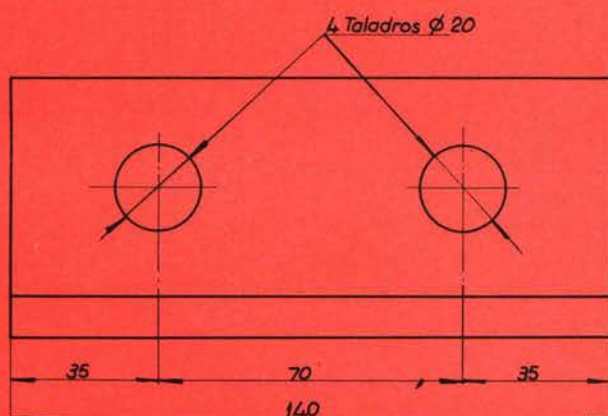
Observará que no todos los planos están dibujados a la misma escala. Eso, casi que es ridículo advertirlo aquí; cuando tantos ejercicios llevamos realizados. Que en los planos de despiece se toma la escala que mejor cuadra con las medidas de la pieza a dibujar y de acuerdo con el formato escogido, es cosa que la sabe usted perfectamente. Pero, ante un examen de compromiso, tampoco nos parece ningún disparate insistir en detalles que a veces se olvidan y nos llevan a confusión.

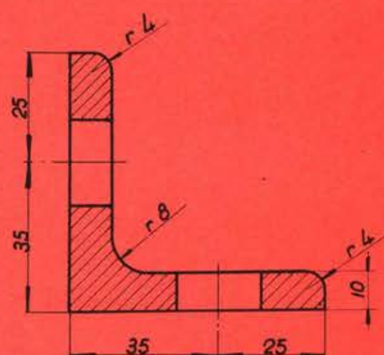




4 piezas

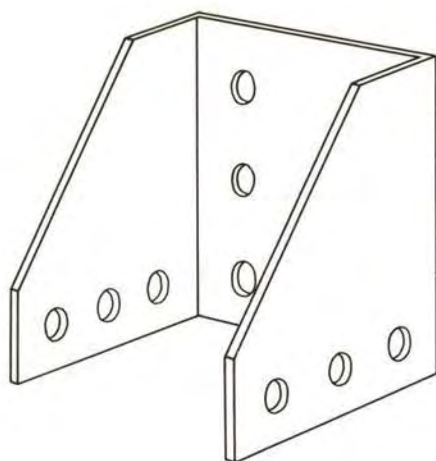
	FECHA	NOMBRE		
DIBUJADO				
COMPROB.				
ID. S. NORM.				
ESCALA 1:2	**Angulo fijación placa**			**B1 - 3**
				SUSTITUYE
				SUSTITUIDO POR





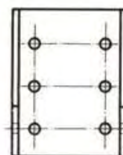
2 piezas

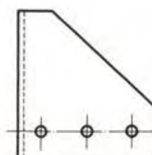
	FECHA	NOMBRE		
DIBUJADO				
COMPROB.				
ID. S. NOR.				
ESCALA 1:1	**Angulo fijación pilar**			**B1 - 4**
				SUSTITUYE
				SUSTITUIDO POR

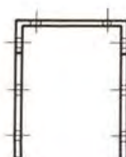


El plano más difícil de todo el conjunto, no porque sea complicado, sino porque es una plancha con un par de dobleces, es la pieza BI-5, a la que llamamos *chapa especial*. Puede verla en la figura 5 y, en perspectiva, aparece como queda indicado al margen.

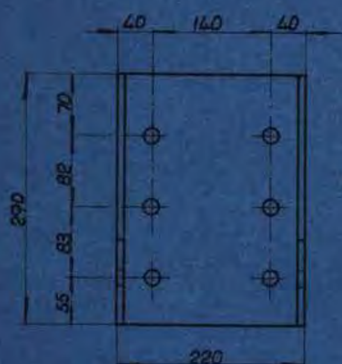
Las tres vistas de nuestro plano vendrán a ser algo así:

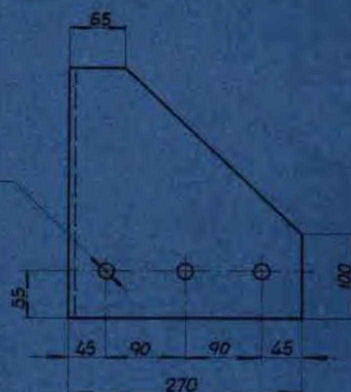


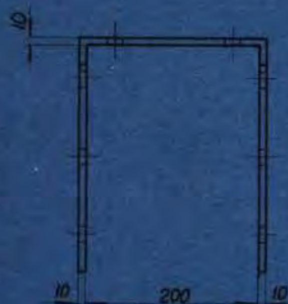




El plano definitivo de esta pieza serán estas mismas tres vistas, pero con las cotas y rótulo correspondientes.





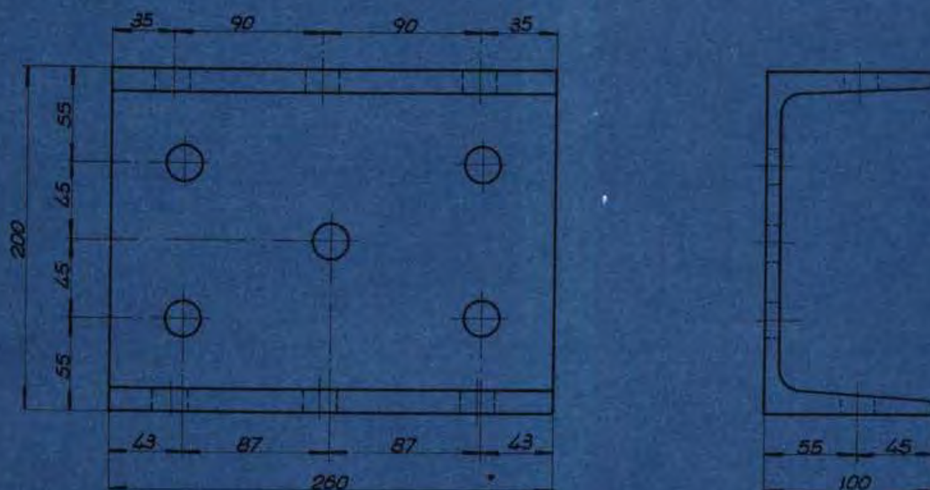


2 piezas

FECHA NOMBRE
DIBUJADO
COMPROB.
ID. S. NORM.
ESCALA
1:5
Chapa especial
BI-5
SUSTITUYE
SUSTITUIDO POR

¡Y queda el último plano de despiece! Es la pieza llamada *U de refuerzo*. No es otra cosa que un perfil laminado en U, cuya misión es reforzar el pilar. En el croquis número 5 queda demostrado que se trata de un UPN-20, que podemos dibujar gracias a las tablas de la Lección 12 y cuyos taladros y medidas podemos conseguir del mismo croquis.

Total: que el plano BI-6, último de la serie, nos quedará de esta forma:



Y he ahí que, plano tras plano, hemos terminado con lo que parecía no iba a tener fin: El despiece del pilar metálico.







CANTIDAD	DENOMINACION Y OBSERVACIONES	MARCA	MATERIAL Y DIMENSIONES	PESO	MODELO

	FECHA	NOMBRE
DIBUJADO		
COMPROB.		
O. S. NOR.		

ESCALA		
1:10		SUSTITUYE
		SUSTITUIDO POR







CANTIDAD	DENOMINACION Y OBSERVACIONES	MARCA	MATERIAL Y DIMENSIONES	PESO	MODELO
12	Placa de unión	2			
2	Vigueta armazón	1			

	FECHA	NOMBRE
DIBUJADO		
COMPROB.		
O. S. NOR.		

ESCALA		
1:10	Conj. armazón central	A C
		SUSTITUYE
		SUSTITUIDO POR

PLANOS DE GRUPO

a) Grupo armazón central

Son tres los planos de grupo que vamos a necesitar: uno el AC; otro el CS y un tercero que será el BI. Luego, una vez dibujados los tres planos de grupo, deberemos atacar el plano de conjunto definitivo del pilar metálico.

Como hemos dicho en repetidas ocasiones, vamos a imaginar que somos el montador que debe acoplar las distintas piezas de cada grupo. Tomando los distintos planos de despiece los montaremos los unos sobre los otros, de la misma manera que procedería el montador con las piezas reales. De este modo, si alguno de los planos de despiece tuviese algún fallo, no nos cuadraría con el conjunto, bien sea porque los taladros no coincidirían, bien porque una pieza no cabría dentro de la otra por falta de longitud o por defecto de ella, etc. Si se da este caso, tendremos ocasión de rectificar el plano que necesite ser rectificado... ¡antes de entregar la colección al cliente!

Empezaremos por montar el grupo AC (armazón central). Se compone de dos piezas AC-1 y de doce piezas AC-2.

El primer paso será dibujar el plano AC-1 en tres vistas: planta, alzado y perfil. Es decir: copiamos el plano AC-1, pero dibujando las dos piezas a la vez.

En algún sitio hemos dicho que en los planos de grupo sólo se indican las cotas principales. Por eso no hemos puesto todas las cotas en este primer plano (que debe llevarnos al primero de grupo), puesto que los detalles de cotas ya los tenemos en los planos de despiece.

A continuación, y sobre este plano AC-1, montamos las placas de unión AC-2, procurando que los taladros encajen perfectamente. Aquí ya podremos ver si el plano de despiece de las piezas AC-1 y AC-2 responden a las exigencias del montaje. Coinciden los taladros (lo cual quiere decir que no hay errores de medidas).

Observe que al colocar las placas AC-2 hemos dibujado los remaches (cosa que no hacíamos en los planos de grupo) para indicar la totalidad del montaje del grupo. Así, con los remaches dejamos completamente listo el grupo AC..., añadiendo, claro, el oportuno cajetín del rótulo.

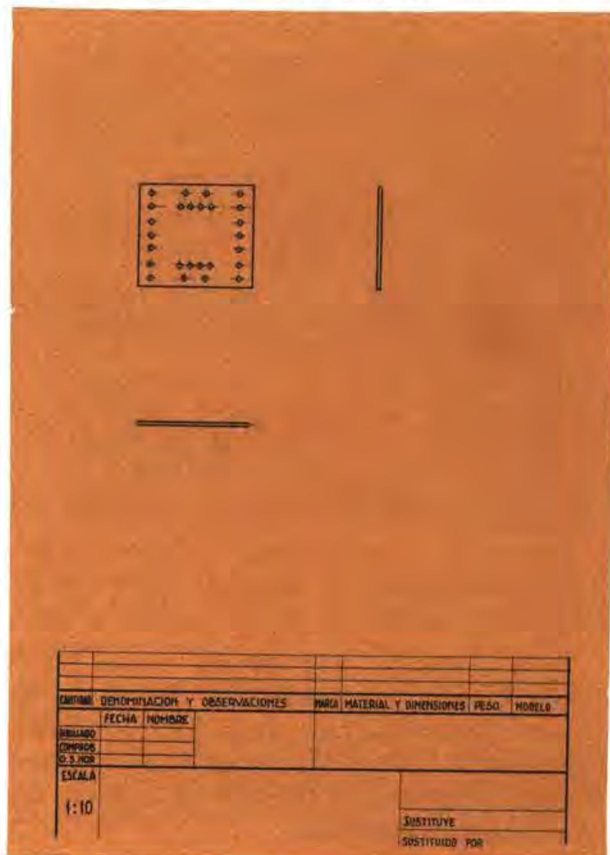
En la página anterior, tiene el plano de grupo correspondiente a esta explicación (plano del grupo AC), así como el primer paso que nos ha llevado a él, o sea, el planteo en la lámina de las dos viguetas correspondientes al plano despiece AC-1.

b) Grupo capitel superior

Ahora, el segundo plano de grupo: El CS o Capitel Superior. Vamos a dibujarlo a la misma escala que el plano anterior.

Para conseguir este plano de grupo CS, empezaremos por dibujar la placa de apoyo, sobre la que iremos montando las demás piezas.

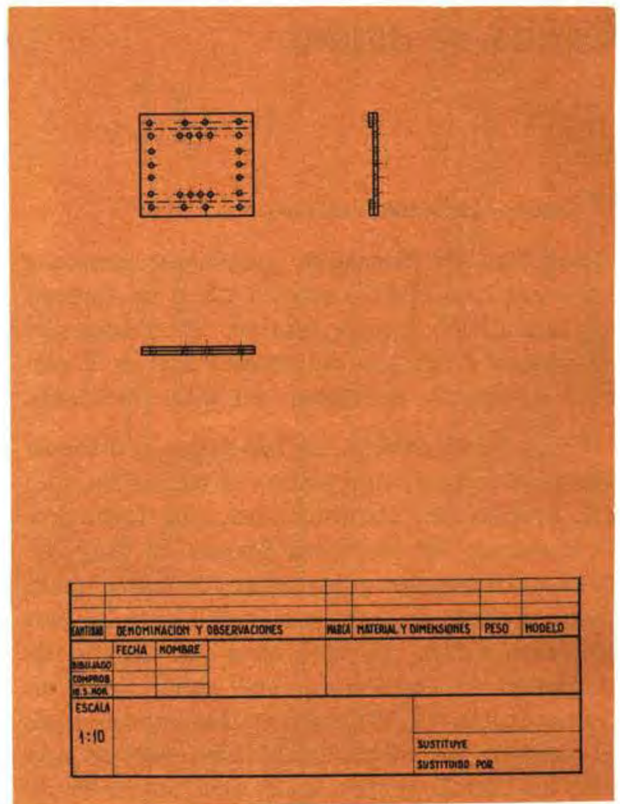
En principio, pues, el plano nos queda con la pieza CS-2, de la forma siguiente:

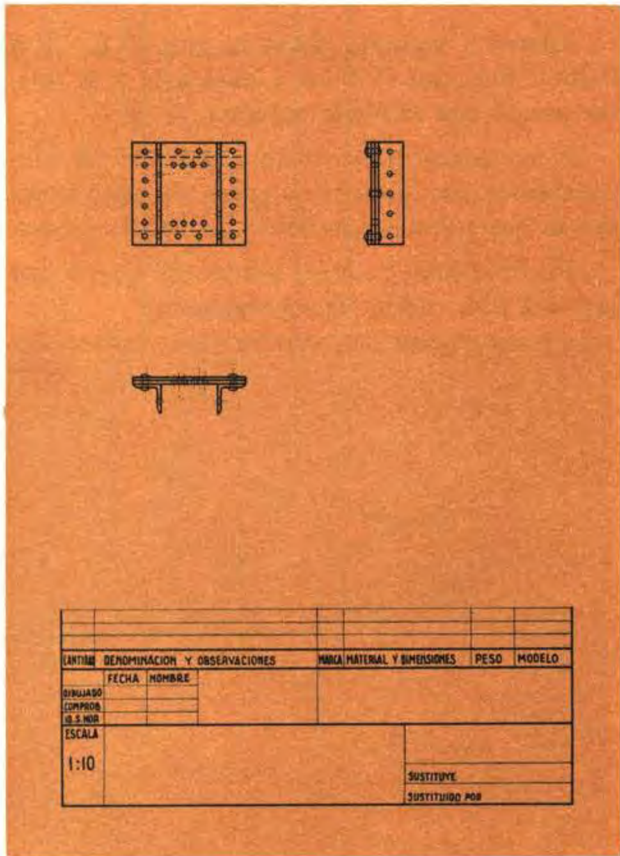


Sobre este plano, en el que se han marcado todos los taladros montamos los topes CS-1, cuyo plano de despiece ya tenemos dibujado, y lo anterior nos queda ahora de la manera siguiente:

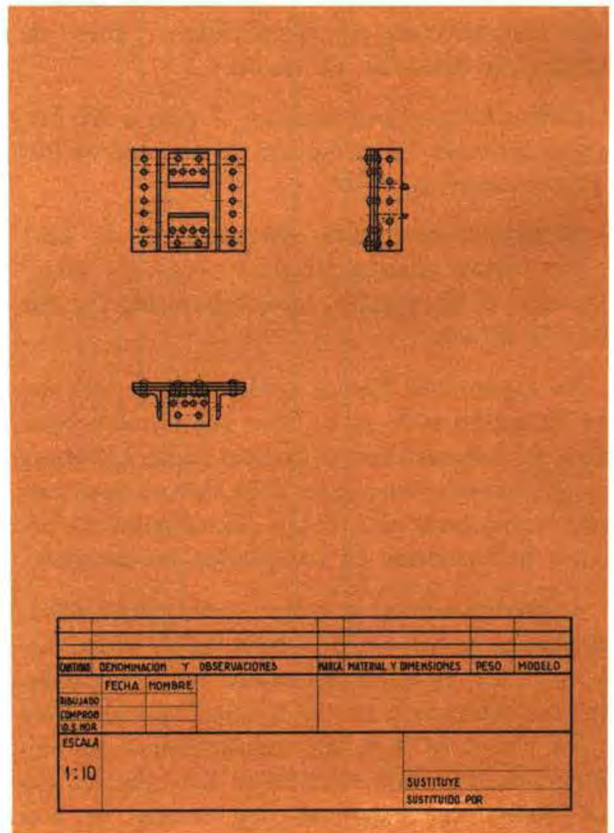
Observe que en la vista en planta, los topes se han dibujado con líneas de trazo, puesto que se trata de una pieza oculta. Los topes quedan por debajo de la placa de apoyo.

Acto seguido, montamos las piezas CS-3 sobre lo que tenemos. Son los ángulos soportes de 100 × 100. En cuanto hayamos acoplado estos soportes, el plano de grupo CS lo tendremos en el siguiente estado:

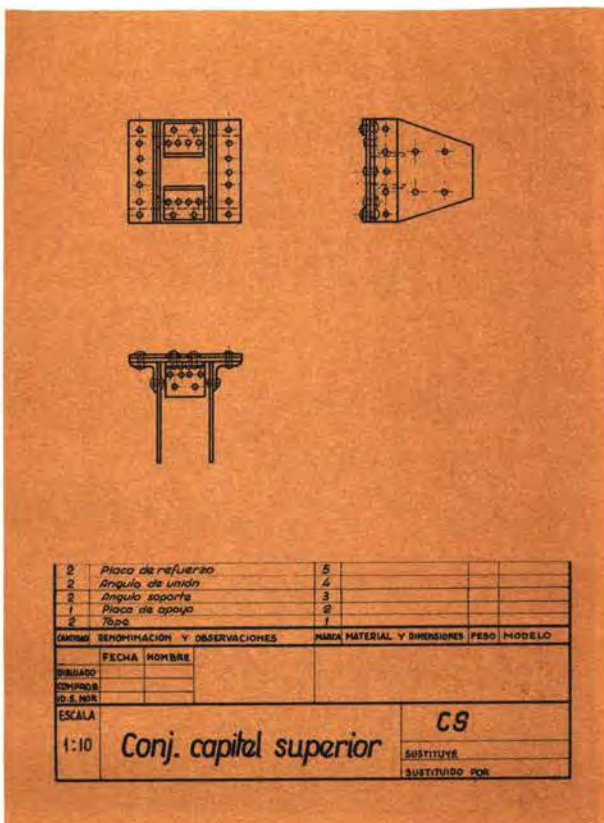


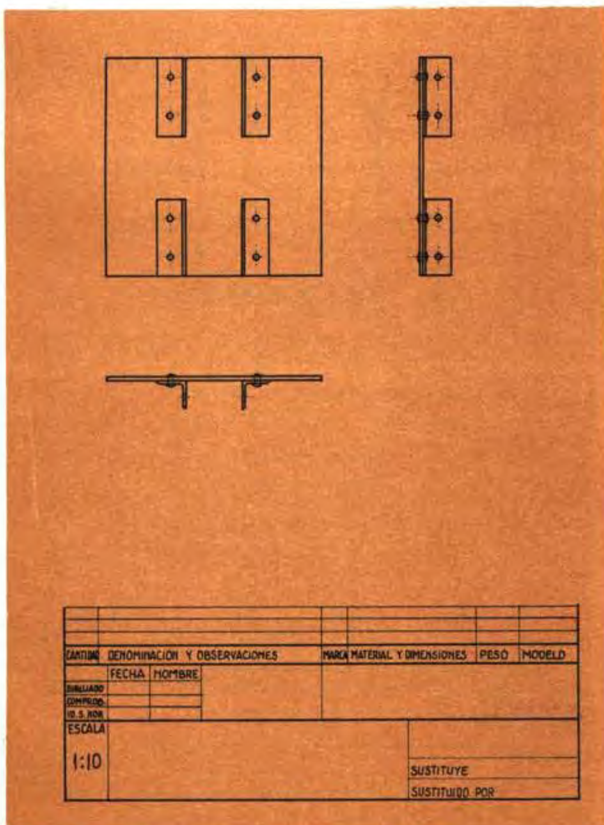


Montemos a continuación las piezas CS-4, que son los ángulos de unión de 120 × 120. El dibujo anterior se nos convertirá en este:



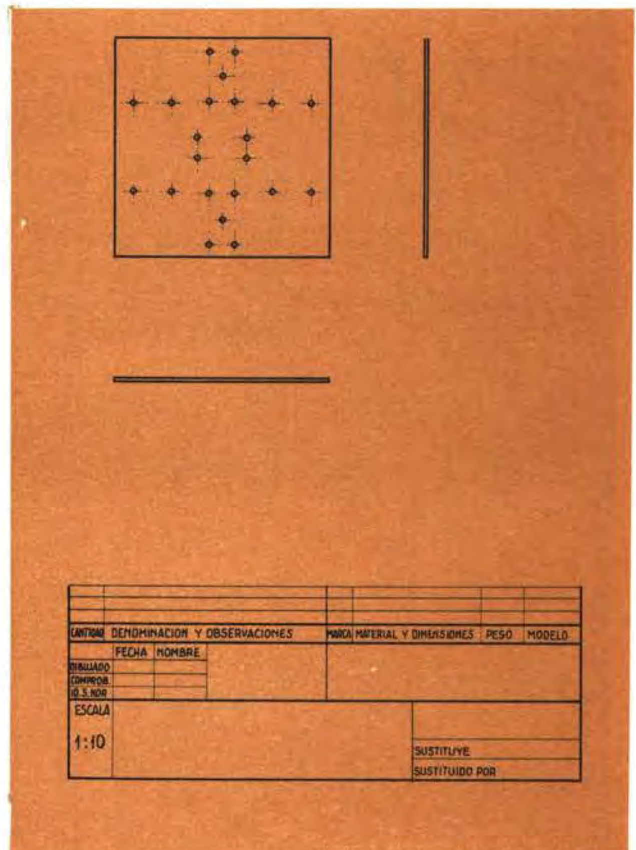
Para completar el grupo del capitel superior, sólo nos falta montar las dos placas de refuerzo CS-5. Añadimos el rótulo y tendremos otro plano de grupo terminado. Vea el plano de grupo completo, el primero de la serie, encabezando la página 625.





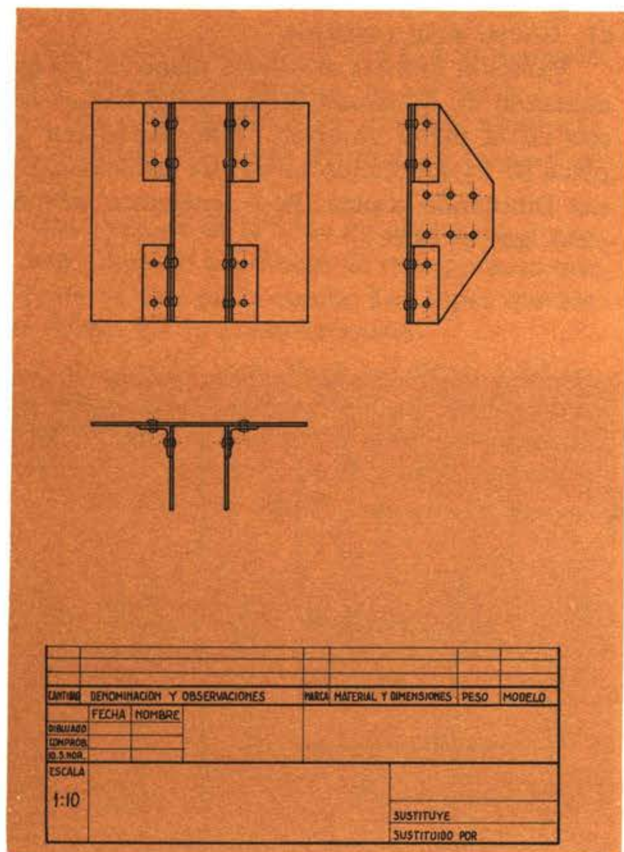
c) GRUPO BASE INFERIOR

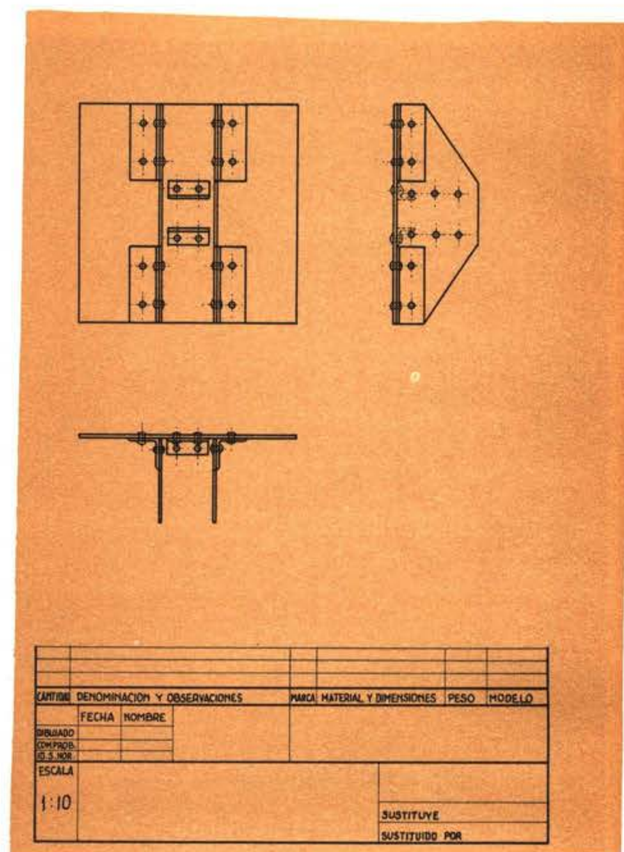
Vamos a dibujar el último plano de grupo, actuando de la misma forma como hemos hecho en el plano anterior: Empezando por la placa BI-1 y montando sobre ella las demás piezas. Dibujando la placa BI-1, tenemos el primer paso, que es éste:



Sobre esta placa BI-1, dibujaremos los cuatro ángulos BI-3 de fijación de la placa vertical. Observe que sobre el plano BI-1, hemos montado los que corresponde al plano BI-3. Nos hemos saltado la pieza BI-2, que es precisamente la placa vertical. No olvide que al dibujar los planos de montaje (los planos de grupo como venimos diciendo) seguimos el mismo orden que la lógica nos dice que seguirá quien proceda al montaje real de las piezas fabricadas.

Es evidente que necesitamos situar primero los ángulos de unión que la pieza vertical. Compruébelo dando vuelta a esta página.

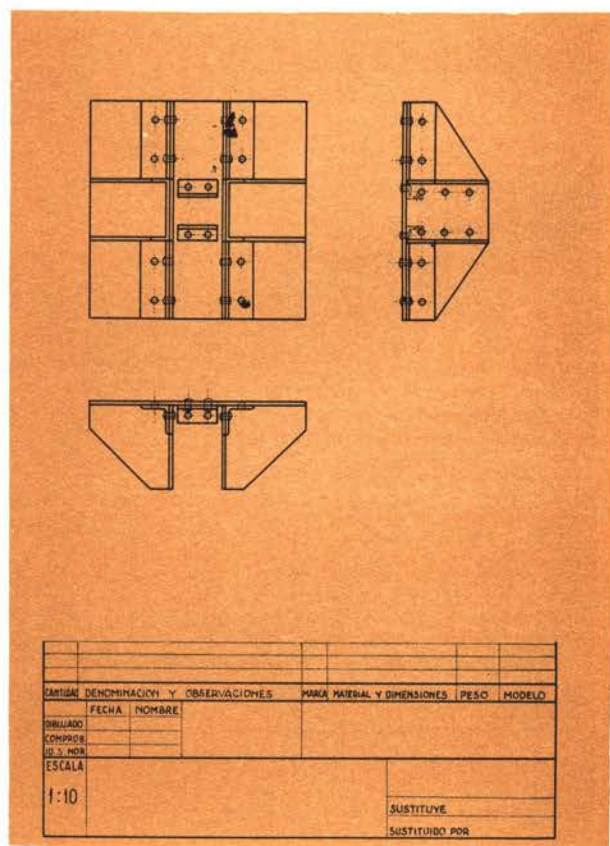


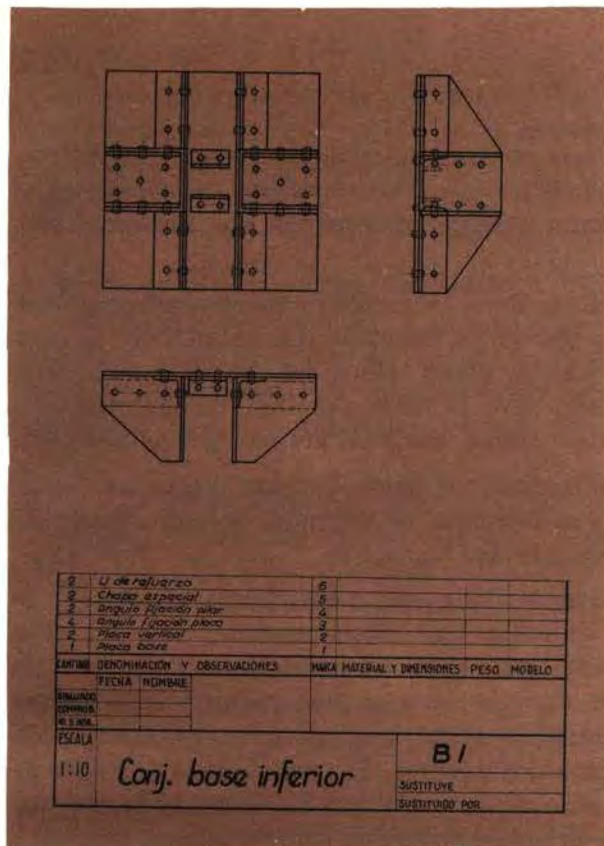


Acto seguido montamos sobre lo dibujado las dos placas verticales BI-2. Por eso hemos necesitado primero montar las piezas BI-3, ¿comprende? Sin ellas no teníamos dónde fijar las placas verticales.

Luego le añadimos los dos ángulos BI-4 de fijación del pilar.

Ahora añadiremos dos piezas más: las BI-5, que son un par de chapas especiales. Las situaremos en el lugar correspondiente de lo que ya llevamos montado, con lo cual habremos llegado a este punto:





CANTIDAD DENOMINACIÓN Y OBSERVACIONES MARCA MATERIAL Y DIMENSIONES PESO MODELO
FECHA NOMBRE
ESCALA
1:10
Pilar metálico - Plano conj.
SUSTITUYE
SUSTITUIDO POR

PLANO DE CONJUNTO

El plano final de conjunto es inmediato. Teniendo los planos de grupo AC, CS y BI, nada más lógico que empezar por dibujar el armazón central (AC), añadiendo luego el capitel superior (CS) por la parte de arriba y la base inferior (BI) por la parte de abajo. Naturalmente que ahora trabajamos sobre un solo dibujo y, por lo tanto, a una escala única... que escogeremos de acuerdo con el formato del plano.

NOTA. – Los planos originales se han dibujado a dos únicos formatos: DIN A4 y su derivado. Las reducciones son totalmente convencionales.

CALCULO DEL PESO DEL PILAR

MÉTODO A SEGUIR

Sabemos perfectamente que el peso de cualquier pieza lo obtendremos multiplicando su volumen por su peso específico. Si deseamos el resultado en kilos, deberemos calcular el volumen en decímetros cúbicos.

Para calcular el peso del conjunto, seguiremos un sistema muy sencillo: tomaremos todos los planos de despiece y calcularemos el peso de cada pieza por separado. Si un plano indica dos piezas iguales, multiplicaremos el peso calculado para la pieza por dos. De un plano del que deban construirse cuatro piezas, multiplicaremos por cuatro, etc.

Para calcular el volumen consideraremos que las piezas no llevan taladros, puesto que una vez montado el conjunto quedan llenos de hierro al quedar atravesados por los remaches.

Una vez calculado el peso de las piezas, contaremos el número de remaches que entran en la construcción. Estos remaches, una vez ajustados, quedan con dos cabezas que supondremos de forma semiesférica de diámetro igual a 30 mm. Calcularemos el peso de esta semiesfera y lo multiplicaremos por el doble del número de remaches contados, puesto que cada uno de ellos tiene dos cabezas. El peso de estas cabezas de remache lo sumaremos al peso de la estructura hallado anteriormente. Con ello tendremos el total del pilar incluidos los remaches.

Ya hemos dicho que todas las piezas del pilar se suponen construidas con un hierro de 7'6 Kg/dm^3 de peso específico.

PESO DEL ARMAZÓN CENTRAL

Se compone de dos piezas AC-1 y doce piezas AC-2.

Cada pieza AC-1 es un perfil normal U-18, cuyo peso, según nos dicen las tablas perfiles laminados de la lección anterior, es de 22 Kg. por cada metro. Como que la longitud de la pieza es de 4'475 metros, su peso será de:

$$4'475 \times 22 = 98'450 \text{ gg.}$$

Y al haber dos piezas iguales, tendremos:

$$98'450 \times 2 = 196'900 \text{ Kg.}$$

La pieza AC-2 es un paralelepípedo de 10 mm de grueso (0'10 dm) y una base de 1'20 × 2'20 dm. Luego, su volumen será:

$$1'20 \times 2'20 \times 0'10 = 0'264 \text{ dm}^3$$

Hemos dicho que el peso específico del hierro es de 7'6 Kg/dm^3. Por lo tanto, el peso de esta pieza será de...

$$0'264 \times 7'6 = 2'0064 \text{ Kg.}$$

Al existir doce piezas iguales a la calculada, su peso conjunto será de:

$$2'0064 \times 12 = 24'076 \text{ Kg.}$$

PESO DEL CONJUNTO AC

Sumando el peso de las dos piezas AC-1 y el de las doce piezas AC-2, obtendremos el peso del grupo AC o armazón central.

El peso de este grupo será:

196'900 + 24'076 = 220'976 kgs.

PESO DEL CONJUNTO CAPITEL SUPERIOR

El cálculo del volumen y peso de las piezas que componen este grupo es inmediato, bien por tablas, bien por aplicación directa de la fórmula del volumen del paralelepípedo (área de la base x altura). Por lo tanto, vamos a suprimir *paja* para ir directos a los resultados.

Pieza CS-1

Volumen en $dm^3 = 4 \times 0'5 \times 0'10 = 0'2$ dm^3.
Peso de cada pieza $= 0'2 \times 7'6 = 1'520$ kg.
Peso de las dos piezas $= 1'520 \times 2 = 3'040$ kg.

Pieza CS-2

Volumen en $dm^3 = 4 \times 3'56 \times 0'10 = 1'424$ dm^3.
Peso en kg. $= 1'424 \times 7'6 = 10'822$ kg.

Pieza CS-3

Peso del LPN-100, según tablas $= 15'07$ kg/m.
Peso de los 0'356 m de PLN-100 $= 0'356 \times 15'07 = 5'365$ kg.
Peso de las dos piezas $= 5'356 \times 2 = 10'730$ kg.

Pieza CS-4

Peso del LPN-120, según tablas $= 23'31$ kg/m.
Peso de los 0'140 m de LPN-120 $= 0'140 \times 23'31 = 3'2634$ kg.
Peso de las dos piezas $= 3'2634 \times 2 = 6'527$ kg.

Pieza CS-5

Podemos descomponerla en dos partes como las que se indican en la figura adjunta. La parte de arriba es un paralelepípedo cuyo volumen, en dm^3, será:

$$3'56 \times 1 \times 0'10 = 0'356 \text{ dm}^3$$

La parte de abajo es un prisma de base trapecial, con lo que su volumen será el producto del área de la base (que es un trapecio) multiplicada por la altura (que son los 10 mm, o sea 0'10 dm.)



$$\text{Area del trapecio en dm}^2 = \frac{3'56 + 2'20}{2} \times 2'50 = 7'20 \text{ dm}^2.$$

Volumen del prisma trapecial $= 7'20 \times 0'10 = 0'720$ dm^3.

Volumen total de la pieza CS-5: $0'356 + 0'720 = 1'076$ dm^3.

Peso de la pieza $= 1'076 \times 7'6 = 8'1776$ kg.

Peso de las piezas CS-5 $= 8'1776 \times 2 = 16'355$ kg.

Peso del conjunto Capitel Superior CS

Peso CS-1 =	3'040 kgs.
Peso CS-2 =	10'822 kgs.
Peso CS-3 =	10'730 kgs.
Peso CS-4 =	6'527 kgs.
Peso CS-5 =	16'355 kgs.
Peso capitel =	**47'474 kgs.**

d) PESO DE LA BASE INFERIOR:

Pieza BI-1:

Volumen en $dm^3 = 7'60 \times 7'60 \times 0'15 = 8'664\ dm^3$.
Peso en kgs $= 8'664 \times 7'6 = 65'846$ kgs.

Pieza BI-2:

Su cálculo será similar al de la pieza CS-5:

Volumen del paralelepípedo $= 7'60 \times 1 \times 0'10 = 0'760\ dm^3$.

Area del trapecio $= \dfrac{7'60 + 2'20}{2} \times 1'90 = 0'931\ dm^3$.

Volumen del prisma trapecial $= 9'31 \times 0'10 = 0'931\ dm^3$.
Volumen total de la pieza BI-2 $= 0'760 + 0'931 = 1'691\ dm^3$.
Peso de la pieza $= 1'691 \times 7'6 = 12'852$ kgs.
Peso de las dos piezas BI-2 $= 12'852 \times 2 = 25'704$ kgs.

Pieza BI-3:

Peso del LPN-100, según tablas = 15'07 kgs/m.
Peso de los 0'270 m de LPN-100 $= 0'270 \times 15'07 = 4'069$ kgs.
Peso de las cuatro piezas $= 4 \times 4'069 = 16'276$ kgs.

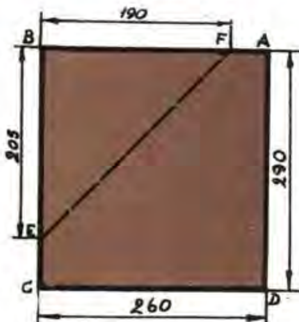


Pieza BI-4:

Peso del LPN-60, según tablas = 7'09 kgs/m.
Peso de los 0'140 m de LPN-60 $= 0'140 \times 7'09 = 0'993$ kgs.
Peso de las dos piezas $= 0'993 \times 2 = 1.986$ kgs.

Pieza BI-5:

Esta pieza la podemos imaginar cortada en tres trozos:



Dos de estos trozos son iguales. El tercero es un paralelepípedo cuyo volumen es:

$$2'20 \times 2'90 \times 0'10 = 0'638\ dm^3$$

El volumen de cada una de las dos piezas laterales iguales lo hallaremos contando como si fuera un paralelepípedo de base ABCD (ver figura) a cuya base se le quita el triángulo BEF.

El área ABCD vale:

$$2'90 \times 2'60 = 7'540\ dm^2$$

El área del triángulo BEF vale:

$\frac{1}{2} \times BE \times BF = \frac{1}{2} \times 1'90 \times 2'05 = 1'947\ dm^2$

Restando, tendremos el área de la figura ESFCD, que vale:

$7'540 - 1'947 = 5'593\ dm^2$

Si multiplicamos este área por 10 mm (0'10 dm), que es el espesor de la pieza, tendremos su volumen. Y será:

$5'593 \times 0'10 = 0'5593\ dm^3$

Como tenemos dos piezas iguales, será:

$0'5593 \times 2 = 1'1186\ dm^3$

Volumen que, sumado al del paralelepípedo inicial, nos dará el volumen de la pieza BI-5:

$0'638 + 1'1186 = 1'7566\ dm^3$

Este volumen, multiplicado por 7'6, nos dará el peso de la pieza:

$1'7566 \times 7'6 = 13'350$ kgs.

Como hay dos piezas iguales en el pilar, será:

$13'350 \times 2 =$ **26'700 kgs.**

Pieza BI-6:

Peso de la UPN-20 = 25'30 kgs/m.
Peso de los 0'260 m de UPN-20 = $0'260 \times 25'30 = 6'578$ kgs.
Peso de los dos piezas = $6'578 \times 2 = 13'156$ kgs.

PESO DEL CONJUNTO DE LA BASE INFERIOR:

Peso BI-1 = 65'846 kgs.
Peso BI-2 = 25'704 kgs.
Peso BI-3 = 16'276 kgs.
Peso BI-4 = 1'986 kgs.
Peso BI-5 = 26'700 kgs.
Peso BI-6 = 13'156 kgs.

Peso Base Inferior = 149'668 kgs.

e) PESO DE LAS CABEZAS DE LOS REMACHES:

Cada cabeza la consideramos como media esfera de 30 mm de diámetro, o sea 15 mm de radio, cuyo volumen será:

Volumen de la esfera completa = $4/3 \times \pi \times R^3 =$

$$\frac{4 \times 3'14 \times 0'15^3}{3} = 0'0141\ dm^3$$

Volumen de media esfera = $0'0141 : 2 = 0'007\ dm^3$.

Peso de esta media esfera = $0'007 \times 7'6 = 0'0532$ kgs.

Si ahora contamos los remaches, hallaremos 162 en todo el pilar. Y como que cada remache lleva dos cabezas, tendremos, en total, 324 cabezas, que a 0'0532 kgs. cada una, representan un peso total de:

$0'0532 \times 324 = 17'236$ kgs.

f) PESO TOTAL DEL PILAR

Peso del armazón central	=	220'976 kgs.
Peso capitel superior	=	47'474 »
Peso base inferior	=	149'668 »
Peso cabeza remaches	=	17'236 »
PESO TOTAL		435'354 kgs.

APENDICE

1º

EJERCICIO 19

CROQUIS DE LAS FIGURAS 1, 2, 3, 4, 5, 6 Y 7

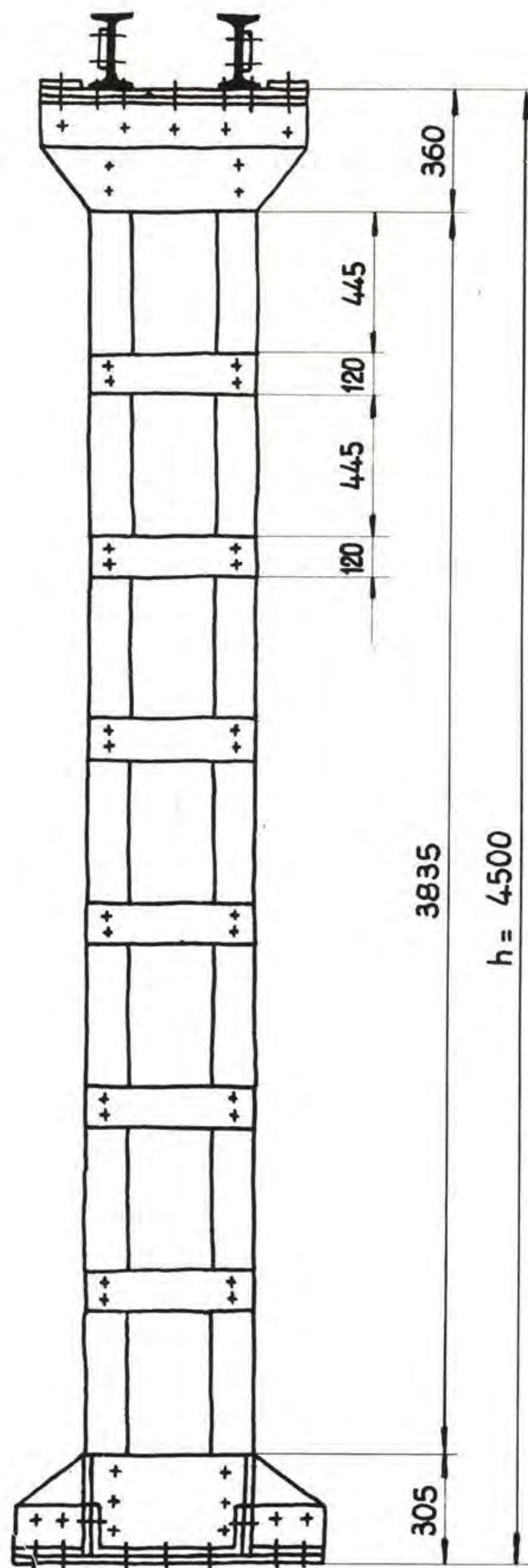


Fig. 1

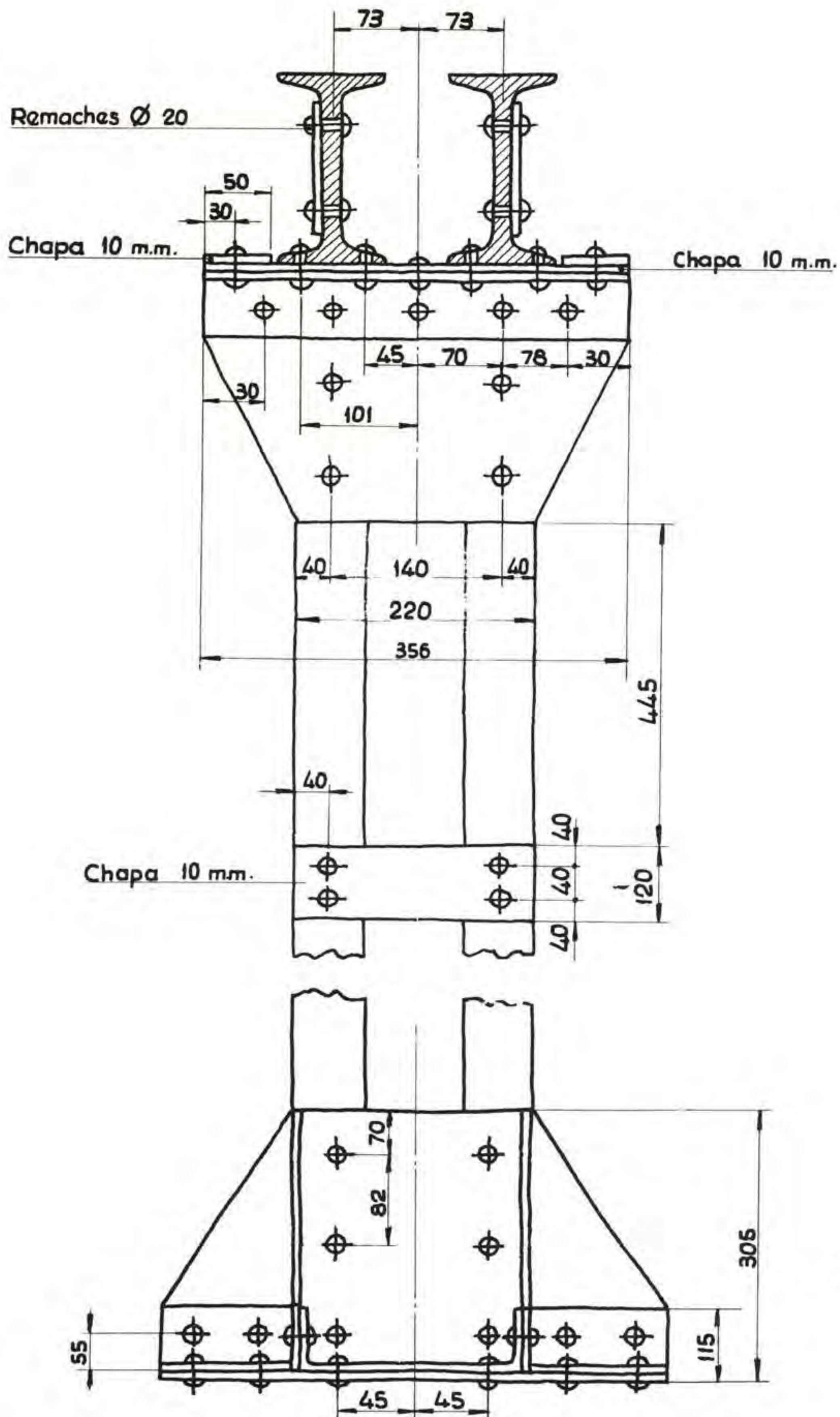
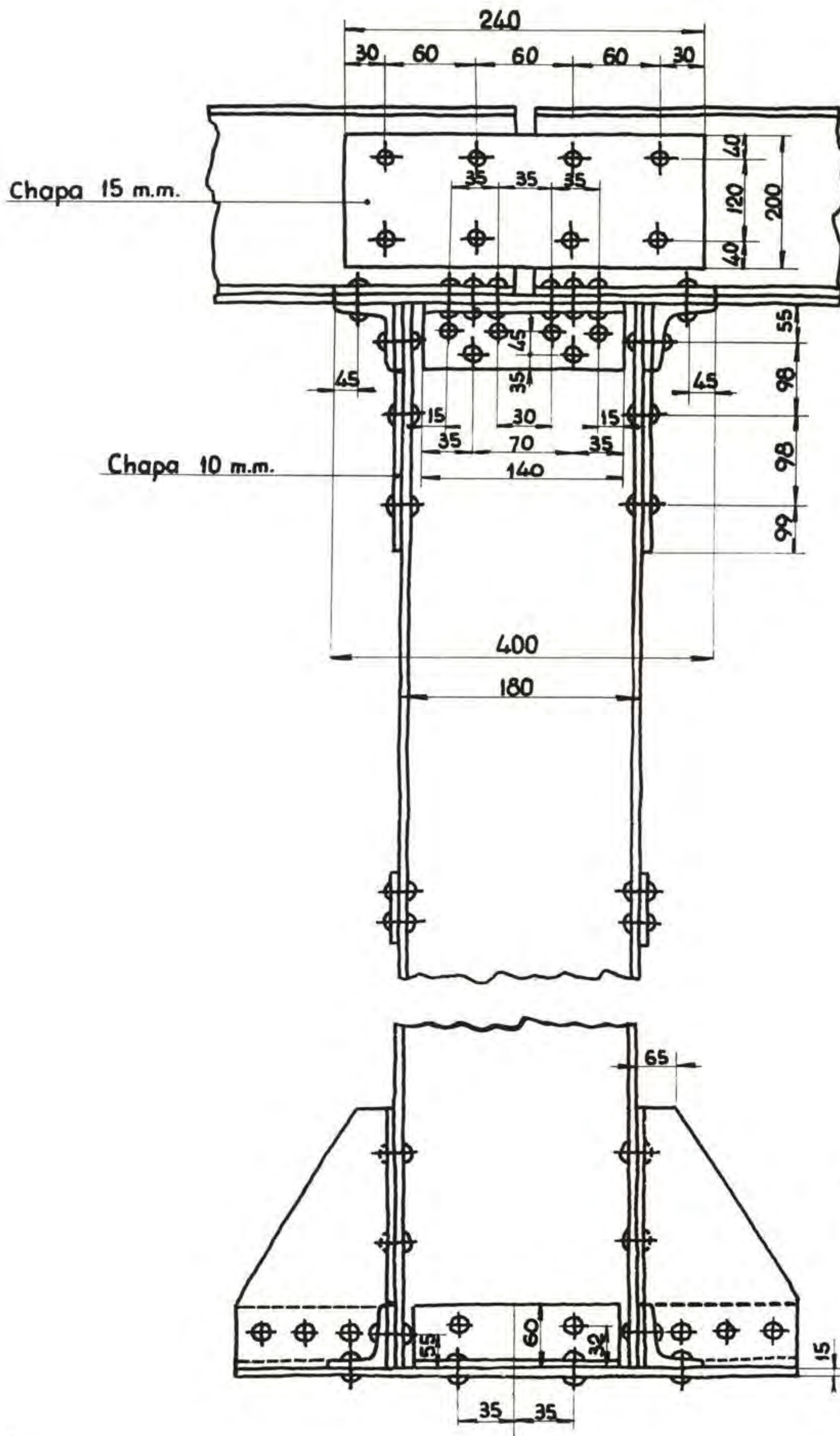

73
73
Remaches Ø 20
50
30
Chapa 10 m.m.
Chapa 10 m.m.
45
70
78
30
30
101
40
140
40
220
356
445
40
40
40
120
40
Chapa 10 mm.
70
82
305
115
55
45
45

Fig 2



240
30
60
60
60
30
Chapa 15 m.m.
35
35
35
40
120
200
40
55
45
35
45
45
98
15
30
15
35
70
35
98
Chapa 10 m.m.
140
99
400
180
65
60
55
32
15
35
35

Fig 3

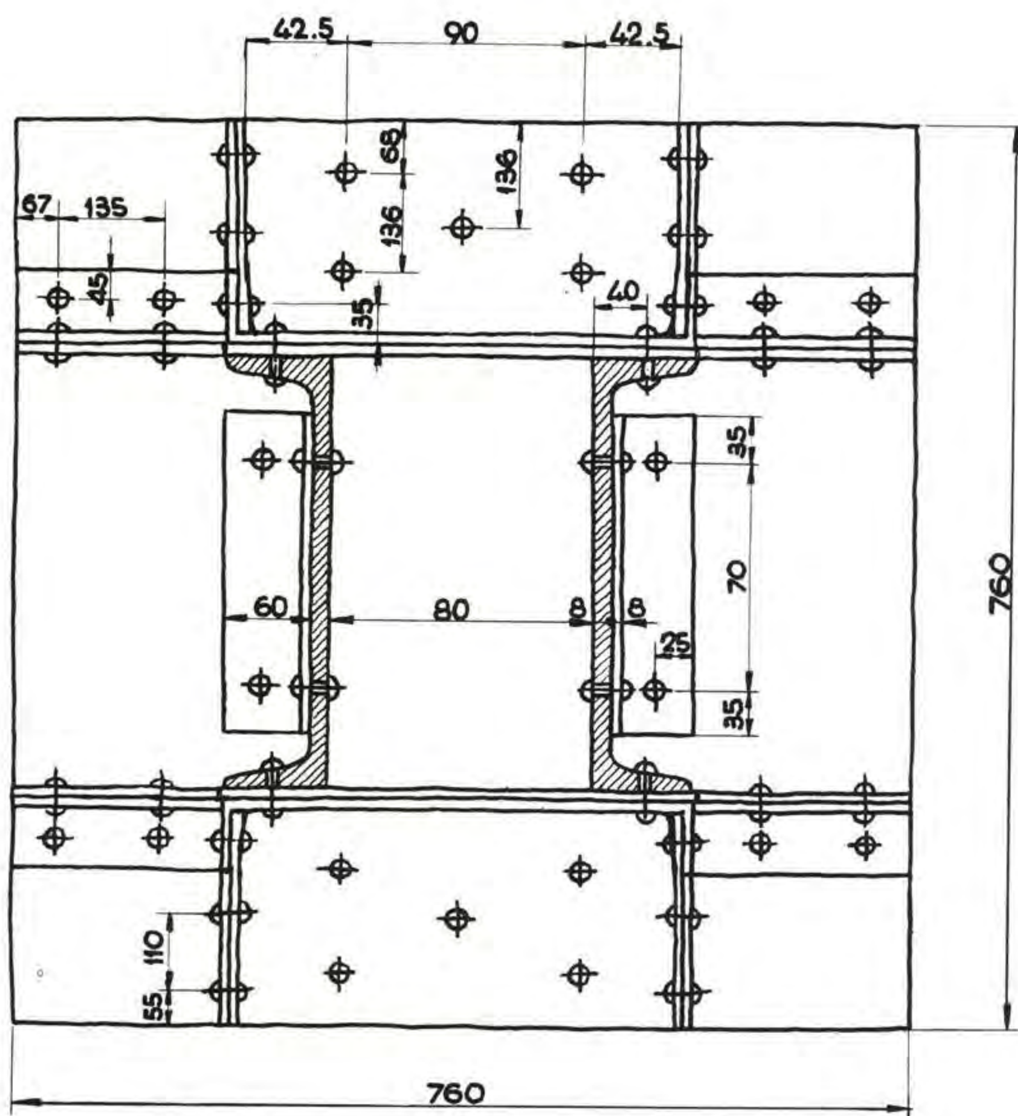

42.5
90
42.5
68
136
136
136
67
135
45
35
40
35
70
35
60
80
8
8
25
110
55
760
760

Fig. 4

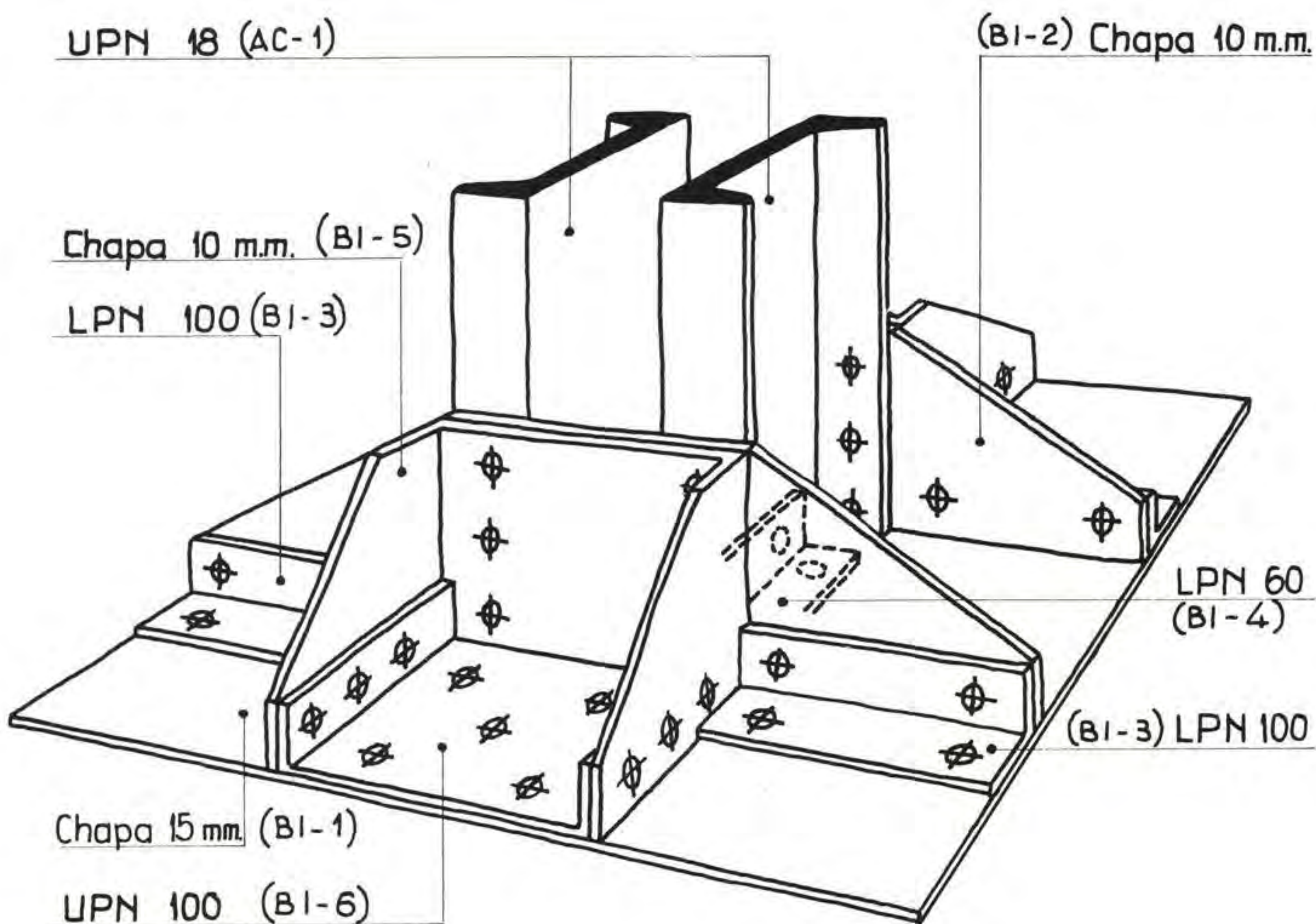

UPN 18 (AC-1)
(B1-2) Chapa 10 m.m.
Chapa 10 m.m. (B1-5)
LPN 100 (B1-3)
LPN 60
(B1-4)
(B1-3) LPN 100
Chapa 15 mm. (B1-1)
UPN 100 (B1-6)

Fig 5

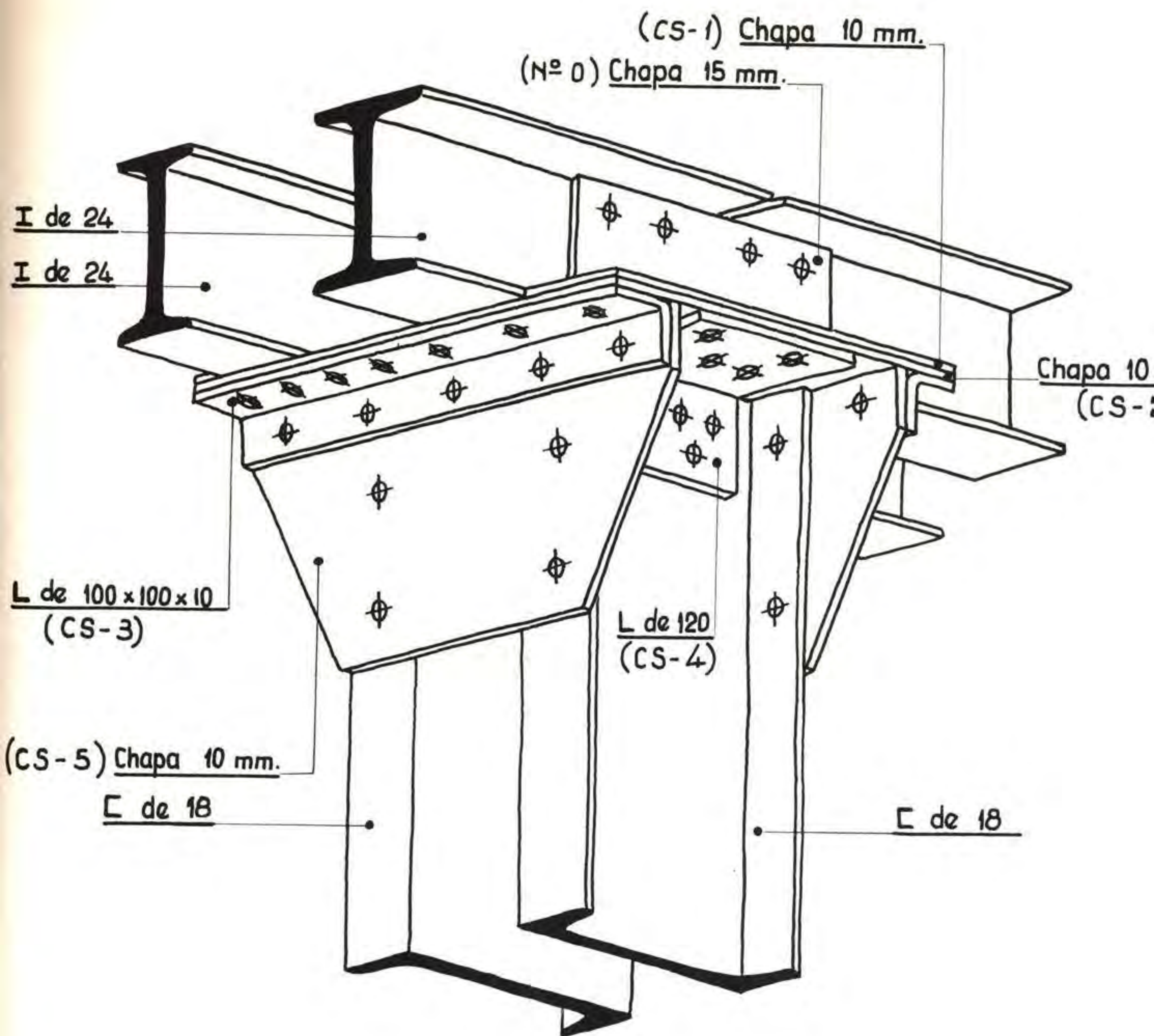
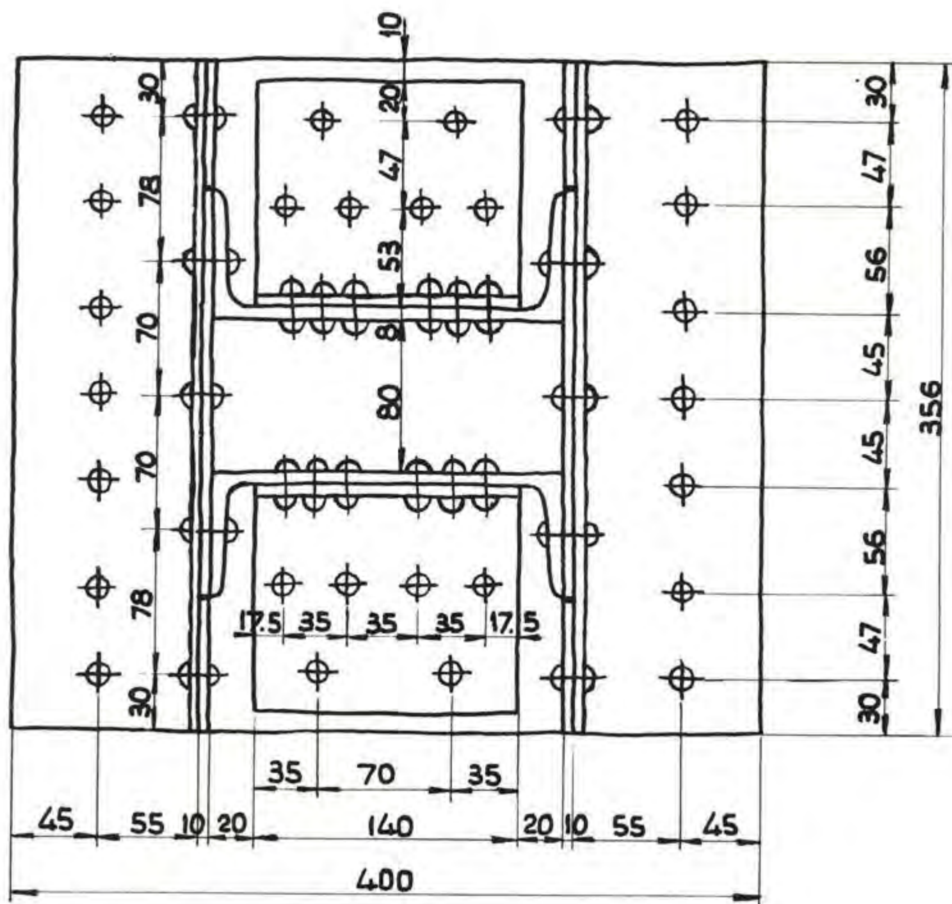

(CS-1) Chapa 10 mm.
(Nº 0) Chapa 15 mm.
I de 24
I de 24
Chapa 10
(CS-
L de 100 x 100 x 10
(CS-3)
L de 120
(CS-4)
(CS-5) Chapa 10 mm.
C de 18
C de 18

Fig. 6



10
30
20
47
78
53
70
8
80
70
78
17.5
35
35
35
17.5
30
30
47
56
45
45
56
47
30
356
35
70
35
45
55
10
20
140
20
10
55
45
400

Fig. 7







